

材料力学的理论与习题

[美] W. A. NASH 著

中国人民解放军空军工程学院

一九八〇年六月

材料力学的理论与习题

[美] W.A. 纳施 著

杨耀墀 译

一九八〇年六月

SCHAUM'S OUTLINE OF
THEORY AND PROBLEMS OF
STRENGTH OF MATERIALS
Second Edition

By

WILLIAM A. NASH, Ph.D.
Professor of Civil Engineering
University of Massachusetts

ADAPTED INTO SI UNITS BY
C. E. N. STURGESS, Ph. D.
Lecturer

Department of Mechanical Engineering
University of Birmingham

SCHAUM'S OUTLINE SERIES
McGRAW-HILL BOOK COMPANY

1977

译者前言

肖姆氏纲要式丛书(Schaum's outline series)之一《材料力学的理论与习题》(Theory and problems of strength of materials), 是美国麻省大学土木工程教授W·A·纳施(Nash)博士所著, 由伯明翰大学机械工程系讲师 C·E·N·斯特吉斯(Sturgess)博士改编为国际单位制。

本书的编写方式与一般同类书籍不同, 每章第一节概括介绍有关定义、原理与定理, 第二节为习题与题解(包括公式的推导与定理的证明, 全书共332题), 第三节为供读者练习的补充题(全书共323题, 附有答案)。书中对容易模糊的概念都明确指出。习题的内容比较广泛, 涉及土木、机械、航空、宇航等方面, 解题步骤也较详细。

本书译出后, 力学教研室的许多同志参加了校验等工作, 其中主要有: 王永正(第11、17章) 陆美宝(第9、10、13、14、18章) 卞松德(第2、19章) 顾忠勤(第12、15章) 潘治堂(第1、6章) 秦毓麟(第8、16章) 蔡淑君(第4、7章) 胡迁鄂(第3章) 与刘兵(第5章)。

在翻译和校验过程中, 我们将原书中已发现的错漏及不妥之处作了必要的修改(补充题的答案未全部校验), 一般不加说明, 仅对其中较大的疏误做了注释。为考虑我国读者的阅读习惯, 我们对全书每章分为三节, 并标明节号, 对基本内容也增加了编号。

由于时间仓促与水平有限, 译文中肯定会有不少错误与缺点, 热诚欢迎批评指正。

译者

1980年6月于西安

序 言

《材料力学的理论与习题》第二版保持了原版的基本轮廓，但扩大了相当的范围。如同第一版，目录是按公认的理论和研究领域分章的。每章开头为有关的定义、原理和定理的摘要，尔后是有解答的习题和补充题。公式的推导和定理的证明都包含在有解答的习题中，习题的选择和解答的安排使得原理更加清晰，这样来详细阐述理论，为实际教学提供必不可少的基本原理的重复，使得那些为全面理解所必需的要点更加突出。

自第一版发表以来，材料力学的课程内容日益复杂，常常要包括塑性分析与设计、剪力中心、曲梁与应用奇异函数描述梁的品质等专题。而且向学生介绍应变能法和弹性理论也更加普遍。本版包含所有上述领域与以前未曾涉及的其他领域的有解答的习题。

作者对夫人维娜·B·纳施以及孩子丽贝卡、菲利普在编写中所表现的耐心和智力表示深深的感谢。

威廉·A·纳施

1972年3月于马萨诸塞州阿默斯

国际单位制版序言

纳施著《材料力学的理论与习题》国际单位制版不是重写而是第二版的修定。它保留了原来的习题，有的进行了必要的修改。专业术语，不论国际单位制的变换对其有无影响，都进行了订正，而且预先在习题中给出。

由于在实践中很难获得准确的材料性质，也由于材料力学是近似计算，因此我们采用了经过圆整的典型材料性质，以避免文中出现许多不必要的数字。除了特别需要的精确度外，习题答案一般给出三位有效数字。学生们应该明白在计算中固有的不精确性，不要被电子计算机的精确结果所迷惑。

在解题中，我们明确地给出了为建立含有一致单位的表达式所需要的换算系数，在国际单位制中必须认真考虑校验单位的公式法，如“单位抵消法”，因为在运算中容易造成数量级的误差。

对麦格劳·希尔图书公司（英国）职员的大力协助表示感谢。

C · E · N · 斯特吉斯

1977年元月于伯明翰

目 录

译者前言

序言

国际单位制版序言

✓ 第一章 拉伸与压缩	1
§ 1.1 基本内容	1
I 力的内效应	
1. 轴向受力杆 2. 内力的分布 3. 正应力 4. 试件 5. 正应变	
6. 应力-应变曲线 7. 塑性材料与脆性材料 8. 虎克定律 9. 弹性模量	
II 材料的机械性质	
1. 比例极限 2. 弹性极限 3. 弹性范围与塑性范围 4. 屈服点	
5. 极限强度或拉伸强度 6. 断裂强度 7. 回弹模量 8. 韧性模量	
9. 面积收缩率 10. 延伸率 11. 工作应力 12. 应变硬化 13. 屈服强度	
14. 正切模量 15. 线膨胀系数 16. 泊松比 17. 广义虎克定律	
III 弹塑性分析	
IV 材料分类	
1. 均质材料 2. 各向同性材料	
V 动荷效应	
§ 1.2 题解	7
§ 1.3 补充题	20
第二章 拉伸与压缩的静不定力系	25
§ 2.1 基本内容	25
1. 静定力系的定义 2. 静不定力系的定义 3. 弹性分析法 4. 极限强度(极限设计)分析	
§ 2.2 题解	26
I 弹性分析	
II 极限强度(极限设计)	
§ 2.3 补充题	37

✓ 第三章 薄壁压力容器	41
§ 3.1 基本内容	41
1. 应力性质 2. 限制 3. 应用	
§ 3.2 题解	42
§ 3.3 补充题	52
第四章 直接剪应力	55
§ 4.1 基本内容	55
1. 剪力的定义 2. 剪应力的定义 3. 剪应力与正应力的比较 4. 假设 5. 应用 6. 剪应力产生的变形 7. 剪应变 8. 剪切弹性模量	
§ 4.2 题解	56
§ 4.3 补充题	59
✓ 第五章 扭转	62
§ 5.1 基本内容	62
1. 扭转的定义 2. 扭转的效果 3. 扭矩 4. 面积的极二次矩	
5. 扭转剪应力 6. 假设 7. 剪应变 8. 剪切弹性模量 9. 扭转角 10. 破裂模量 11. 静不定问题 12. 圆轴的塑性扭转 13. 剪流 14. 闭口薄壁管的弹性扭转	
§ 5.2 题解	65
§ 5.3 补充题	78
✓ 第六章 剪力与弯矩	81
§ 6.1 基本内容	81
1. 梁的定义 2. 悬臂梁 3. 简支梁 4. 外伸梁 5. 静定梁	
6. 静不定梁 7. 载荷种类 8. 梁的内力与内力矩 9. 抵抗力矩	
10. 阻抗剪力 11. 弯矩 12. 剪力 13. 符号规则 14. 剪力方程与弯矩方程 15. 剪力图与弯矩图 16. 载荷集度、剪力与弯矩间的关系 17. 奇异函数	
§ 6.2 题解	84
§ 6.3 补充题	100
第七章 平面面积的形心、面积二次矩与面积极矩	109
§ 7.1 基本内容	109
1. 微面积的一次矩 2. 有限面积的一次矩 3. 面积的形心 4. 微面积的二次矩 5. 有限面积的二次矩 6. 二次矩的单位 7. 有限面积二次矩的平行轴定理 8. 组合面积的面积二次矩 9. 回转半径 10. 微面积的极矩 11. 有限面积的极矩 12. 极矩的单位 13. 有限面积积矩的平行轴定理 14. 组合面积的积矩 15. 面积的主二次矩 16.	

主:轴

§ 7.2 题解	112
----------	-----

§ 7.3 补充题	123
-----------	-----

✓第八章 梁的应力	126
-----------	-----

§ 8.1 基本内容	126
------------	-----

I 梁的平面弯曲

1. 梁上作用载荷的形式
2. 弯曲的效果
3. 弯曲的种类
4. 梁的性质
5. 中性面
6. 中性轴
7. 弯矩

II 梁的弹性弯曲

1. 梁的正应力
2. 中性轴的位置
2. 抗弯截面模量
4. 假设
5. 剪力
6. 梁的剪应力

III 梁的塑性弯曲

1. 弹塑性作用
2. 全塑性作用
3. 中性轴的位置
4. 全塑性弯矩

§ 8.2 题解	129
----------	-----

I 梁的弹性弯曲

II 梁的塑性弯曲

§ 8.3 补充题	157
-----------	-----

第九章 梁的弹性变形: 二次积分法	161
-------------------	-----

§ 9.1 基本内容	161
------------	-----

1. 引言
2. 梁变形的定义
3. 梁变形的重要性
4. 确定梁变形的方
- 法
5. 二次积分法
6. 积分步骤
7. 符号规则
8. 假设与限制

§ 9.2 题解	163
----------	-----

§ 9.3 补充题	187
-----------	-----

第十章 梁的弹性变形: 力矩—面积法	192
--------------------	-----

§ 10.1 基本内容	192
-------------	-----

1. 引言
2. 问题的提法
3. 力矩—面积第一定理
4. 力矩—面积第
- 二定理
5. 符号规则
6. 应用力矩—面积法的方法步骤
7. 力矩—面
- 积法与二次积分法的比较
8. 假设与限制

§ 10.2 题解	193
-----------	-----

§ 10.3 补充题	207
------------	-----

第十一章 梁的弹性变形: 奇异函数法	210
--------------------	-----

§ 11.1 基本内容	210
-------------	-----

§ 11.2 题解	211
-----------	-----

§ 11.3 补充题	219
------------	-----

第十二章 静不定弹性梁	222
§ 12.1 基本内容	222
1. 静定梁 2. 静不定梁 3. 静不定梁的种类 4. 梁变形方程的性质	
5. 三弯矩定理 6. 假设与限制	
§ 12.2 题解	223
§ 12.3 补充题	241
第十三章 弹性梁理论专题	246
§ 13.1 基本内容	246
1. 剪力中心 2. 非对称弯曲 3. 曲梁	
§ 13.2 题解	247
I 剪力中心	
II 非对称弯曲	
III 曲梁	
§ 13.3 补充题	263
第十四章 梁的塑性变形	266
§ 14.1 基本内容	266
1. 引言 2. 塑性铰 3. 全塑性弯矩 4. 塑性铰的位置 5. 毁坏机构	
6. 极限载荷	
§ 14.2 题解	267
§ 14.3 补充题	277
第十五章 柱	280
§ 15.1 基本内容	280
1. 柱的定义 2. 柱的破坏形式 3. 柱临界载荷的定义 4. 柱的长细比	
5. 细长柱的临界载荷 6. 偏心承载柱的设计 7. 非弹性柱的屈曲	
8. 中等长细比较的设计公式 9. 梁柱 10. 弹性线 11. 由“随从”力产生的屈曲	
§ 15.2 题解	282
§ 15.3 补充题	304
第十六章 应变能法	307
§ 16.1 基本内容	307
1. 应变能 2. 符号规则 3. 卡斯提里阿诺定理 4. 在静定问题上的应用	
5. 在静不定问题上的应用 6. 假设与限制	
§ 16.2 题解	308
§ 16.3 补充题	328

第十七章 复合应力.....334

§ 17.1 基本内容.....334

1. 引言 2. 二向应力的一般情形 3. 符号规则 4. 斜截面上的应力
5. 主应力 6. 主应力的方向与主平面 7. 主平面上的剪应力 8. 最大剪应力
9. 最大剪应力的方向 10. 最大剪应力截面上的正应力
11. 莫尔圆 12. 莫尔圆的符号规则 13. 用莫尔圆求主应力 14. 用莫尔圆求任意截面上的应力

§ 17.2 题解.....337

§ 17.3 补充题.....366

第十八章 承受组合载荷的杆件: 强度理论.....369

§ 18.1 基本内容.....369

1. 承受轴向偏心载荷的杆件 2. 承受内压与轴向拉伸组合载荷的圆筒
3. 承受扭转与轴向拉伸组合载荷的圆筒 4. 承受轴向拉伸与扭转组合载荷的圆轴
5. 承受弯曲与扭转组合载荷的圆轴 6. 承受组合载荷杆件的设计
7. 最大正应力理论 8. 最大剪应力理论 9. 胡勃-米才斯-汉基(最大变形能)理论

§ 18.2 题解.....371

§ 18.3 补充题.....380

第十九章 弹性理论.....382

§ 19.1 基本内容.....382

1. 应力集中 2. 边界条件 3. 圣维南原理 4. 专用符号 5. 体力
6. 面力 7. 平衡方程 8. 协调方程 9. 弹性问题的解
10. 艾雷应力函数

§ 19.2 题解.....384

§ 19.3 补充题.....411

第一章 拉伸与压缩

§ 1.1 基本内容

I 力的内效应

在本书里，我们将研究作用在物体上的力所引起的**内效应**。在研究材料力学时，物体本身不再象静力学里那样被认为是绝对刚体。物体在不同载荷作用下的变形计算则是我们主要关心的问题之一。

1. 轴向受力杆

我们开始先研究最简单的情况：一金属等直杆的两端作用一对方向相反、作用线与杆的纵轴重合的力，这对力且通过杆的各横截面的形心。根据静力平衡，这两个力的大小必相等。如果两力的方向是向外的，则杆被**拉伸**；如果二力的方向向里，则杆被**压缩**。这两种情况如图1-1所示。

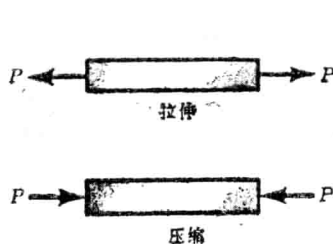


图 1—1

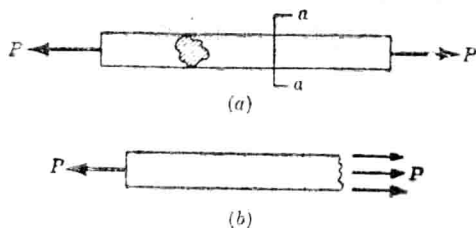


图 1—2

在这样一对外力作用下，杆内将产生内力，内力可以这样来研究：假想一平面通过杆上任意处且垂直于杆的轴线，此假想平面如图1-2(a)中 $a-a$ 所示。该平面不能离杆的两端太近，其理由在本书后面讨论。为了分析方便，假设我们移去截面右段[图1-2(b)]，那么它一定要用作用在左段的什么效应来代替。用这种截面法，对保留部份来说，原来的内力变为外力。由于左段是平衡的，这种“效应”一定是一个大小为 P 的水平力，此力的方向垂直于截面 aa ，大小等于该截面上法向分布力的合力。

2. 内力的分布

在这里，有必要对这些分布力的变化方式作一定的假设。由于作用力 P 通过形心，因此常常假设这些分布力是均匀分布在横截面上的。因为杆内的晶粒方向是无规则的，这种均布难以置信。作用在横截面上很小的微面积上的力，其精确值与该点晶体结构性质和方向密切相关。但是，无论如何，用均匀分布的假设来描述这些分布在整个截面上的应力是满足工程上的精确度的。

3. 正应力

为了便于比较,我们最好用单位横截面上的法向力来代替上述很小的微面积上的内力。单位面积上法向力的集度叫做**正应力**,表示为单位面积上的力,即 Nm^{-2} (帕斯卡)。**总应力**这个词常常用来表示总的轴力。如果作用于杆的两端的力使杆处于拉伸状态,则杆内产生**拉应力**;如果杆处于压缩状态,则有**压应力**。杆两端作用力的作用线通过杆的每个横截面的形心,这一点是很重要的。

4. 试件

图1-2(a)所示的轴向载荷是结构与机械设计中常常遇到的。在试验室里,将试件夹在电动齿轮型试验机上或液压试验机上以模拟这种载荷。这两种试验机经常用来在试验室内作材料的轴向拉伸试验。

为了使材料试验技术标准化,各国有关团体公布了世界各国通用的规范。不同的金属和非金属材料的拉伸试件,至少有二十种以上的型号。现在,我们在这里仅介绍两种试件:一种是厚度大于5mm的金属板状试件,如图1-3所示;另一种是直径大于37.5mm的金属棒状试件,如图1-4所示。这些试件的尺寸是由美国材料试验协会(ASTM)规定的,试件的两端可随试验机的夹头形状不同而不同。从这些图中可以看出,试件的两端比中间部分尺寸要大些,这样才不至于在被夹部分破坏。规定所示的圆角,是为了避免在两横向尺寸过渡区产生所谓的应力集中。测量伸长的标距,在板状试件为200mm,在棒状试件为50mm。

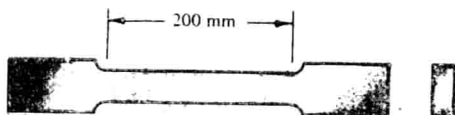


图 1—3

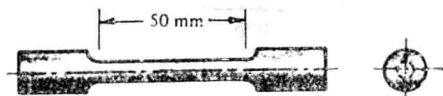


图 1—4

测量伸长可以用机械的或光学的引伸仪,也可以用电阻应变仪。这种应变仪包括许多与试件轴线方向一致的非常细的金属丝。当杆件伸长时,金属丝的电阻发生变化,用惠斯通电桥可测出这种电阻变化并转换为伸长。

5. 正应变

假设试件已安装在拉伸试验机上,在试件的两端逐渐施加拉力。标距中间的伸长量可由上述方法按轴向载荷的任意预定增量来测出。单位长度的伸长量称为正应变,以 ϵ 表示,它可由这些数值中的总伸长量 Δ 除以标距长度 L 求得,即 $\epsilon = \Delta/L$,无量纲。

6. 应力-应变曲线

当轴向载荷按增量逐渐增加时,在试件破坏前,对应载荷的每一增量,可测出标距内的总伸长量。由于已知试件的原始横截面面积,仅利用下列关系式就可得到在任意轴向载荷时的**正应力**

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

式中 P 表示轴向载荷，单位为牛顿； A 表示原始横截面积。有了许多对正应力 σ 和正应变 ϵ 的数值，用这些数值分别做纵坐标和横坐标，可以绘出一条曲线，这就是这种材料在这种载荷作用下的应力-应变曲线或应力-应变图。不同材料的应力-应变图的形状也不相同。图1-5为中碳结构钢的应力-应变图，图1-6为一种合金钢的 σ - ϵ 图，图1-7是硬钢和某些有色金属的 σ - ϵ 图，有色金属合金和铸铁的 σ - ϵ 图如图1-8所示。图1-9为橡皮的典型 σ - ϵ 图。

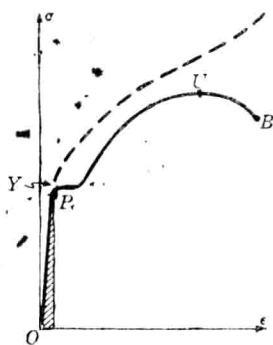


图 1—5

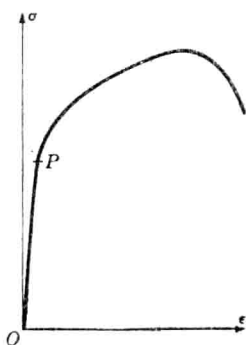


图 1—6

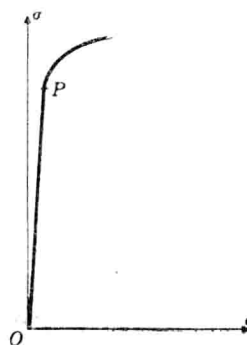


图 1—7

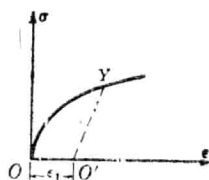


图 1—8

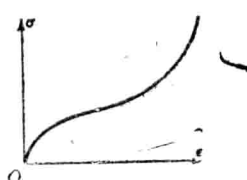


图 1—9

7. 塑性材料与脆性材料

金属工程材料通常分为塑性材料和脆性材料两种。塑性材料如结构钢或铝，在断裂前具有比较大的拉伸应变，而脆性材料在断裂前仅有比较小的应变。常用应变0.05作为区分这两种材料的界限。铸铁和混凝土是典型的脆性材料。

8. 虎克定律

对有图1-5、1-6或1-7应力-应变图的任意一种材料来说，在应变数值相当小时，应力与应变显然是线性关系。这种伸长与轴力间的线性关系（因这些量与应变或应力仅差一个常数）首先是由R. 虎克在1678年发表的，故称为虎克定律。我们常以下式表示材料在这种初始线性范围内的关系

$$\sigma = E\epsilon$$

式中 E 表示图1-5、1-6、1-7各个曲线上直线 OP 部分的斜率。

9. 弹性模量

量 E 是应力与应变的比值, 称为材料在拉伸时的**弹性模量**或**杨氏模量**。由于应变是个纯粹数字 (因为是两个长度的比值), 显然 E 的单位与应力的单位是一致的。许多常用工程材料拉伸时的弹性模量与压缩时的弹性量很接近。应特别注意, 本书中讨论的材料性质除特别声明外, 都限制在应力-应变图中的线性范围内。

尽管我们引用的 E 值与实际数值有 5% 以内的差值, 但为了避免不必要的计算, 本书采用的 E 值仍是近似的。特殊材料的 E 值可以从手册或产品目录中查出。在所有的实际场所要尽力测出精确的材料数据。

II 材料的机械性质

图1-5所示的应力-应变图可以用来表示材料机械性质的某些特征, 这就是:

1. 比例极限

点 P 的纵坐标称为**比例极限**, 即在简单拉伸试验时, 应力是应变的线性函数时的最大应力值。具有图1-8所示的应力-应变图的材料则没有比例极限。

2. 弹性极限

几乎与点 P 相重合的一点的纵坐标称为**弹性极限**, 即在简单拉伸试验时, 完全卸荷后没有永久变形或残余变形的最大应力值。由于很多材料的弹性极限与比例极限的数值几乎相等, 因此这两个名词有时是同义词。在这两个数值有比较明显的区别时, 弹性极限总比比例极限大。

3. 弹性范围与塑性范围

应力-应变曲线从原点到弹性极限, 这一个范围称为**弹性范围**。从弹性极限到断裂点的范围称为**塑性范围**。

4. 屈服点

不增加应力而应变增加, 此点 Y 的纵坐标称为材料的**屈服点**, 以 σ_{YP} 表示。当载荷增加到点 Y 后, 就说发生了屈服现象。有些材料在应力-应变曲线上出现两个屈服点, 这两个屈服点分别称为“上屈服点”和“下屈服点”。

5. 极限强度或拉伸强度

点 U 的纵坐标是曲线上的最大纵坐标值, 称为材料的**极限强度**或**拉伸强度**。

6. 断裂强度

点 B 的纵坐标称为材料的**断裂强度**。

7. 回弹模量

当拉力由零逐渐增加到弹性极限时, 在材料单位体积所做的功称为**回弹模量**, 这可用应力-应变曲线从原点到弹性极限下面的面积来计算, 如图1-5中的阴影部分。回弹模量的单

位是 Nmm^{-2} ，回弹模量是材料在弹性范围内吸收能量的能力。

8. 韧性模量

当拉力由零逐渐增加直到试件断裂，这时材料单位体积所作的功称为**韧性模量**。这可由应力-应变曲线从原点到断裂的全部面积来计算。材料的韧性模量是其在塑性范围内吸收能量的能力。

9. 面积收缩率

原始横截面积与断裂时面积的减少量除以原面积再乘以100，称为**面积收缩率**。但要注意，当在杆上施加拉力时，其横截面减少，但计算正应力时仍用原面积。如图1-5的曲线那样。当应变愈加增大时，考虑瞬时横截面积（在逐渐减小）就愈重要。如果这样，便可得到**真实应力-应变曲线**，这种曲线如图1-5中虚线所示。

10. 延伸率

拉断后标距长度之增量除以标距的原长再乘以100称为**延伸率**。面积收缩率和延伸率都是测定材料的**塑性**指标。

11. 工作应力

上述强度性能可以用作选择所谓**工作应力**。在本书中所有工作应力都在材料的弹性范围内。工作应力为屈服极限或极限应力除以**安全系数**。安全系数的选择是根据设计者的判断和经验而定的。有些特殊的安全系数在建筑规范中都有规定（见题1.4，1.12，1.13）。

12. 应变硬化

如果塑性材料在屈服点外区能承受相当大的应力而未断裂，这种现象称为**应变硬化**。许多结构金属都有这种现象。

图1-8所示的脆性材料的非线性应力-应变曲线，它表示了某些其他机械性质，如果应力-应变曲线有一线性范围，则这些机械性质不存在。它们是

13. 屈服强度

当卸载后材料有一永久变形，此时应力-应变曲线上的纵坐标称为材料的**屈服强度**，这种永久变形通常取应变的0.002或0.0035。这些数值当然是任意取的。在图1-8中，永久变形 ϵ_1 在应变轴上标出，作 $O'Y$ 平行于曲线的初始切线，点 Y 的纵坐标就表示材料的屈服强度，有时也称为**试验应力**。

14. 正切模量

应力对应变的变化率称为材料的**正切模量**。这是一个很基本的瞬时模量，表示为

$$E_t = d\sigma/d\epsilon$$

在设计时常用材料的其他性质还有：

15. 线膨胀系数

当开氏（K）温度变化一度时，直杆单位长度的变化定义为**线膨胀系数**，此系数的数值

与长度的单位无关而仅与使用的温度标度有关。通常我们采用开氏温标。如果这样，钢的线膨胀系数 α 为 $12 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ 。在结构中由于温度变化所产生的内应力，同施加载荷产生的内应力是一样的（见题1.7）。

16. 泊松比

当杆件受简单拉伸载荷作用时，在载荷方向杆的长度会增大，而在垂直于载荷方向的侧向尺寸则会减小。侧向应变与轴向应变之比值称为**泊松比**，在本书中，以希腊字母 μ 表示。大多数金属的泊松比在0.25~0.35的范围内，见题1.16~1.20。

17. 广义虎克定律

当载荷完全沿一直线即单轴作用时，轴向拉伸的虎克定律简式在前面已经给出，它仅考虑在载荷方向的变形，其形式为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

但在更普遍的情况下，材料的单元体上作用有三个互相垂直的正应力 σ_x 、 σ_y 、 σ_z ，同时伴随产生应变 ε_x 、 ε_y 、 ε_z 。由于泊松效应引起的侧向缩短的应变分量与直接应变分量相迭加，我们可得广义虎克定律

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

见题1.17与1.20。

III. 弹塑性分析

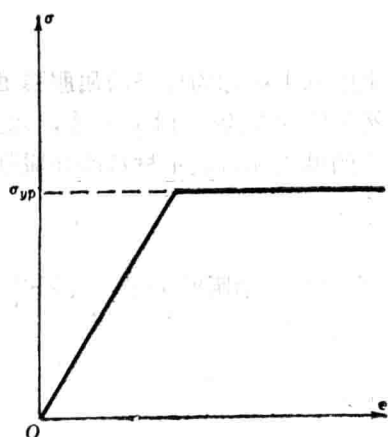


图 1-10

某些结构常常允许在材料的塑性范围内产生应力与变形。一些建筑规范允许特殊结构承受塑性变形。有些飞机与火箭的构件为了减轻重量而精心设计在塑性范围工作。此外，许多金属成型工艺过程包含着材料的塑性作用。对低、中碳结构钢的微小塑性应变，常常将应力-应变曲线(图1-5)理想化为两条直线：一条直线的斜率为 E ，代表弹性范围；另一条的斜率为零，代表塑性范围，如图1-10所示。它代表所谓**弹性、完全塑性材料**。它不考虑图1-5右部所示的应变硬化范围内所产生的较大塑性变形，见题1.21。