

九

普通高等院校“十二五”  
创新型精品规划系列教材

主编 邱小林 宋军伟 李秀娟

# 结构力学

JIEGOU LIXUE



中国地质大学出版社有限责任公司  
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE YOUNXIAN GONGSI

自述尚存沉仪

“二五”创新型精品规划系列教材

# 结 构 力 学

主 编 邱小林 宋军伟 李秀娟

副参编 韩国平 卢士华 杨兴玉



中国地质大学出版社有限责任公司  
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE YOUNG GONGSI

## 内 容 简 介

本教材针对应用型本科院校、高职高专院校以及课程安排为中等学时数(60~70学时)的土建类专业特点编写。主要内容包括:杆件结构的几何组成分析,静定结构的内力计算及位移计算,超静定结构内力和位移的计算,方法有力法、位移法、力矩分配法及影响线法。每章末均配备了一定数量的练习。

通过大量例题,介绍了在建筑结构同时受两种或两种以上载荷作用时,本书采用对单一载荷作用下的结构进行内力和位移计算,然后叠加处理,其计算过程与同时考虑几种载荷作用相比,既简便又快捷。

本书可作为高等院校土建类专业学生的教材,也可供有关科技人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

结构力学/邱小林,宋军伟,李秀娟主编. —武汉:中国地质大学出版社有限责任公司,2012.8

ISBN 978 - 7 - 5625 - 2930 - 9

I. ①结…

II. ①邱…②宋…③李…

III. ①结构力学

IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 170356 号

## 结构力学

邱小林 宋军伟 李秀娟 主编

责任编辑:王 荣

选题策划:刘芳芳

责任校对:张咏梅

出版发行:中国地质大学出版社有限责任公司(武汉市洪山区鲁磨路 388 号)

邮政编码:430074

电 话:(027)67883511

传 真:67883580

E-mail:cbb@cug.edu.cn

经 销:全国新华书店

<http://www.cugp.cug.edu.cn>

开本:787mm×1 092mm 1/16

字数:512 千字 印张:20

版次:2012 年 8 月第 1 版

印次:2012 年 8 月第 1 次印刷

印刷:武汉市珞南印务有限公司

印数:1—3 100 册

ISBN 978 - 7 - 5625 - 2930 - 9

定价:46.00 元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换

# 前　　言

本教材适用于高等院校应用型本科、高职高专院校对《结构力学》课程安排为中等学时数(60~70学时)的土建类专业。

在内容安排上,先讲授结构力学的任务,让读者了解结构力学在土建工程中的重要性。然后对结构的几何组成进行分析。

按照结构的类型及种类,本教材对静定结构和超静定结构的内力及位移计算进行了讲解。当结构同时承受两种或两种以上载荷作用时,本教材采用把每种载荷对结构的作用进行单独计算,然后叠加处理,这样可以使计算过程简便、快捷。

本教材本例题和习题的选择上,紧紧围绕相应的基本原理,配以合适的题后分析,以启发读者深入思考,并从中找出规律,以提高读书质量和取得最好效果,防止死记硬背。建议读者在做完每一道习题后,能进行科学的题后分析,只有这样才能读活读好书,扎实掌握其基本理论、基本概念及解题技巧,并在日后的生产实践中加以灵活应用。

本教材由南昌理工学院邱小林、江西科技学院宋军伟、广州城建职业学院李秀娟担任主编;副主编有:华东交通大学韩国平、广州番禺职业技术学院卢士华、南昌理工学院杨兴玉。

欢迎使用本教材的教师和读者对本教材提出宝贵意见,以帮助我们不断提高学术水平。

编者

2012年5月于江西南昌

# 目 录

第 1 章 绪论 .....	(1)
1.1 结构力学的任务 .....	(1)
1.2 结构力学与其他课程间的关系 .....	(1)
1.3 杆件结构的支座 .....	(1)
1.4 杆件结构的结点 .....	(2)
1.5 结构计算简图 .....	(3)
1.6 常见杆件结构类型 .....	(5)
小结 .....	(5)
习题 .....	(6)
第 2 章 平面体系的几何组成分析 .....	(7)
2.1 几何不变体系、几何可变体系的概念 .....	(7)
2.2 关于自由度、刚片、约束的概念 .....	(8)
2.3 无多余约束的几何不变体系的组成规则 .....	(10)
2.4 体系几何组成分析举例 .....	(13)
2.5 结构的几何特性与静力特性的关系 .....	(16)
小结 .....	(17)
习题 .....	(18)
部分习题答案 .....	(20)
第 3 章 静定结构内力计算 .....	(22)
3.1 简单刚架支座反力计算 .....	(22)
3.2 刚架指定截面内力计算 .....	(24)
3.3 绘制刚架弯矩图的基本方法 .....	(27)
3.4 通过简支梁用叠加法绘制刚架弯矩图 .....	(33)
3.5 刚架剪力图、轴力图的绘制 .....	(39)
3.6 三铰刚架的计算 .....	(41)
3.7 多跨静定梁的计算 .....	(45)
3.8 由几何组成确定静定结构内力计算途径 .....	(50)
3.9 三铰拱的计算 .....	(54)
3.10 用结点法计算桁架 .....	(62)
3.11 用截面法计算桁架 .....	(66)

3.12 几种梁式桁架的受力特性 .....	(70)
3.13 组合结构的计算 .....	(74)
小结 .....	(76)
习题 .....	(77)
部分习题答案 .....	(81)
<b>第4章 静定结构位移计算 .....</b>	<b>(84)</b>
4.1 实功与虚功·广义力与广义位移·变形体虚功方程 .....	(84)
4.2 静定结构由于荷载作用产生的位移计算(单位荷载法) .....	(91)
4.3 图乘法·位移计算举例 .....	(94)
4.4 静定结构由于支座位移产生的位移计算 .....	(106)
4.5 静定结构由于温度改变产生的位移计算 .....	(108)
4.6 功的互等定理·位移互等定理·反力互等定理 .....	(111)
小结 .....	(114)
习题 .....	(114)
部分习题答案 .....	(116)
<b>第5章 力 法 .....</b>	<b>(118)</b>
5.1 超静定结构的性质·超静定次数的确定·计算超静定结构的基本方法 .....	(118)
5.2 荷载作用下用力法计算超静定刚架 .....	(124)
5.3 支座位移时用力法计算超静定梁 .....	(139)
5.4 结构对称性的利用 .....	(143)
5.5 无弯矩情况的判定 .....	(150)
5.6 用 <del>力</del> 法计算超静定桁架 .....	(151)
5.7 无铰拱的计算·双铰拱的计算特点 .....	(153)
5.8 超静定结构的位移计算 .....	(162)
小结 .....	(163)
习题 .....	(164)
部分习题答案 .....	(168)
<b>第6章 位移法 .....</b>	<b>(172)</b>
6.1 单跨超静定梁的杆端弯矩、杆端剪力 .....	(172)
6.2 位移法基本结构的确定 .....	(175)
6.3 有一个独立结点转角未知量的结构的计算 .....	(180)
6.4 已知弯矩图及荷载,绘剪力图及轴力图 .....	(191)
6.5 有一个独立线位移未知量的结构的计算 .....	(193)
6.6 用位移法计算一般刚架 .....	(198)
6.7 对称条件的利用 .....	(216)
6.8 转角位移方程·用结点、截面平衡方程计算刚架 .....	(219)
小结 .....	(226)
习题 .....	(227)
部分习题答案 .....	(231)

---

第 7 章 力矩分配法	(234)
7.1 转动刚度、传递系数、分配系数、分配力矩、传递力矩的概念	(234)
7.2 用力矩分配法计算单结点结构	(237)
7.3 用力矩分配法计算连续梁及无侧移刚架	(246)
7.4 力矩分配法变形校核(无侧移刚架变形校核)	(254)
小结	(259)
习题	(259)
部分习题答案	(262)
第 8 章 影响线及其应用	(264)
8.1 影响线的概念	(264)
8.2 伸臂梁的影响线·内力影响线的量纲·影响线与内力图的区别·影响线 绘制举例	(269)
8.3 影响量的计算	(285)
8.4 最不利荷载位置的确定	(288)
8.5 公路桥涵设计的标准化荷载·公路简支梁桥汽车荷载最不利位置确定算例· 等代荷载(换算荷载)的利用	(296)
8.6 超静定结构内力影响线的绘制方法·连续梁内力影响线的形状·均布活荷 的最不利分布	(300)
小结	(304)
习题	(305)
部分习题答案	(307)

# 第1章 绪论

## 1.1 结构力学的任务

不论设计任何结构都要经过正确的计算,才能达到安全、经济和合乎使用要求的目的。

对于大学专科学生,学习结构力学的任务是研究杆件结构的强度、刚度的计算原理和计算方法(内力计算和位移计算)。进行强度计算是为保证结构能满足安全和经济的要求;进行刚度计算是为保证结构不致发生过大变形而不能满足使用要求。

## 1.2 结构力学与其他课程间的关系

数学为结构力学提供计算工具,如代数方程组的解算、微分、积分等。

在工程力学中,一方面,其理论力学部分为结构力学提供计算原理,如平衡方程、虚功原理等;另一方面,其材料力学部分研究单个杆件的应力、内力、变形,是研究杆件体系内力、变形的结构力学的基础。

结构力学在钢筋混凝土结构等后继专业课中将得到应用。在这些课程中还要讲一些实用计算,如规范方法等,以对结构计算加以补充。

## 1.3 杆件结构的支座

平面杆件结构的支座,常见的有以下几种。

### 1.3.1 活动铰支座 [图 1-1 (a) ]

杆端 A 沿水平方向可以自由移动,但沿竖向(沿支杆)不能移动,绕 A 点可以自由转动。因此只能发生竖向(沿支杆方向)反力[图 1-1(b)]。

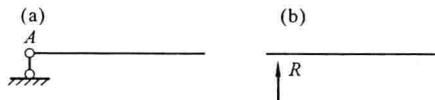


图 1-1

### 1.3.2 铰支座 [图 1-2 (a) ]

杆端 A 绕 A 点可以自由转动,但沿任何方向均不能移动。因此支座反力通过 A 点(A 端可以自由转动,不发生抵抗转动的反力偶),而方向待定。为了方便,将反力分解为两个分量  $R_v$  及  $R_H$ [图 1-2(b)]。

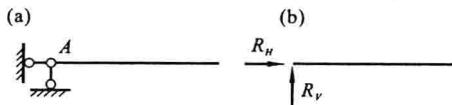


图 1-2

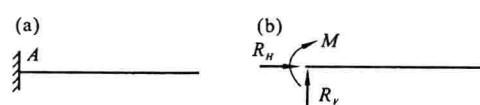


图 1-3

### 1.3.3 固定支座 [图 1-3 (a) ]

杆端不能移动也不能转动。共有 3 个反力分量  $R_v$ 、 $R_H$  及  $M$ [图 1-3(b)]。  
以上三种支座在工程力学中已经学过。

### 1.3.4 定向支座 [图 1-4 (a)、(c)、(d) ]

这种支座只允许杆端沿一定方向自由移动,而沿其他方向不能移动,也不能转动。沿自由移动方向无反力,反力与此方向垂直;有反力偶(阻碍转动)。图 1-4(a) 及图 1-4(c) 代表允许水平向滑动的定向支座(它们是同一支座的不同表示方法),其反力如图 1-4(b) 所示。图 1-4(d) 代表允许竖向位移的定向支座,其反力如图 1-4(e) 所示。

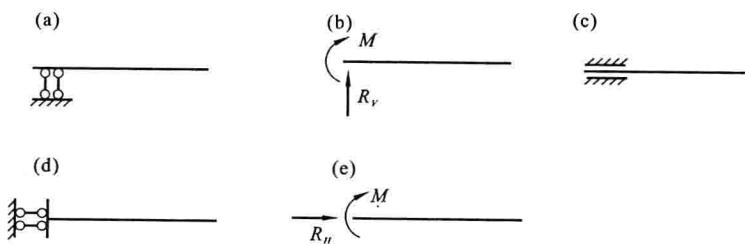


图 1-4

定向支座在利用对称条件简化结构计算中用到。

## 1.4 杆件结构的结点

杆件结构的结点,通常可分为铰结点[图 1-5(a)]、刚结点[图 1-5(b)]、组合结点[图 1-5(e)、(f)]三种。

铰结点上各杆的铰结端可以自由相对转动。因此,受荷载作用时[图 1-5(d)],

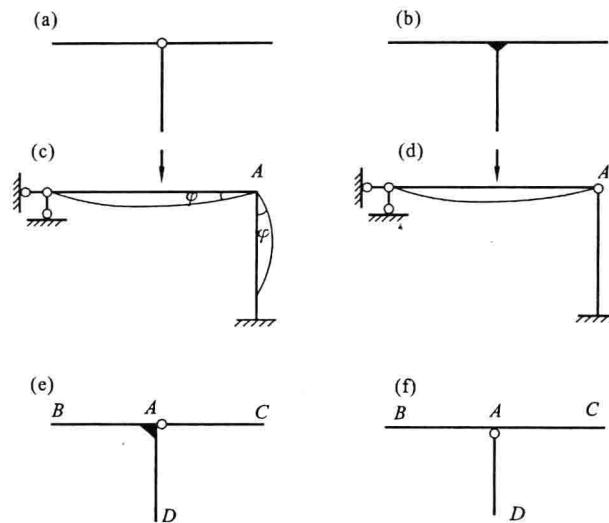


图 1-5

(1) 铰结点上各杆间夹角可以改变,与受荷前的夹角不同。

(2) 各杆的铰结端不产生弯矩。

与铰结点不同,刚结点上[图 1-5(b)]各杆的刚结端不能相对转动,即认为刚结点是一个刚体,各杆均刚结于此刚体上,因此,受荷后[图 1-5(c)]:

(1) 刚结点上各杆间的夹角不变,各杆的刚结端旋转同一角度  $\varphi$ 。

(2) 各杆的刚结端一般产生弯矩。

若在同一结点上,某些杆间相互刚结,而另一些杆间相互铰结,则称为组合结点或半铰结点。图 1-5(e) 上结点 A 为组合结点:杆 AB 与杆 AD 刚结,杆 AC 与它们铰结。图 1-5(f) 上杆 BAC 是一个杆,但可以看作是两个杆(AB 与 AC)刚结于结点 A,杆 AD 与它们铰结。

铰结点上的铰[图 1-5(a)]称为完全铰,或全铰。组合结点上的铰[图 1-5(e)、(f)]则称为非完全铰或半铰。绘图时要特别注意,不要把半铰画成全铰,或反之。后面将会知道,这样做,体系的机动性质和受力情况就完全变了。

## 1.5 结构计算简图

实际结构情况复杂,往往不能考虑所有因素去做严格计算。而需去掉次要因素,以简化图式来代替。这种用以计算的简化图式,叫做结构计算简图,或计算模型。

确定计算简图的原则是:

- (1) 保证设计上需要的足够精度。
- (2) 使计算尽可能简单。

计算简图的确定,要经过实验、实测和理论分析,并要经多次工程实践的检验。

工程中常见的建筑物,已经有了成熟的计算简图,我们可以在结构课程中或工作中学到。对于一些新型结构,则需要设计人员自己确定计算简图。

下面举几个确定计算简图的例子。

**例 1-1 柱端支座的计算简图。**

当土质坚实、基础底面积较大且基础杯口深,杯口中灌以细石混凝土时[图 1-6(a)],则柱子下端支承的计算简图取为固定支座。这是因为:①这时基础和柱端线位移及转角均较小,结构的位移主要是柱子和上部结构变形引起的;②柱端构造能承受较大弯矩。

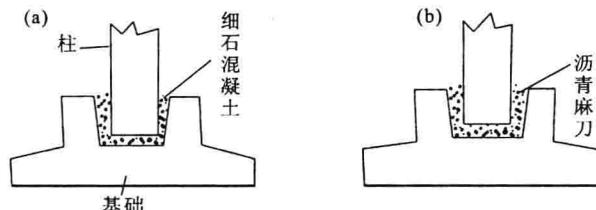


图 1-6

若基础杯口中用沥青麻刀填充[图 1-6(b)],柱底支承的计算简图取为铰支座。因为这时允许柱端发生微小转角,产生的弯矩较小,与柱中弯矩相比可以略去。

上述计算简图可以保证足够精度,满足设计要求。

若不作简化,则必须考虑地基、基础、细石混凝土或沥青麻刀的变形,而把结构、基础、土体作为一个体系来分析。在土建工程中,一般做这样复杂的计算是困难的和不必要的。

上面这个例子,主要是由构造情况确定计算简图。也有的计算简图是由受力情况确定的。

**例 1-2 衔架计算简图。**

图 1-7(a) 为一焊接钢衔架,其结点 K 的构造情况如图 1-7(b) 所示。各杆由角钢组成,焊接于钢联接板上,各杆轴线汇交于一点。衔架受荷后,除各杆变形外,联接板也要发生变形。因而各杆间夹角要改变,不是刚结点。但夹角不能自由改变,因而又不是铰结点。要想精确计算是很复杂的。

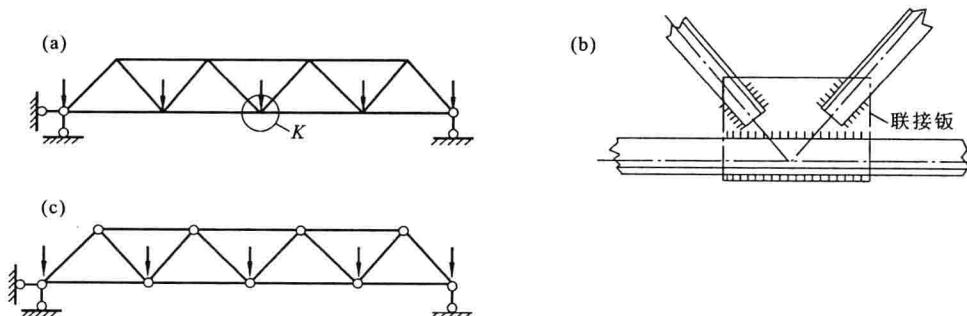


图 1-7

考虑到联接板在衔架平面内刚度很大,变形很小,可以当作刚结点计算,即可以采用刚结点计算简图。按此简图计算,杆中产生轴力、弯矩及剪力。对于常见的由细长杆组成的衔架,在结点荷载(荷载均作用于结点上)的条件下,与轴力产生的正应力相比,弯矩产生的正应力较小,称为次应力,可以略去。另外,按铰结的计算简图[图 1-7(c)]计算时所得的轴力与按前面刚结点计算简图所得的轴力接近,而计算量却少得多,因此通常采用铰结点计算简图[图 1-7(c)]。

上述分析结果为多年的工程实践所证实。同时也表明,当杆件短粗时,衔架次应力不能略去不计。

在有了电子计算机的今天,考虑次应力(按刚结简图计算)并无困难。

## 1.6 常见杆件结构类型

杆件结构分类方法很多,这里不作介绍,只谈几种常见结构类型(图 1-8)。

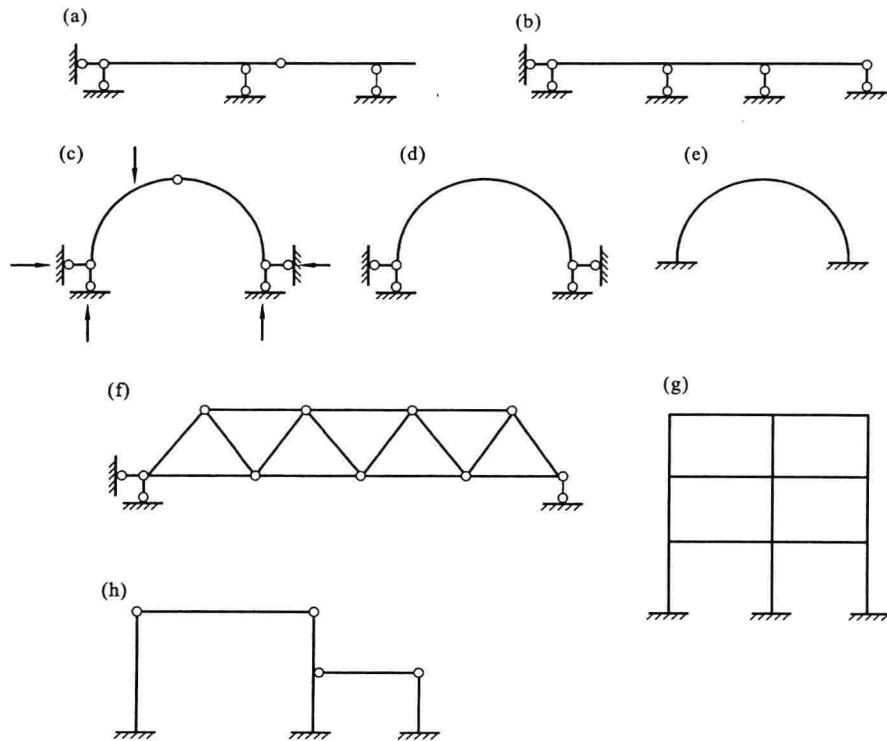


图 1-8

**梁** 图 1-8(a) 为多跨静定梁。它是多跨的,又是静定的。图 1-8(b) 为一连续梁。中间各铰是半铰,整条梁是连续的。它也是多跨的。但是超静定的。

**拱** 拱的特点是在竖向荷载作用下能产生水平支座反力。通常拱轴是曲线的。图 1-8(c) 为三铰拱,它是静定的。图 1-8(d) 为两铰拱,图 1-8(e) 为无铰拱,它们是超静定的。

**桁架** 桁架是铰结直杆体系如图 1-8(f) 所示。

**刚架** 刚架的结点一般是刚结点[图 1-8(g)]。图 1-8(h) 为铰结刚架,或称铰结排架,简称排架。

## 小结

各种支座和各种结点都是为了简化计算而理想化了的计算简图。

根据支座的性质,活动铰支座有一个作用线已知、数值待定的反力。铰支座有两个待定的反力。固定支座有两个反力和一个反力偶待定。

刚结点上各杆端转角相同，各杆端都能发生弯矩。铰结点上各杆端转角一般不同，各杆端均无弯矩。

计算简图要参照前人经验慎重选取，对新型结构要经过实验和理论分析，存本去末，才能确定。

## 习题

1-3-1 铰支座为什么不发生支座反力偶？竖向定向支座发生什么样的反力？为什么？

1-4-1 刚结点、铰结点的特点是什么？

1-5-1 如何确定计算简图？什么情况下可以认为是刚结点，什么情况下可以认为是铰结点？

# 第2章 平面体系的几何组成分析

## 2.1 几何不变体系、几何可变体系的概念

在研究杆件体系的机动性质时,不考虑杆件的变形,即扣除由于杆件变形产生的位移,只考虑刚体机械运动(刚性位移)。

图 2-1(a) 所示体系,如果杆件是刚性的(即无变形),则几何形状(三角形)是不能改变的,位置也是不能改变的(即不能动)。这种几何形状和位置都不能变的体系称为几何不变体系。图 2-1(b) 及图 2-1(c) 示可变体系。图 2-1(b) 可以改变形状,图 2-1(c) 可以改变位置。

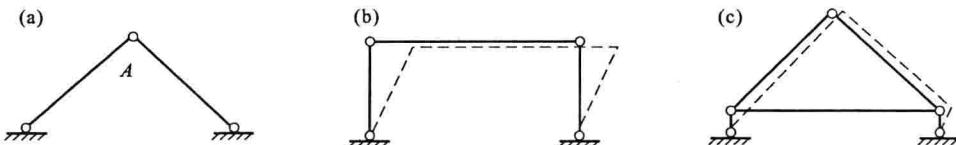


图 2-1

图 2-2(a) 所示体系与图 2-1(a) 所示几何不变体系的构造方式相同(都是把一个点用两个杆与地相连),不过 3 个铰在一条直线上,都具有完全不同的机动性质。

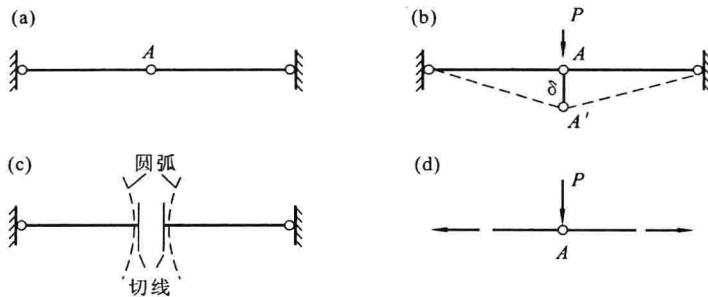


图 2-2

在刚性杆的条件下,前一体系[图 2-1(a)]的结点 A 不能发生位移,而后一体系[图 2-2(a)]的结点 A 则能发生微量位移[图 2-2(b)]。这可以从几何、静力两个方面来说明。

先从几何方面来说。如果去掉互连之铰[图 2-2(c)],则两个杆可分别沿两个圆弧运动,这两个圆弧具有公共切线(在图上为了表示清楚,故意画分开了)。这说明用铰互连后,让左(右)

面杆发生微量位移时,右(左)面杆并不阻碍,因而点A发生微量位移[图2-2(b)]是可能的。但是继续运动是不可能的。因为那时3个铰就不再在一条直线上了[即与图2-1(a)所示体系一样,成为不可变的了]。

当发生微量位移 $\delta$ 时,杆长的改变量是二阶微量(证明从略)。因而精确到一阶微量时,可以说发生微量侧移 $\delta$ 时杆长不变,或者说,在刚性杆的条件下可以发生微量位移 $\delta$ 。

从静力学方面来看也是这样。在一般外载[例如图2-2(b)所示荷载]作用下,在无侧移位置上(三铰在一条直线的原来位置上)不能满足平衡条件。在此位置上截出结点A,受力图示于图2-2(d)。 $\sum Y = P \neq 0$ ,这说明结点A在原来无侧移位置上,不能满足平衡条件 $\sum Y = 0$ ,而必定发生侧移。

这种在原来位置上可以运动,而发生微量位移后即不能继续运动的体系,叫做瞬变体系。

与此相应,可以发生非微量位移的体系[图2-1(b)、(c)]称为常变体系。

常变体系与瞬变体系统称为可变体系,均不能用作建筑结构。只有几何不变体系才能用作建筑结构。

瞬变体系只能产生微量位移,为什么不能用作建筑结构呢?这是因为瞬变体系能产生很大的内力。为了简单,考察一个对称的瞬变体系[图2-3(a)]。在力P作用下,发生侧移,同时杆件变形,停留在平衡位置上。这时侧移是有限值,但与杆长l相比是个小量。图2-3(b)是结点的受力图。

平衡条件 $\sum Y = 0$ ,即

$$2N \cdot \sin\alpha - P = 0$$

由此得

$$N = \frac{P}{2\sin\alpha}$$

由于 $\alpha$ 是个小量,因而杆件内力N是很大的。

由于瞬变体系能产生很大的内力,所以不能用作建筑结构。

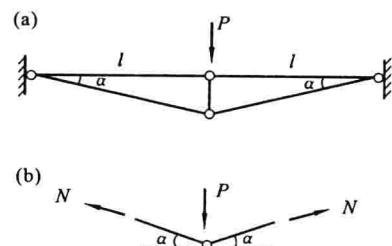


图 2-3

## 2.2 关于自由度、刚片、约束的概念

体系机动分析中所说的自由度是体系运动时可以独立改变的几何参数的数目,亦即确定体系位置所需的独立坐标的数目。

图2-4(a)所示平面体系的自由度等于2,记为 $W=2$ ,因为体系的位置由两个参数确定: $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ 。当 $\varphi_1$ 一定时,杆OA的位置就定了,但此时杆AB还可绕点A转动,若 $\varphi_2$ 一定时,则杆AB的位置就确定了。

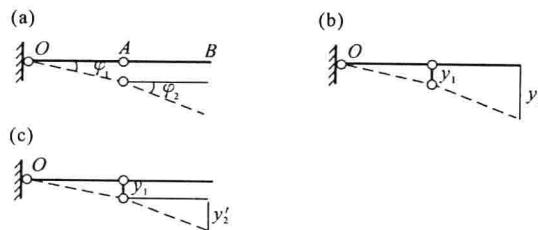


图 2-4



独立坐标也不一定取  $\varphi_1, \varphi_2$ , 取  $y_1, y_2$  [图 2-4(b)] 或  $y_1, y'_2$  [图 2-4(c)] 均可。但独立坐标只有两个。例如  $\varphi_1, \varphi_2$  一定时,  $y_1, y_2$  或  $y_1, y'_2$  之值也就确定下来, 而不能再改变了。

**点的自由度** 在平面内点的自由度等于 2。独立坐标可以取为  $(x, y)$  或  $(r, \varphi)$  [图 2-5(a)、(b)]。

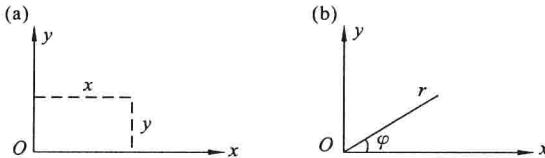


图 2-5

**刚片** 几何不变的平面物体叫刚片。它可以是一个杆, 也可以是由若干个杆组成的几何不变部分。图 2-6(a) 所示为一刚片, 而图 2-6(b) 所示的不是刚片 (几何形状可变)。通常以图 2-6(c) 所示的图形代表刚片。

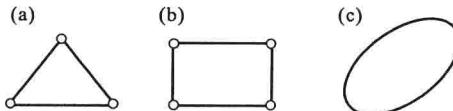


图 2-6

**刚片的自由度** 刚片在平面上的位置, 可由其上任一直线  $AB$  的位置确定 (图 2-7)。而这直线的位置则由其上任一点  $A$  的两个坐标  $x_A, y_A$  及角  $\varphi$  确定。当  $x_A, y_A$  及角  $\varphi$  一定时, 直线  $AB$  的位置就定了, 因而刚片的位置也就定了。所以一个刚片的自由度等于 3。

**约束(联系)** 约束是能减少自由度的装置。如果能减少一个自由度就叫做一个约束, 能减少两个自由度就叫做两个约束。

最常见的约束有链杆和铰。

**链杆** 链杆是两端以铰与别的物体相连的刚性的杆, 如图 2-8(a) 中的杆  $AB$  就是链杆。它的一端以铰与刚片 1 相连, 另一端以铰与地球 (地球也是一个刚片) 相连。

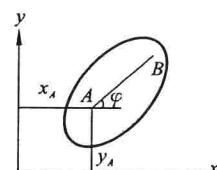


图 2-7

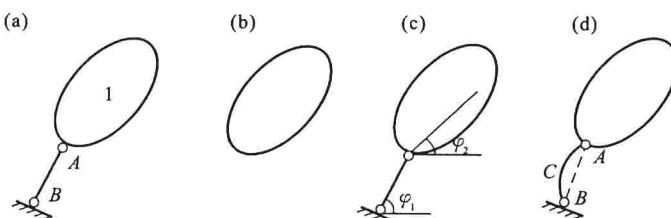


图 2-8

一个链杆能减少几个自由度呢? 只要比较一下刚片 1 在未连链杆之前的自由度和既连链杆之后的自由度就清楚了。在未连之前 [图 2-8(b)] 刚片 1 的自由度等于 3, 既连之后 [图 2-8(c)] 自由度等于 2 ( $\varphi_1$  及  $\varphi_2$ ), 可见一个链杆能减少一个自由度, 一个链杆相当于一个约束。它所减少的自由度, 或约束作用表现在使两个被连刚片 (刚片 1 与地球) 沿两铰连线方向不能相对移动, 即两铰间距离保持不变。在未连之前, 刚片 1 对应于地球可以沿两个独立

· 方向移动及转动，而既连之后，沿 AB 方向移动不可能了，就只能在垂直 AB 方向移动和绕点 A 转动了。

链杆也可以不是直杆，而是曲杆[图 2-8(d)]、折杆，它们同样也可使两铰间距不变，起到虚线所示直杆的约束作用。

**单铰** 联结两个刚片的铰叫做单铰(图 2-9)。未用单铰联结之前，刚片 2 对应于刚片 1，可做三种独立运动：沿两个方向的相对移动及相对转动。在既连之后，不能相对移动，只能相对转动。所以单铰减少了两个自由度(去掉了沿两个独立方向移动的自由)，单铰相当于两个约束。

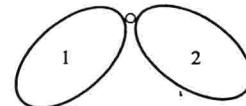


图 2-9

**单铰相当于两个链杆** 这不仅可以从它们所相当的约束数目看出，而且可直接从机动性质看出。单铰 A 的作用[图 2-10(a)]是使刚片 1 只能绕 A 转动(设刚片 2 不动)，两链杆的作用[图 2-10(b)]是使刚片 1 只能绕瞬心 O 转动(瞬心 O 在二链杆的交点处)。所以刚片 1 与刚片 2 用图示两链杆相连，相当于把刚片 2 扩展，在点 O 以单铰与刚片 1 相连。称联结两刚片的两链杆的交点为虚铰。在运动过程中虚铰(瞬心)的位置要改变，而当研究指定位置处的运动时，虚铰和实铰所起的作用相同，都是相对转心。

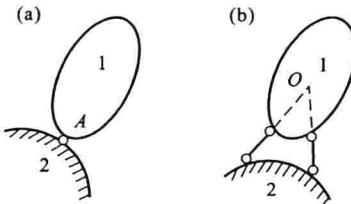


图 2-10

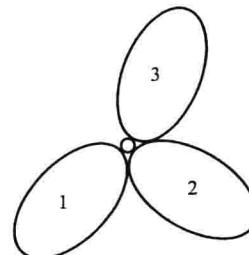


图 2-11

**复铰(重铰)** 联结 3 个或 3 个以上的刚片的铰称为复铰。复铰的作用可以通过单铰来分析。图 2-11 上的复铰联结 3 个刚片，它的联结过程可以想象为：先有刚片 1，然后以单铰将刚片 2 连于刚片 1，再以单铰将刚片 3 连于刚片 1。这样，联结 3 个刚片的复铰相当于 2 个单铰。推而广之，联结 N 个刚片的复铰相当于  $(N - 1)$  个单铰

### 2.3 无多余约束的几何不变体系的组成规则

一个几何不变体系，如果去掉任何一个约束就变成可变体系，则称之为无多余约束的几何不变体系。

无多余约束的几何不变体系的基本组成规则有以下四种。

(1) 三刚片以不在一条直线上的 3 铰两两相连[图 2-12(a)]，形成无多余约束的几何不变体系。

若 3 铰在一条直线上[图 2-12(b)]，则为瞬变体系。

前者与图 2-1(a) 所示的情况相同，后者与图 2-2(b) 所示的情况相同，只不过把地球改成了刚片 3，把两个杆变成了两个刚片。