

21世纪高职高专规划教材

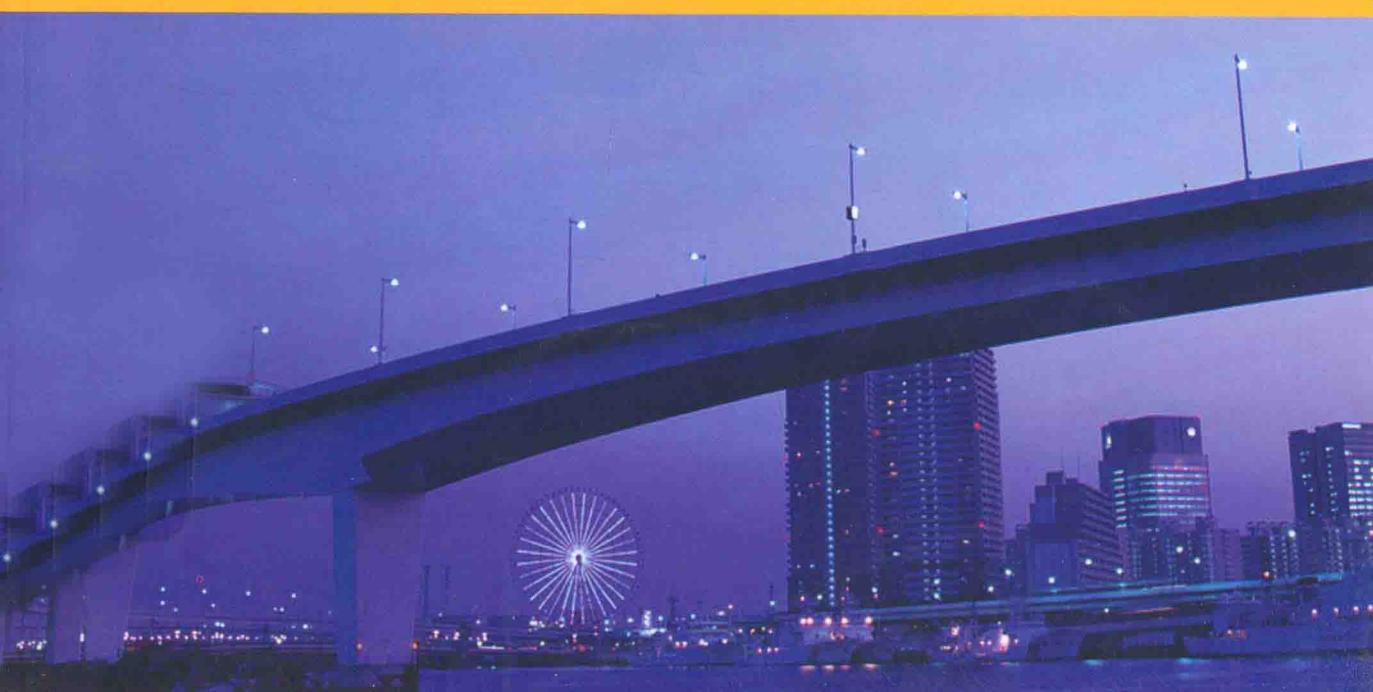
主编 张慧珍

# 工程力学

GONGCHENG LIXUE



武汉理工大学出版社



21世纪尚职尚专规划教材

# 工程力学

主编 张慧珍

副主编 代宏伟

主审 乔治远

武汉理工大学出版社

## 内 容 提 要

全书共 12 章,分为三部分。第 1 至 3 章为第一部分,主要讨论静力学理论基础、结构的组成规则及划分方法、静定结构的约束反力计算等;第 4 至 10 章为第二部分,主要讨论静定情况下常用杆件的强度、刚度和受压杆件的稳定性等问题;第 11 和 12 章为第三部分,主要讨论超静定结构的两种计算方法,即位移法和力矩分配法。

本书可作为高职高专院校土建类及相关专业的教学用书,还可供相关专业工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/张慧珍主编. —武汉:武汉理工大学出版社,2011. 2

ISBN 978-7-5629-3412-7

I . ① 工… II . ① 张… III . ① 工程力学-高等学校:技术学校-教材 IV . ① TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 021070 号

项目负责人:田道全

责任编辑:田道全 周中亮

责任校对:段争鸣

装帧设计:陶 治

出版发行:武汉理工大学出版社(武汉市洪山区珞狮路 122 号 邮编 430070)

<http://www.techbook.com.cn> 理工图书网

经 销 者:各地新华书店

印 刷 者:武汉理工大印刷厂

开 本:787×1092 1/16

印 张:15

字 数:384 千字

版 次:2011 年 2 月第 1 版

印 次:2011 年 2 月第 1 次印刷

印 数:1—3000 册

定 价:30.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线电话:(027)87394412 87383695 87384729

版权所有,盗版必究。

## 前　　言

为适应高职教育大众化的发展趋势,培养高素质技能型人才,同时为专业课学习和工程实践奠定基础,我们针对力学课程少学时的改革实际编写了这本《工程力学》。该教材的编写本着“适度够用”的原则,立足体现高职教学改革的指导方针,并充分考虑高职学生的文化基础,在内容的编排上淡化逻辑论证,使例题与习题尽量贴近专业,着重培养学生解决与建筑工程相关问题的能力。

本教材适用于高职高专院校建筑工程类专业的力学课程教学。

本教材由张慧珍任主编,代宏伟任副主编,乔治远任主审。绪论和第1、2章由张慧珍编写,第3、9、12章由杨瑞芳编写,第4、5、7章由代宏伟编写,第6、8章由张雅静编写,第10章由孙长青编写,第11章由王赞编写,全书由张慧珍统稿。

由于我们的水平有限,内容难免有不妥之处,恳请专家、同行及读者批评指正。

编　者

2010年12月

# 目 录

<b>0 绪论</b>	.....	(1)
0.1 工程力学的研究对象	.....	(1)
0.2 课程的主要内容	.....	(2)
0.3 课程的任务	.....	(2)
0.4 学习本课程的基本要求和方法	.....	(2)
<b>1 工程力学基本知识</b>	.....	(3)
1.1 力、力系及平衡的概念	.....	(3)
1.1.1 力的概念	.....	(3)
1.1.2 力系的概念	.....	(4)
1.1.3 平衡的概念	.....	(4)
1.1.4 刚体的概念	.....	(4)
1.2 静力学基本公理	.....	(4)
1.3 约束和约束反力	.....	(8)
1.4 物体的受力分析与受力图	.....	(12)
1.5 力在平面直角坐标轴上的投影及合力投影定理	.....	(16)
1.5.1 力在平面直角坐标轴上的投影	.....	(16)
1.5.2 合力投影定理	.....	(18)
1.6 力矩和平面力偶系	.....	(19)
1.6.1 力矩	.....	(19)
1.6.2 力偶	.....	(20)
本章小结	.....	(23)
复习思考题	.....	(24)
<b>2 平面杆件体系的几何组成分析</b>	.....	(27)
2.1 名词介绍及自由度的计算	.....	(28)
2.1.1 名词介绍	.....	(28)
2.1.2 体系自由度的计算	.....	(29)
2.2 平面几何不变体系的组成规则	.....	(31)
2.2.1 基本的三角(铰)形规律	.....	(31)
2.2.2 虚铰	.....	(33)
2.3 几何组成分析举例	.....	(34)
2.4 杆件结构的分类	.....	(37)
2.4.1 静定结构与超静定结构	.....	(37)
2.4.2 超静定次数的确定方法	.....	(38)
本章小结	.....	(39)

复习思考题	(39)
<b>3 静定结构的平衡计算</b>	(41)
3.1 力的平移定理和平面一般力系的简化	(41)
3.1.1 力的平移定理	(41)
3.1.2 平面一般力系向作用面内任一点的简化——主矢量和主矩	(42)
3.2 平面一般力系的平衡方程	(44)
3.2.1 平面一般力系平衡方程的基本形式	(44)
3.2.2 平面一般力系平衡方程的其他形式	(45)
3.2.3 平面一般力系平衡方程的应用	(45)
3.3 平面特殊力系的平衡方程及其应用	(49)
3.3.1 平面汇交力系的平衡方程及其应用	(49)
3.3.2 平面平行力系的平衡方程及其应用	(50)
3.3.3 平面力偶系的平衡方程及其应用	(51)
3.4 物体系统的平衡问题	(51)
本章小结	(54)
复习思考题	(55)
<b>4 变形固体的基本知识与杆件的变形形式</b>	(58)
4.1 变形固体及其基本假设	(58)
4.1.1 变形固体	(58)
4.1.2 基本假设	(58)
4.2 杆件变形的基本形式	(59)
4.2.1 杆件的几何特征及分类	(59)
4.2.2 杆件变形的基本形式及特点	(59)
本章小结	(60)
<b>5 轴向拉伸和压缩</b>	(61)
5.1 轴向拉伸和压缩的概念	(61)
5.2 轴向拉压杆的内力	(61)
5.2.1 内力及其求法	(61)
5.2.2 轴向拉(压)杆的内力——轴力	(62)
5.2.3 轴力图	(64)
5.3 轴向拉压杆的应力及强度计算	(65)
5.3.1 应力的概念	(65)
5.3.2 拉压杆横截面上的应力	(66)
5.3.3 轴向拉压杆的强度条件	(68)
5.4 轴向拉压杆的变形·胡克定律	(72)
5.4.1 轴向变形·胡克定律	(72)
5.4.2 横向变形·泊松比	(73)
5.5 材料在拉伸和压缩时的力学性质	(74)
5.5.1 材料拉伸时的力学性质	(75)

5.5.2 材料压缩时的力学性质	(77)
5.5.3 容许应力的确定	(78)
5.6 应力集中的概念	(78)
本章小结	(79)
复习思考题	(79)
<b>6 截面的几何性质</b>	(83)
6.1 截面的形心和静矩	(83)
6.1.1 形心	(83)
6.1.2 静矩	(85)
6.2 惯性矩、极惯性矩、惯性积和惯性半径	(87)
6.2.1 惯性矩	(87)
6.2.2 极惯性矩	(87)
6.2.3 惯性积	(88)
6.2.4 惯性半径	(88)
6.2.5 组合图形的惯性矩	(91)
6.3 形心主轴和形心主惯性矩	(93)
本章小结	(94)
复习思考题	(95)
<b>7 静定梁的内力与强度</b>	(97)
7.1 基本概念	(97)
7.1.1 弯曲及平面弯曲的概念	(97)
7.1.2 梁的分类	(97)
7.2 梁的内力	(98)
7.2.1 梁的内力——剪力和弯矩	(98)
7.2.2 剪力和弯矩的正负号规定	(99)
7.2.3 用截面法求指定截面上的剪力和弯矩	(99)
7.2.4 用直接法计算截面上的剪力和弯矩	(101)
7.3 梁的内力图	(103)
7.3.1 剪力方程和弯矩方程	(103)
7.3.2 剪力图和弯矩图	(103)
7.3.3 剪力、弯矩和荷载集度之间的微分关系及其应用	(106)
7.4 梁的正应力及其强度计算	(113)
7.4.1 梁横截面上的正应力	(113)
7.4.2 梁的正应力强度条件及计算	(116)
7.5 梁的剪应力及其强度计算	(119)
7.5.1 梁横截面上的剪应力	(119)
7.5.2 梁的剪应力强度条件及其计算	(120)
7.6 提高梁的抗弯强度的措施	(121)
7.6.1 选择合理的截面形状	(121)

7.6.2 采用变截面梁和等强度梁	(122)
7.6.3 设法改善梁的受力情况	(122)
本章小结	(124)
复习思考题	(124)
<b>8 平面弯曲变形与梁的刚度及结构位移</b>	(129)
8.1 平面弯曲梁的变形	(129)
8.2 挠曲线近似微分方程及简单应用	(130)
8.2.1 挠曲线近似微分方程	(130)
8.2.2 用积分法计算梁的变形	(130)
8.2.3 用叠加法计算梁的变形	(136)
8.3 梁的刚度条件	(138)
8.3.1 梁的刚度条件概念	(138)
8.3.2 梁的刚度条件的应用(只考虑挠度)	(139)
8.3.3 提高梁抗弯刚度的措施	(140)
8.4 静定结构的位移计算	(142)
8.4.1 杆系结构的位移	(142)
8.4.2 虚功原理	(142)
8.4.3 静定桁架结构在荷载作用下的位移计算	(144)
8.4.4 图乘法——计算静定梁和静定刚架由于荷载作用在某处产生的位移	(145)
本章小结	(150)
复习思考题	(151)
<b>9 组合变形</b>	(154)
9.1 组合变形的概念	(154)
9.2 斜弯曲	(154)
9.2.1 正应力计算	(155)
9.2.2 正应力强度条件	(156)
9.3 偏心压缩	(159)
9.3.1 单向偏心压缩	(159)
9.3.2 双向偏心拉伸(压缩)	(159)
9.3.3 截面核心	(162)
本章小结	(162)
复习思考题	(163)
<b>10 压杆稳定</b>	(166)
10.1 压杆稳定简介	(166)
10.1.1 稳定问题的提出	(166)
10.1.2 压杆稳定的概念	(166)
10.2 细长压杆的临界力	(167)
10.2.1 两端铰支细长压杆的临界力	(167)
10.2.2 其他支承情况下细长压杆临界力的欧拉公式	(167)

10.3 临界应力与欧拉公式的适用范围	(169)
10.3.1 临界应力	(169)
10.3.2 欧拉公式的适用范围	(170)
10.3.3 超出比例极限时压杆的临界应力、临界应力总图	(170)
10.4 压杆的稳定计算	(171)
10.4.1 压杆稳定条件	(171)
10.4.2 压杆稳定条件的应用	(176)
10.5 提高压杆稳定性的措施	(179)
本章小结	(180)
复习思考题	(180)
<b>11 位移法</b>	(184)
11.1 超静定结构概述	(184)
11.2 位移法的基本概念	(185)
11.3 位移法的基本未知量	(187)
11.3.1 结点转角位移	(187)
11.3.2 独立结点线位移	(187)
11.3.3 位移法的基本未知量	(188)
11.4 等截面直杆的转角位移方程	(188)
11.4.1 杆端位移引起的杆端弯矩和杆端剪力	(189)
11.4.2 固端弯矩和固端剪力	(189)
11.4.3 等截面直杆的转角位移方程	(191)
11.5 无结点线位移刚架和连续梁的计算	(192)
11.6 有结点线位移刚架的计算	(197)
本章小结	(199)
复习思考题	(199)
<b>12 力矩分配法</b>	(201)
12.1 力矩分配法的三要素	(201)
12.2 力矩分配法的基本原理	(203)
12.2.1 力矩分配法的基本原理概述	(203)
12.2.2 单结点结构的力矩分配法	(204)
12.3 多结点结构的力矩分配法	(206)
本章小结	(213)
复习思考题	(213)
<b>附录 型钢表</b>	(215)
<b>参考文献</b>	(228)

# 0 絮 论

## 0.1 工程力学的研究对象

在人类的生产、生活环境,存在着多种工业、行业工程及其建造物(图 0.1)。这些建造物的设计与计算都和力学知识密切相关。

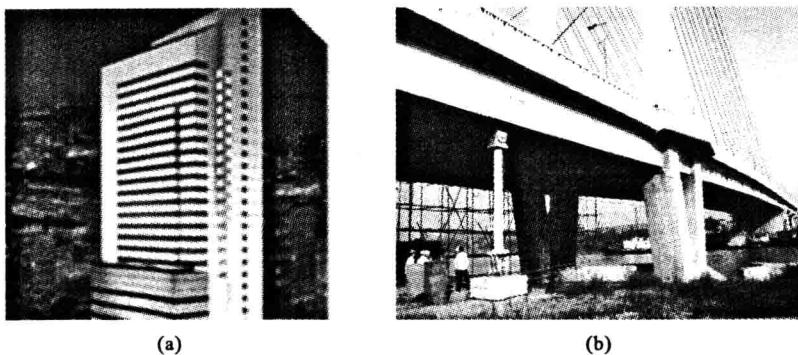


图 0.1 工业、行业工程及其建造物

在建筑物中,承受并传递荷载的同时又起骨架作用的部分称为结构。组成结构的基本部分(每一个单个物体)叫做构件。例如,建筑物中的梁、柱、板以及道路与桥梁工程中的梁、支柱、桥墩、基础等都是常见的构件。在工程中,人们总是习惯于把主动作用在建筑物和工程结构上的力叫做荷载。任何建筑在其建造和使用的过程中都要受到荷载的作用。

薄壁构件、实体构件和杆件构件是工程中最常用的三种构件。其中,杆件构件是指那些一个方向的尺寸远大于另外两个方向的尺寸的构件。杆件是工程结构中应用较多的构件,图 0.2(c)所示梁和图 0.2(d)所示柱均为单个杆件式的结构,而图 0.2(a)所示排架和图 0.2(b)所示桁架则都是由多根杆件组成的结构。该课程主要讲述杆件及平面杆件结构的力学计算问题。

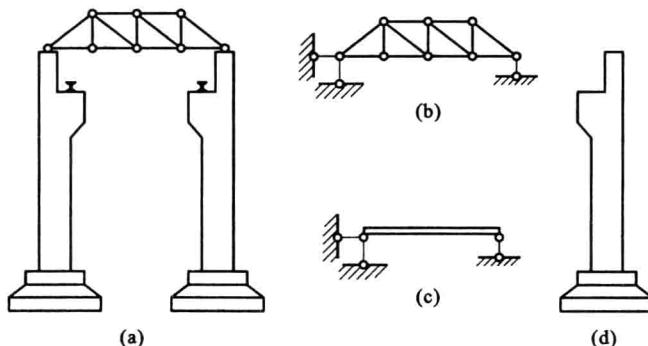


图 0.2 杆件构件

(a) 排架;(b) 桁架;(c) 梁;(d) 柱

## 0.2 课程的主要内容

本教材由传统三大力学(理论力学、材料力学、结构力学)中与工程结构设计密切相关的内  
容整合而成。它集合了三大力学与传统建筑力学之经脉,涵盖了静力学理论基础,静力平衡计  
算基础,结构的几何组成分析,两种常见基本变形构件的强度、刚度和稳定性的计算,部分超静  
定结构内力计算等内容。

## 0.3 课程的任务

本课程的任务是为结构和构件的设计提供理论依据和计算方法。工程力学可以保障结构  
或构件安全、正常而又经济合理的使用,其实质就是要研究结构和构件的承载能力。

承载能力是指研究对象承受荷载的能力。它包括结构和构件的强度、刚度、稳定性。

强度是指结构或构件抵抗破坏的能力。结构或构件满足相应的强度条件,才能够安全、正  
常地投入使用。有关这方面的计算统称为强度计算。

刚度是指结构或构件抵抗变形的能力。在一定荷载作用下,刚度小就意味着会产生较大的  
变形。为了使杆件或结构不至于因受力后产生的变形影响其正常使用,甚至造成危险,应该  
对一些安全性能要求较高的构件或结构进行刚度计算,以使得它能够满足有关变形方面的要  
求,即满足刚度要求。

稳定性是指构件保持原有的平衡状态的能力。这里,稳定性主要是针对受轴向压力作用  
的细长杆件进行的一种特殊计算,是为了防止受轴向压力作用的立柱类构件因受压变弯失去  
原有的直线状态的平衡能力而最终导致安全隐患发生。

## 0.4 学习本课程的基本要求和方法

工程力学是学习其他专业知识的必要的专业基础。在学习过程中,同学们应注意掌握各  
部分内容之间的联系以及分析解决问题的基本方法;要注重多练,通过一定数量的习题训练,  
对所学内容加以复习巩固。即注意对问题进行分析、思考和归纳总结,明确力学中解决问题的  
一般方法和思路。具体要求如下:

- (1) 掌握物体在平衡状态下所受到的各个力之间的关系,熟练地对一些物体系统进行受  
力分析,准确地选取研究对象并以它为分离体画出受力图;
- (2) 熟练地应用平衡条件和平衡方程进行平衡计算;
- (3) 理解杆件基本变形的形式及其所产生的内力,掌握重要变形形式杆件的内力、应力、  
变形的计算方法;
- (4) 能够应用强度和刚度条件进行主要变形杆件的强度计算、刚度计算;
- (5) 理解受压杆件的临界力的计算方法及其保持稳定的条件;
- (6) 了解低碳钢及铸铁的力学性能;
- (7) 掌握杆件结构的几何组成规律,正确判断结构的类型;
- (8) 了解超静定结构的特征,至少掌握一种超静定结构内力的计算方法。

# 1 工程力学基本知识

## 【学习目标】

- (1) 理解力的相关概念；
- (2) 正确应用静力学基本公理；明确工程中常用的约束及其约束反力；
- (3) 熟练绘制研究对象的受力图；
- (4) 掌握力的投影、力矩与力偶矩的计算方法。

### 1.1 力、力系及平衡的概念

#### 1.1.1 力的概念

力是物体间相互的机械作用。这种作用的效果会使物体的运动状态发生变化(外效应)，使物体发生变形(内效应)。既然力是物体与物体之间的相互作用，那么，力不可能脱离物体而单独存在。有受力物体就必定有施力物体。

在工程力学中，力的作用方式一般有两种情况：一种是两物体相互接触时，它们之间产生相互作用力；另一种是地球对物体产生的吸引力，也就是物体的重力。

实践经验表明，力对物体的作用效果取决于力的大小、方向和作用点，即力的三要素。力的大小表示力对物体作用的强弱，由数据和计量单位组成，其常用计量单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)；力的方向包括力的作用线在空间的方位以及力的指向；力的作用点表示力对物体的作用位置(力的作用位置实际上有一定的范围，不过当作用范围与物体相比很小时，可近似地看做是一个点，这个点在一般情况下都是指物体在接触处的几何中心)。力的三要素中，有任何一要素改变时，都会对物体产生不同的作用效果。

因为力是一个有大小和方向的量，所以力是矢量。通常，力矢量用一带箭头的线段来表示，见图 1.1。图中，线段的长度表示力的大小；线段与某参照直线(通常为  $x$  轴)的夹角表示力的方位角；箭头表示力的指向；带箭头线段的起点或终点都可以是力的作用点。当用图解的方法根据已知力求解未知力时，必须如实地在图中反映已知力的要素。在图 1.1 中，按所取比例尺可以量得力  $F$  的大小是  $2h$  kN，力  $F$  与水平线成  $\alpha$  角，指向右上方且作用在物体的  $A$  点上。

力矢量常用黑体大写字母表示，如  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{Q}$  等。而  $F$  只表示力矢量的大小。例如图 1.1 中力  $F$  的大小为： $F = 2h$  kN。

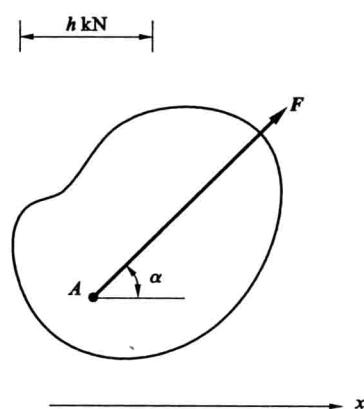


图 1.1

### 1.1.2 力系的概念

同时作用于同一个物体上的一群力或多个力叫做一个力系。建筑物中的任何一个构件都承受着力系的作用。没有哪个物体只受一个力的作用就能处于静止状态。

### 1.1.3 平衡的概念

(1) 平衡是指相对于地面保持静止或做匀速直线运动的状态。如桥梁、房屋、被吊起而做匀速直线运动的重物等,都处于平衡状态。平衡是物体运动中的一种特殊状态,也是绝大多数建筑物所处的状态。

(2) 物体平衡时,作用于其上的各力所必须满足的条件称为力系的平衡条件。

力系的平衡条件在工程实际中有着十分重要的作用。在设计工程结构及构件时,需要先分析构件的受力情况,再应用平衡条件计算其所受到的未知力,最后结合材料的性能确定其几何尺寸或其他参数。因此,力系的平衡条件是设计结构及构件时进行力学计算的基础。由此可知,工程力学在工程实际中有着广泛的应用,它所涉及的力系大都是平衡力系。

(3) 能使物体处于平衡状态的力系叫做平衡力系。或者说:满足平衡条件的力系称为平衡力系。

### 1.1.4 刚体的概念

在分析计算物体的平衡问题时,人们总是忽略该物体在受力后发生的小变形,即认为物体在力的作用下不发生变形。

这种在力的作用下不发生变形的物体叫做刚体。刚体只是人们为了研究方便而抽象出来的一种理想的力学模型。

## 1.2 静力学基本公理

要研究物体的受力及平衡条件等问题,必须首先理解人们在生活和生产实践中长期积累的经验。这些经验符合客观实际的普遍规律并被称为静力学基本公理。

**公理 1 力的平行四边形公理** 作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力。合力的作用点即该点;合力的大小和方向,由以这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线确定,如图 1.2 所示。

这个公理说明力的合成必须遵循矢量加法,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

$\mathbf{F}_R$  称为  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  的合力,  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  则都是合力  $\mathbf{F}_R$  的分力。这个公理是用几何法求平面共点力系或平面汇交力系合力的基础,是使复杂力系简化的基础。

在解决问题时,经常把一个力  $\mathbf{F}$  沿平面直角坐标系中坐标轴的方向分解成两个互相垂直的分力  $\mathbf{F}_x$  和  $\mathbf{F}_y$ ,如图 1.3 所示。 $\mathbf{F}_x$  和  $\mathbf{F}_y$  的大小可由三角公式求得:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \cos\alpha F \\ F_y &= \sin\alpha F \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

式中  $\alpha$ ——力  $\mathbf{F}$  与  $x$  轴所夹的锐角。

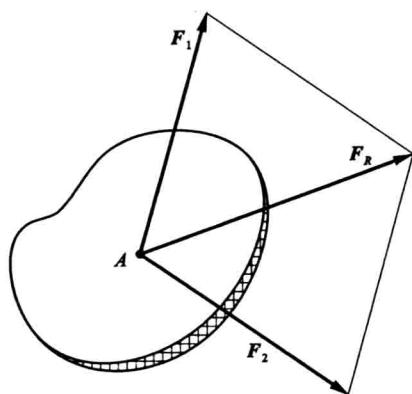


图 1.2

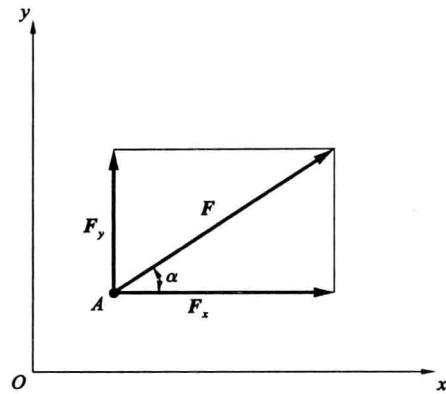


图 1.3

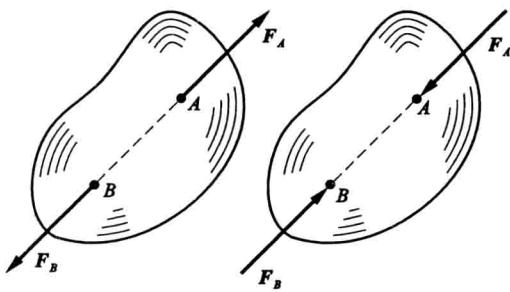
**公理 2 二力平衡公理** 作用在同一刚体上的两个力,使该刚体处于平衡状态的充要条件是:这两个力大小相等、方向相反且作用在同一条直线上,如图 1.4 所示。即

$$\mathbf{F}_A = -\mathbf{F}_B$$

对于刚体来说,这个条件既必要又充分;但对于变形体,这个条件必要但并不充分。例如,柔绳受两个等值、反向的拉力作用时可以平衡,而受两个等值、反向的压力作用时就不能平衡了。

★★只受两个力的作用而处于平衡状态的构件称为二力构件(当二力构件的轴线为一条直线时也称二力杆)。二力构件所受到的两个力必定是沿着此二力各自作用点的连线,且大小相等、方向相反。当你知道结构中某刚体仅在两个接触点处受力时,就该想到它所受到的这两个力有什么关系了。

如图 1.5 所示的结构中,(在忽略重力时)构件 AB 只在点 A 和点 B 处受力。因此,就有:  $\mathbf{F}_A = -\mathbf{F}_B$ 。



(a)

(b)

图 1.4

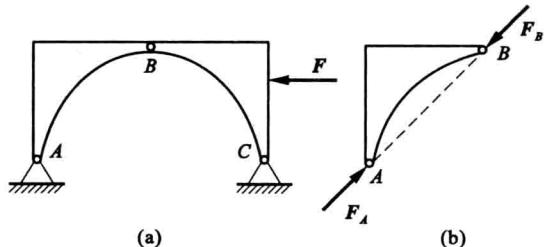


图 1.5

**公理 3 加减平衡力系公理** 在作用于刚体的已知力系中,加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效应。

也就是说,如果两个力系只相差一个或几个平衡力系,则它们对刚体产生的作用效果是相同的,因此也是可以等效替换的。

这个公理对于我们研究复杂力系的简化问题很重要。根据上述公理可以得出下述推论:

**推论 1 力的可传性** 作用于刚体上某点的力,可以沿着自身的作用线移动到刚体内的任意一点,而不改变该力对刚体的作用效应。

其证明过程如图 1.6 所示。

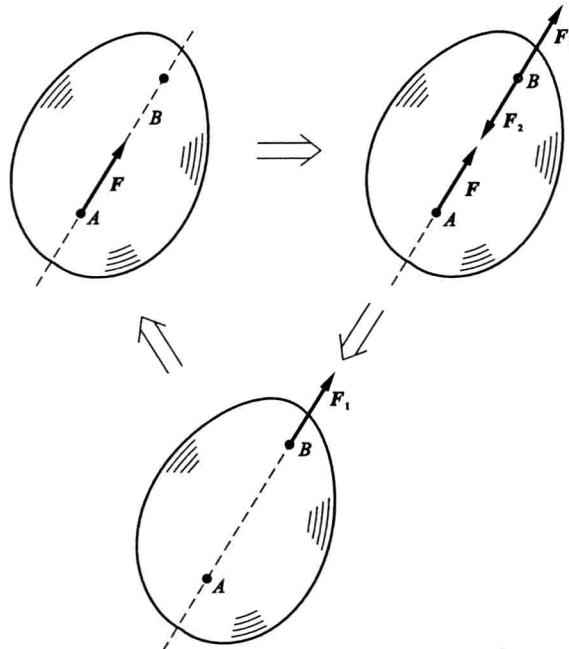


图 1.6

★★同学们可按照看图说话的方式来理解此证明过程。

由此可见,对于刚体来说,力的作用点已不再是决定力的作用效果的要素。因此,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、力的方向和力的作用线。

应当注意的是,加减平衡力系公理和力的可传性原理只适用于刚体而不适用于变形体,只适用于研究力的外效应(运动效果),而不适用于研究力的内效应(变形效应)。例如,直杆 AB 的两端受到等值、反向、共线的两个力  $F_1$ 、 $F_2$  作用而处于平衡状态,如图 1.7(a)所示。如果将这两个力各沿其作用线移到杆的另一端时[图 1.7(b)],杆 AB 仍然处于平衡状态。但是,它的变形却大不相同了。图 1.7(a)中的直杆变形是轴向拉伸,而图 1.7(b)中的直杆变形是轴向压缩,这就说明在研究物体的变形效应时,不能使用力的可传性原理。

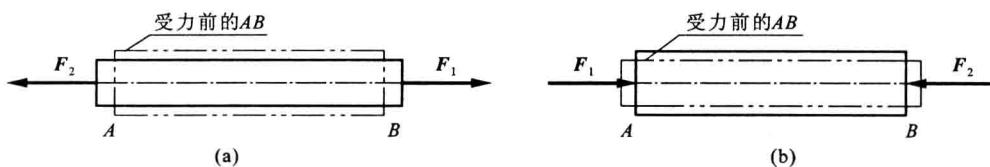


图 1.7

倘若图 1.7 中的 AB 不是刚体(直杆)而是绳索,它就只能在拉力作用下发挥其功能,一旦将两力移动成为图 1.7(b)所示的受压状态时,平衡就无从谈起了。

**推论 2 三力平衡汇交定理** 任何刚体受共面而不平行的三个力作用并保持平衡时,这三个力的作用线必定汇交于同一点。

已知:某刚体在  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  三点受到共面而不平行的三个力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  的作用,处于图 1.8(a)所示的平衡状态。

(1) 根据力的可传性原理,力  $F_1$ 、 $F_2$  可沿各自的作用线滑移到此两力作用线的交点  $A$ ,并按力的平行四边形公理合成为合力  $F_{R12}$ ,合力  $F_{R12}$  也作用在  $A$  点。

(2) 因为  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三力成平衡状态,所以力  $F_{R12}$  应与力  $F_3$  平衡。由二力平衡公理可知,力  $F_3$  和  $F_{R12}$  一定是大小相等、方向相反且作用在同一直线上。就是说,力  $F_3$  的作用线必通过力  $F_1$  和  $F_2$  的交点  $A$ ,即  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三力的作用线必汇交于一点,使该定理得到证明。

★★刚体受共面且不平行的三个力作用而平衡时,若已知其中的两个力矢和第三个力的作用点,利用该定理就可以确定第三个力的未知要素了。如图 1.8(b)所示,已知力矢  $F_A$  和  $F_B$  时就可确定  $F_C$  了,你可以在图中试画一下。

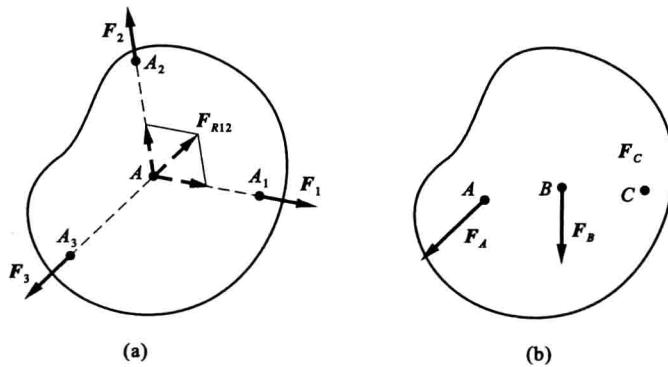


图 1.8

**公理 4 作用力和反作用力公理** 作用力和反作用力总是同时存在、同时消失并且大小相等、方向相反,沿着同一直线分别作用在两个相互作用的物体上。

这个公理更加证实了力是两个物体间相互作用的结果。

在图 1.9 中,构件  $AB$  与  $BC$  在  $B$  点连接并受力平衡。其中,  $F_B = F'_B$  且  $F_B = -F'_B$ , 互为作用力与反作用力, 分别作用在  $AB$  和  $BC$  的接触点  $B$  上。而  $F_B$  和  $F_c$  是作用于同一物体(构件  $BC$ )上的一对平衡力,且满足二力平衡公理。

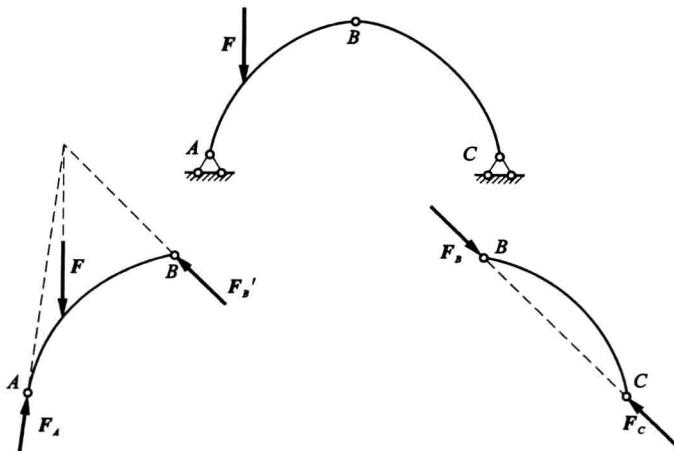


图 1.9

切记：不能把作用力与反作用力的关系与二力平衡问题混淆。二力平衡公理中的两个力是作用在同一物体上的；作用力与反作用力却分别作用在两个物体上，尽管它们也大小相等、方向相反、作用在同一直线上，但不能使物体平衡。在图 1.10 中，AB 为二力构件。倘若把 AB 上的  $F_B$  叫做作用力，那么 AB 施加在构件 BC 上 B 点的力则为反作用力，常用  $F'_B$  表示。

★★请在图 1.10 中体会一下作用力和反作用力公理中所说的“作用在一条直线上”与二力平衡公理中的“作用在一条直线上”是否具有相同的意思？另外，图 1.10(c)中的构件 BC 因三点受力而平衡，而这三个力中的两个力  $F'_B$ 、 $F$  是已知力，那么 C 点处会受到什么力？

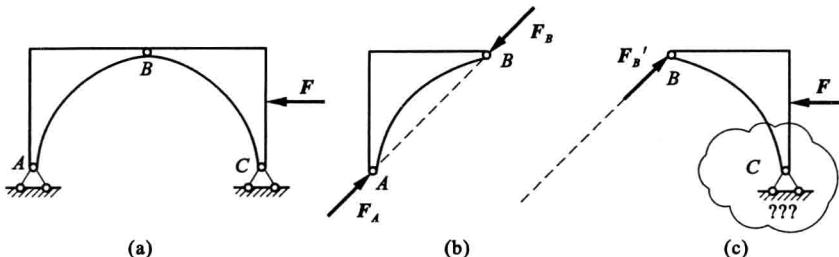


图 1.10

### 1.3 约束和约束反力

任何构件都要受到与它相联系的其他构件的限制，而不能自由运动。例如，大梁受到柱子的限制，柱子受到基础的限制；在图 1.10 中，构件 AB 受构件 BC 和支座 A 的限制，而构件 BC 也受构件 AB 和支座 B 的限制。

若把在空间可以自由运动的物体称为自由体，则某些方向的运动受到限制的物体称为非自由体。工程结构和构件都是非自由体。

当一个物体的运动受到周围其他物体的限制时，这些周围物体就称为该物体（或叫做研究对象）的约束。

当物体在某个方向的运动受到约束物的限制时，物体与约束之间必然存在着相互作用力。约束作用于物体的力称为约束力，但大家习惯称为约束反力，简称反力。这是由于约束力的方向与其所能限制的物体的运动或运动趋势的方向相反。根据这一点，我们可以确定约束反力的方向或作用线的位置。与约束反力相对应，凡能使物体产生运动或运动趋势的力，称为主动力。主动力在工程上也称荷载。

工程上的物体，一般都同时受到主动力和约束反力的作用。对物体进行受力分析，就是要分析这两方面的力。通常主动力是已知的，而约束反力是未知的。所以，受力分析的关键在于正确的分析约束反力。一般条件下，根据约束的性质只能判断出约束反力作用点的位置、方向，而约束反力的大小要根据作用在物体上的已知力以及物体所处的状态来确定。

工程中常见的几种约束及其约束反力分析如下：

#### (1) 柔体约束

柔体约束是指那些在连接过程中使用的柔绳、胶带、链条等物体。由于柔体只能够在受拉状态下工作，只能拉物体。所以，在忽略绳子的伸长量时，柔体约束只能限制物体沿着柔体约束的中心线并向柔体约束伸长的方向运动，而不能限制物体沿其他方向运动。因而，柔体约束