



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

(第二版)

寿险精算原理

SHOUXIAN JINGSUAN YUANLI

李晓林 □ 主编



中国财政经济出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

寿险精算原理

(第二版)

李晓林 主编

中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

寿险精算原理/李晓林主编. —2 版. —北京: 中国财政经济出版社, 2012. 9

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978 - 7 - 5095 - 3835 - 7

I. ①寿… II. ①李… III. ①人寿保险 - 计算方法 - 高等学校 - 教材 IV. ①F840. 62

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 188371 号

中国财政经济出版社出版

URL: <http://www.cfeph.cn>

E-mail: cfeph@cfeph.cn

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码: 100142

营销中心电话: 88190406 北京财经书店电话: 64033436 84041336

北京富生印刷厂印刷 各地新华书店经销

787 × 1092 毫米 16 开 19.75 印张 421 000 字

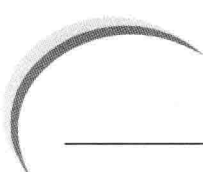
2012 年 9 月第 2 版 2012 年 9 月北京第 1 次印刷

定价: 38.00 元

ISBN 978 - 7 - 5095 - 3835 - 7/F · 3141

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

本社质量投诉电话: 010 - 88190744



编写说明

本书系普通高等教育“十一五”国家级规划教材的修订版，原书是在全国财经类通用教材《寿险精算原理》的基础上修订而成。

寿险精算是精算学的核心内容，揭示了对未来的不确定的财务事件提供数量化意见的精算方法。它以概率统计为基础的生命模型研究人的死亡和疾病的不确定性，以复利函数研究资产的时间价值对未来事件进行量化，并将生命模型和复利函数结合，形成了一整套全面量化未来不确定的财务事件的方法。它不仅在保险、金融等领域发挥着巨大的作用，对于可以通过类似方法描述不确定性和时间价值函数的事务，也是一个重要的工具，如可以参考死亡保险的量化模型分析大型设备寿命等。

全书除了绪言共分十三章，编写中力求系统展示寿险精算的主要思想和基本工具。

为了控制篇幅，修订中删去了原书的部分生命表，参考目前寿险公司实践中的多数做法，仅列全了利率为3%的中国人寿保险经验生命表（1990—1993）的6张表，利率为5%的生命表以及中国人寿保险经验生命表（2000—2003）等其他生命表仅列出了学习本书所必须的数据，并调整了部分例题和习题。

原书的习题由黄虹女士编写；多次修订中，唐涛、朱建奇、彭康、杨旭山、杨阳、李昊、夏睿鑫、高星、岳莹等同志提出了宝贵的修改意见。此次修订中，包双宝、凤兰、张婧子等同志阅读了全书主要章节，并提出了修改意见。在此对上述各位表示感谢。

由于作者水平所限，书中难免存在缺点，请广大读者不吝赐教。

作者

2012年8月



目 录

绪言 精算工作的内容	(1)
第一节 精算的概念	(1)
第二节 预测未来	(2)
第三节 未来风险的货币表达	(3)
第四节 长期的风险与不确定性	(4)
第五节 数学模型	(6)
第一章 利息与现金流量	(8)
第一节 利 息	(8)
第二节 现金流量	(10)
第三节 利率、终值与现值	(14)
第四节 利息力	(17)
第五节 现金流量的现值	(18)
第六节 利息收入	(21)
第七节 固定利率	(22)
第八节 名义利率与名义贴现率	(24)
第九节 价值方程和交易收益率	(26)
第二章 确定年金	(30)
第一节 年金的定义	(30)
第二节 确定年金的终值和现值	(31)
第三节 通用摊销表	(35)
第四节 用年金偿还贷款	(37)
第五节 支付频率高于每单位时间 1 次的年金 (每年支付多次)	(38)
第六节 支付频率低于每单位时间 1 次的年金 (多年支付 1 次)	(40)
第七节 连续年金	(41)
第八节 变动年金	(42)

第九节 n 不是整数时 $a_{\overline{n} }^{(m)}$ 的定义	(44)
第三章 生存模型与生命表	(48)
第一节 简单生存模型	(48)
第二节 死亡力	(51)
第三节 生命期望值	(54)
第四节 生命表函数	(56)
第五节 延期死亡概率和非整数年龄的生命表函数	(58)
第六节 选择表	(60)
第四章 基本生命保险	(66)
第一节 生命保险与生命年金	(66)
第二节 生存保险及其预期现值	(67)
第三节 定期寿险及其预期现值	(68)
第四节 两全保险及其预期现值	(69)
第五节 终身寿险及其预期现值	(71)
第六节 延期支付的生命保险	(72)
第七节 基本生命保险的数值计算	(72)
第五章 基本生命年金	(76)
第一节 终身生命年金及其预期现值	(76)
第二节 定期生命年金及其预期现值	(78)
第三节 生命保险与生命年金的预期现值之间的关系	(80)
第四节 延期支付的生命年金	(82)
第五节 生命年金预期现值的数值计算	(82)
第六章 一般年金与保险函数	(85)
第一节 每年支付 m 次的生命年金	(85)
第二节 递增寿险与年金	(87)
第三节 死亡时立即给付的生命保险与连续支付的生命年金	(93)
第七章 寿险保费的计算原理	(100)
第一节 价值方程	(100)
第二节 保费与净保费	(101)
第三节 费用	(106)
第四节 超常风险	(110)
第五节 分红保险	(114)

第八章 保单价值与准备金	(121)
第一节 不考虑费用的预期保单价值	(121)
第二节 不计费用的追溯保单价值	(128)
第三节 考虑了费用的保单价值	(131)
第四节 分红保单的保单价值	(132)
第五节 纯保费保单价值	(136)
第六节 死差益	(140)
第七节 解约价值	(144)
第八节 缴清保单	(147)
第九章 现金流量与利润测算	(152)
第一节 现金流量模型	(152)
第二节 利润测算	(157)
第三节 利润预期	(163)
第四节 利润现值	(166)
第五节 利润水平	(168)
第六节 利润测试和准备金	(170)
第十章 精算基础	(176)
第一节 精算基础的内容	(176)
第二节 定价基础	(179)
第三节 估价基础	(182)
第十一章 复合状态模型和多原因减员模型	(185)
第一节 复合状态模型	(185)
第二节 转换力与转换概率	(187)
第三节 死亡、疾病模型	(193)
第十二章 联合生命	(198)
第一节 联合生命状态及其概率	(198)
第二节 联合生命保险与年金函数	(202)
第三节 保险费计算	(210)
第十三章 疾病保险	(214)
第一节 疾病给付	(214)
第二节 保费和准备金	(219)
第三节 计算保费和准备金的三种方法评述	(224)

附 录	(231)
复利年金表	(231)
CL1 (1990—1993): 中国人寿保险经验生命表 (1990—1993) 非养老金业务男表, 利率: 3%	(243)
CL1 (1990—1993): 中国人寿保险经验生命表 (1990—1993) 非养老金业务男表, 利率: 5%	(246)
CL2 (1990—1993): 中国人寿保险经验生命表 (1990—1993) 非养老金业务女表, 利率: 3%	(249)
CL3 (1990—1993): 中国人寿保险经验生命表 (1990—1993) 非养老金业务男女混 合表, 利率: 3%	(252)
CL3 (1990—1993): 中国人寿保险经验生命表 (1990—1993) 非养老金业务男女混 合表, 利率: 5%	(255)
CL4 (1990—1993): 中国人寿保险经验生命表 (1990—1993) 养老金业务男表, 利率: 3%	(258)
CL5 (1990—1993): 中国人寿保险经验生命表 (1990—1993) 养老金业务女表, 利率: 3%	(261)
CL6 (1990—1993): 中国人寿保险经验生命表 (1990—1993) 养老金业务男女混合 表, 利率: 3%	(264)
CL1 (2000—2003): 中国人寿保险经验生命表 (2000—2003) 非养老金业务男表, 利率: 3%	(267)
CL1 (2000—2003): 中国人寿保险经验生命表 (2000—2003) 非养老金业务男表, 利率: 5%	(270)
CL2 (2000—2003): 中国人寿保险经验生命表 (2000—2003) 非养老金业务女表, 利率: 3%	(273)
CL2 (2000—2003): 中国人寿保险经验生命表 (2000—2003) 非养老金业务女表, 利率: 5%	(276)
英国 AM92 生命表	(279)
MU (1893—1897) 经验疾病率表	(302)



绪言

精算工作的内容

第一节 精算的概念

早在 19 世纪初期，世界上的那些老牌保险公司就已经把精算师摆在非常权威的位置上。他们在强调自己实力雄厚时常常这样说：“本公司拥有 $\times \times$ 名精算师”，而不是强调公司拥有多少资金。因为经营者们很清楚，对风险的把握程度直接决定着保险公司的信誉。不以精算为前提的任何一个关于投资、保险、就业、社会保障、福利等方面的分析报告，是很不可靠的。因此，拥有多少精算师成为衡量一个保险公司实力的重要标志。

精算学的概念并不神秘，它研究如何利用数学、统计学、经济学等理论，对未来的、不确定的、与财务相关的事物提供数量化意见。精算工作主要是由精算师承担的。

这里，重要的是“未来的不确定的事物”。同不确定事物打交道的能力，标志着精算师成为一个具有重要作用的独立职业。

精算学研究的是“财务”问题。从非常简单的问题（如确定在一项抵押下每月的投资是多少），到非常复杂的问题（如管理一项大的养老基金）。这些问题可以通过精算中的一个很重要的内容——利息理论——找到恰如其分的答案。

精算学研究的对象是“不确定性”，而说明财务不确定性的一个很好的例子就是保险合同。在投保自行车盗窃险时，一辆超豪华的山地车的拥有者，与一辆普通的旧车车主相比较，分别应缴多少保费呢？哪一辆将被偷是不确定的，但是研究一下这两种车过去被盗窃的规律，精算师就可以为每一种自行车确定一个合适的保费。解决这种问题的主要工具就是统计学。

精算学研究“未来的”不确定性。例如，个人养老基金问题，这是一笔很大的资产基金，它为特定的一些人提供将来的养老金。这笔基金也许必须为那些现在还很年轻的人提供退休养老金。这些养老金也许在 40 年以后才开始支付，也许向领取者连续支付 40 年或者更长时间。所以，养老基金的管理者们必须考察下面两种情况：一是这些资产在 40 年或更长的时间里的价值是多少？二是养老金领取者活着并领取养老金的时间有多长？精

算师的工作,就是把这些不确定事件的可能性数量化。

多数精算师就职在既能赢利又有风险的企业,例如保险公司。保险公司承保着人们的风险。作为回报,它收取保费,所以它拥有大额的钱财。重要的不是这钱财的多少,而是怎样依靠专家来经营和管理这笔基金。这就是需要精算师的原因。精算师受雇于保险公司后,处理人寿保险、年金及其他诸如汽车保险等各类非寿险的有关数量分析问题,其工作包括设计和评估保单和公司的各类证券投资。部分精算师是在顾问公司或咨询公司工作,他们为一些小型保险公司提供咨询服务。像英国的 Endwerd R. Mores 人寿保险公司,正是因为 1762 年就设立了精算部门,因此在之后很长的一段时间里,其业务一直处于领先地位。

精算师还工作于政府部门。政府的失业保障、养老保障、医疗保障等各种社会保障方案都是在精算师对社会各种政治、经济、人口因素分析和预测的基础上制定的。政府还通过精算师来监督保险公司等多种行业。

此外,在咨询公司、证券公司、大型企业及人口统计等部门,精算师都显示了不可替代的作用。

第二节 预测未来

精算师常常必须对将来要发生的事件作出估计(预测)。例如:估计一笔养老基金作为特殊的资产在未来 10 年中的利率;估计每 10 万套同一类型的房屋在下一年将被火灾毁坏的房屋数;估计已经参加了人身保险的人中有多少将在未来 10 年中死亡;估计未来 10 年的通货膨胀率,进而估计一个具体的正在营运的公司在支出方面将要受到的影响;就一笔对政府发行的 10 年债券的投资而言,估计它的可兑现的现金流量的增值情况;就一项由一家大公司发行的权益股,估计它的可兑现的现金流量的增值,等等。

很明显,第一个问题就是要弄清“过去告诉了我们什么”。如果我们肯去研究过去 40 年的通货膨胀率,或是研究过去 10 年中被火烧掉的房屋的比例或者一系列类似的数据,那就可以具备那种能力——把未来的基本情况准确地估计出来。例如,如果我们发现在过去的每一年里,在年初的所有房屋的 9‰ 将在这一年底以前被烧掉,我们就可以预言在保险公司投保了的这类房屋将有 9‰ 的会在这一年中被烧掉,就能对责任的成本作出确定的预告。

然而,很多的情况是,我们不能精确地知道在给定的那一年中会有 9‰ 的房屋被烧,但是能知道整个比例在年复一年地上下波动。它可能在 6‰ ~ 12‰ 之间变化。于是,通过对过去资料的分析和计算之后,也许我们可以说,平均起来,投保的房屋在未来一年中将有 9‰ 的房屋被烧毁,但可能高出 3‰ 或低出 3‰。根据不同的情况,在计算之后可能会得到不同的平均值。

针对这种情况,通过对过去的研究,我们可以对未来做出两个报告:(1)按照预期,平均会有百分之几的房屋被烧;(2)实际的结果与我们预期的平均数的偏差幅度有多

少。

这两个报告都很重要，特别是第二个报告，对于准确地估计未来的基本情况显得更为重要。这涉及怎样更科学地使用概率论与数理统计工具。

同样，我们可以研究通货膨胀率在过去的情况，做一份报告，不仅说明在未来最可能发生的情况，而且说明实际的结果可能会有多大的不同。

我们再考虑精算师工作的一个例子，这是针对某一个已知年龄的人在将来有生之年中获得具体保险金的不确定性。一个典型的人寿保险合同是在死亡之前——比如说 20 年内——支付一笔钱。于是这笔钱要支付的概率就是这人在 20 年内死亡的概率。

不同的人会死于不同的年龄，但是通过对大量的人死亡的年龄研究之后，精算师就能估计出同样年龄的一大群人中有多少会在 20 年之内死亡，或者在另一个期间内死亡。对于给定了年龄的一组人，计算他们的生命平均起来将在多少年内结束是能够做到的，这就是“生命的平均期望值”。这些数据对决策工作至关重要。

同样，通过研究过去通货膨胀率变动的方式，你可以判断未来最可能发生的情况以及实际情况可能和预期有多大偏差。

第三节 未来风险的货币表达

在实践中，一些风险是经济方面的，或者说是可以用货币衡量的，如支付汽车维修用的风险性。如果一个司机向一家保险公司支付了保费，那么他就将这种经济方面的风险转移给了保险公司，他不再面临有关费用的不确定性，其费用就是支付给保险人的保费。现在是保险公司面临着这个司机可能撞车的风险，它将不确定其费用支出情况。

当然，没有保险公司会承保货币无法衡量的风险。保险人可以支付司机汽车的修理费用，但无法衡量其他伤害的风险损失，所以，精算师讨论的风险主要是财务方面的风险。

保险公司之所以能够承担起这种经济方面的风险，是因为它承担了大量的相似风险。通常，一部分司机会在明天发生车祸，因为所有人都不发生车祸是很不寻常的，所有人明天都发生车祸也同样是不寻常的。如果投保司机的数量很大，保险公司就能有一定把握估计出成本，也许，它可以从过去的经验中推算出每年发生车祸的司机的比例不会小于 35%，也不会大于 95%。那么投保的司机之中能发生车祸的人数就可以在这些界限中估计出来。保险公司就能够把所有这些车祸的预期费用平均摊在投保的所有司机身上。

一般来说，保险公司承保的风险个体数量越大，发生事故并且索赔的人的比例就会越确定。

投保汽车险所支付的保费看上去可能很高，但至少是可以承受的。但一旦发生严重车祸而他又必须负全责的话，可能就难以负担了。慎重考虑之后，一个司机可能更愿意支付一个确定的数量不大的费用，而不愿支付一个不确定的但可能是毁灭性的费用。

在这个过程中，精算师的工作就是在保险公司接受了大量司机投保时，估计出公司所承担的风险，并由过去的经验推定费用的大小。对过去了解越多，就能够更好地测算将来

的费用。可能费用仍是不确定的,但它能够降低不确定性的程度。

精算师不仅能量化风险,还能设计经营或控制风险的方案。例如,精算师可以做到:

1. 为寿险公司测算应该采用的各类保费水平,以确保身体状况良好的人和身体状况不好的人都能恰当支付相应的寿险保费。
2. 向保险人建议最好的投资方式,以保护公司不受资本市场波动的影响。
3. 向保险人或养老金提供人建议应当写入协议中的有关条款,以保证保险人或养老金提供人不承担他并不愿承担的风险。

其他行业也会对承担风险的商业的成功经验作出重要贡献。然而精算师将估测未来整体蓝图所必须的数学技巧和经济知识结合起来。因此,一些国家立法要求在对寿险公司及养老金基金进行监管的过程中必须有精算师的参与。

一般说来,为保险业服务的精算师其主要职能包括以下几个方面:

- 搜集整理人的出生、死亡、婚姻、就业、退休、意外事故、自然灾害等一系列事件发生率的经验统计资料,研究利率、保单失效率、费用率以及竞争环境等动态因素,以制定各险种的费率。
- 根据搜集的资料编制全国及地区性的不同行业、不同类别的生命表、病伤率表、人均收入增长率。
- 计算各类准备金,编制偿付能力报告。
- 根据经济环境的变化趋势,为保险投资决策提供各种数量化预测指标,如投资的收益率、资产的增长率。
- 分析保险公司年度利润及其来源,提供有效保单按盈余分配红利的数据;测算有效业务价值,进而完成内含价值等各类价值报告。
- 根据保险环境的变化和要求以及地区性特点,参与研究和设计新险种。
- 参与公司的计划、销售、投资、财务等经营管理决策,参与公司各种年度报表的编制,如财务状况报表、所得税报告、经营状况报告、呈送保险监管部门的其他定期报表等。
- 协助其他职能部门根据经验统计资料研究各种险种的效益与费率的调整,以适应竞争环境的要求,并编制内部使用的各种报告。

第四节 长期的风险与不确定性

在保险合同中,涉及的风险和不确定性往往要持续很长的时间,精算师常常要研究一个较长时期内的种种变化。例如:

- 寿险合约可能有10年、20年、30年或更长的期限。精算师关心的是在这些投保期限中被保险人死亡的风险。
- 养老金基金可能会有义务对一个20岁的青年支付未来几十年的养老金。它要确保将基金进行安全的投资,并在需要的时候立即供款。但是投资所能获得的未来利息收入是

不确定的。在决定养老金的金额时，精算师必须对一个较长时间内的这种不确定的利息作出估计。

- 一个设计未来几十年人口模型的人口工作者必须考虑到以后 30~40 年间出生、死亡、结婚、离婚等的变化，包括随着社会的发展这些变量的变化。

风险和不确定性的长期性特点在精算工作中是十分突出的。

第一，精算师对未来作预测时采用各种技巧所描述的是长期性变化而不仅仅是短期变化。例如，投资分析家最感兴趣是下个月某公司股票的价格，希望能够迅速获利。而精算师可能更注意股票在较长时期内的价格变动，看看它能不能作为养老金基金采用的投资对象以应付多年后养老金的支付。

第二，精算师总是超越近期的形势，测算出特定的经济行为的最终结果。例如，在给寿险公司就发行某种特定储蓄计划的效果提建议时，精算师会警告有关的长期风险。精算师会看到在近期效果有利的情况下可能会出现的不利的长期后果。公司也许最关心的是现在该做什么决定，而精算师考虑的是这些决定在遥远的未来意味着什么。

第三，精算师调查过去时必须考虑过去很长一段时间以预测未来的长期趋势。如果只观测股市过去一年的回报率用以预测未来 40 年的情况是没有意义的。

精算师还要密切注意表面现象可能会产生的误导。例如，假设在过去 30 年我国人口以某个稳定的增长率增长，很容易据此想象未来 30 年中人口的增长模型，或者在未来更短时间内的情况。然而，这其中有一个陷阱，因为你所观察的人口过去的增长正是一些有关人口的更基本特征的末期效果。例如，人口可能反映出如下特征：

- 在 40~60 岁年龄段中人口数量大。这些人可能会加大未来老龄人口的数量，但他们不会再有更多的孩子。

- 婚龄人口增长，结婚人数增多而且以后才会生育，因而这一代人对出生率的全部影响在一段时间内不能表现出来。

- 每对夫妇生育率降低，可能因为经济因素（如夫妇两人都必须工作）。

这些因素综合起来将导致人口下降，而且会因为中年人变老和较高的死亡率，使人口下降得相当快。因此，就人口过去增长而得出未来将增长的简单结论可能是错误的。

还有很多类似的因素会使得表面现象推出错误的结论。为了设计人口模型，必须分别调查作为统计推断基础的出生率、死亡率、婚姻状况，等等。

面对寿险公司的承保实例，只有理解了寿险保单涉及的人口状况是不断变化的，才能不觉得太惊奇。仅仅在过去数年寿险公司现金流的变化图像上画一条线来预测未来数年该公司的现金流是不可能的。保险公司在各个时间点上对基金的需要取决于寿险保单的具体要求，而针对不同的保单、不同的承保人口，在不同的时期其要求是不同的。因此，为了预测基金在未来各个时间点上应有的数额，就必须首先考察承保人口的变化状况。

第五节 数 学 模 型

精算工作离不开数学模型。数学模型是把现实生活中的某个过程用数学方程进行的描述。通过解方程得到数学答案,可以更透彻地理解被模型化的过程中的各种行为。

例如,考虑一个年龄为 30 岁的人的未来生存时间的问题。

这个问题可以通过建立个人未来生存时间的数学模型得到解决,模型的细节都影响不大,模型的最终答案是一系列等式,它告诉我们一个人在一年死亡的概率是多少,在两年内死亡的概率是多少,等等。精算师可以运用这些概率计算出一个保险单的实际费用。

数学模型是解决问题的一个非常有用的方法。尤其是数学的概率理论在解决保险和投资中的不确定性和风险问题上起着重要作用,因而它对精算师也同样至关重要。它为精算师用正确的方式解决问题提供了思路,并且(有时候)较为有效地解决这些问题。

运用数学模型时应当注意以下几点:

第一,一个有效的模型总是要在参照过去经验的基础上建立起来。例如,设计一个未来死亡率的模型的第一步是找到过去死亡率的模型。这一步总是要求过去的数量化数据,这些数据通常不会完全符合我们的期望,因此设计者必须确保模型不会由于使用了低质量数据而产生误导性结论。

第二,所有的数学模型都是在某种程度上对现实生活作了简化或抽象的产物。这样做是因为复杂的模型常常无法求解,而一个简单模型同样能对一种复杂情况产生有价值的洞察效果。了解到这些简化过程会对模型产生什么影响,以及了解设计模型的技巧对这些假定的依赖程度是很重要的。

模型的选择取决于要解决的问题、建立模型所要用的数据以及所要得到答案的性质。有时一个简单模型就足够了,有时需要一个复杂模型。事先说哪种模型最好是不可能的,但大体上我们可以说:如果一个简单模型能够给一个复杂问题提供非常有用的结论,那么简单模型的潜在部分应该被忽略掉,但是当复杂过程是源于一些基本的因素(如前面例子中的总人口),一个简单模型就因无法考虑到这些基本的因素而显得太肤浅。

模型的选择取决于我们对基本因素的理解。当理解深入时,模型也会深入。

精算师必须把模型中的结果向公众解释,并不是所有人都会对模型有相同的理解。因此一个精算师用清晰的术语交流他们的结论,解释他们预计的结果是很重要的。随着对精算工作的深入就会发现,它将是精算师最主要的技能之一,在其职业生涯中会不断地运用到。

在建立数学模型预测未来的过程中,精算师总在不断地检验预测的结果和实际情况有多大距离,并且在有必要时用新信息来调整模型。这就是通常所说的“反馈”。

例如,回到上述人口模型中,精算师或人口工作者首先建立了研究未来每年的死亡率、结婚率、出生率和迁移状况的模型。这些模型是根据过去搜集到的数据建立的。

这些包含基本因素的模型将被运用到当前人口,用来预测未来每年的出生、死亡等的

数量。可能的话，这个模型将会非常复杂，如预测那些现在还未出生的人口 30 年后的出生率。其最终结果是预测出未来几年的总人口状况。

几年后我们就知道实际的出生人口和死亡人口等数据，可以把这些数据与用模型预测出的结果进行比较。具体说，可以把实际死亡人口与用模型预测的死亡人口相比较，把实际结婚人口与用模型预测的结婚人口相比较，等等。这样就可运用新信息来改进模型，改进对其余各年的总人口的预测。

这是一个运用新信息改进模型的例子。精算师在他们所使用的任何一个模型中都会遵循相同的步骤，使用新的经验数据来检验模型是否可以改进或维持。

第一章

利息与现金流量

第一节 利 息

一、利息与利率

利息指借用某种资本的代价或借出某种资本的报酬。即借债人除偿还出借人(放款人)原来出借的资本外,还要支付一个附加的补偿,这个补偿叫做“利息”。这里的资本也常被称做“本金”。

影响利率的因素有很多。例如,如果存在违约风险(指损失资本或利息),放款者会期望获得比其他情况下高的利率;交易中采用的货币可能发生的升值或贬值也影响交易中的利息。很明显,在高通货膨胀时期,这个因素十分重要。

我们通过在生活中常见的银行业务来描绘利息的运动。例如,一个投资者开了一个账户并存入初始存款1 000元,之后他没有向这个账户存取过款项。一年后他要结清这个账户,期望支取到超过1 000元的款项。假设结清账户时他得到了1 060元。这个数目可以被看做是本金1 000元以及60元利息,这个利息就是该账户存在期间,银行使用投资者的资本而支付的报酬。

单位本金在单位时间(一个计息期)所获得的利息即效用利率,又称实际利率^①,简称为利率。利率常用百分比表示。根据单位时间的长短不同,有年利率、季利率、月利率、日利率。若无特别声明,本书中提到的利率均为年利率。

^① 本书中的实际利率和名义利率,是沿用近几年精算工作者采用的说法。它不同于货币银行学中所说的实际利率和名义利率。在货币银行学中,实际利率是指排除了通货膨胀因素之后的利率,而未排除通货膨胀因素的利率称为名义利率,即实际利率等于名义利率减通货膨胀率。

二、单利

假定投资一个单位本金，在每一个单位时间所得的利息是相等的，而利息并不转为本金，按这种形式增长的利息称为单利。例如，一个投资者在银行开了一个存款账户并存入了 100 元，该账户按每年单利率 8% 支付利息，那么每年他将得到 8 元的利息。如果他一年以后结算这个账户，可以得到 108 元；如果两年后结算，他可得到 116 元。

一般地，如果一位投资者把总额为 C 的本金存入单利率为 i 的账户——这期间没有其他存款和提款——那么， n 年以后可得的利息为：

$$I = niC$$

若用 S_n 表示第 n 年末的本利和，则

$$S_n = C + I = C(1 + ni)$$

到此为止，在以上的讨论中我们已隐含地假定在前面两个表达式中， n 是一个整数。然而，在通常的商业惯例中，对于小于 1 年的部分时段，要按比例支付利息，于是可以认为上述表达式适用于所有的 n 为非负的情况。

上述表达式反映了单利的基本特征，即利息本身不再转为本金获得利息。如果一个投资者的初始存款为 100 元，1 年后获得 8 元的利息，即本利和为 108 元，若按单利计息，第二年末的本利和为 116 元，第三年末的本利和为 124 元……也就是说，第一年中 100 元产生了 8 元的利息，第二年 108 元产生了 8 元的利息，第三年 112 元产生了 8 元的利息……而这会使投资者认为利息受益水平在下降。这种情况应用复利理论可以避免。

三、复利

我们看到，在以单利计息时，利息不能作为本金来赚取利息。例如，考虑 100 元的投资，以单利 8% 投资 2 年。在单利的情况下，每年可获利息 8 元。实际上，在第二年初，投资者已拥有 108 元，显然用 108 元在 8% 的利率下投资是更有利的，可以在下一年中获得 8.64 元利息，而不是 8 元。

复利就是假定每个计息期所得的利息可以自动地转成投资（本金），以在下一个计息期赚取利息。在以复利计息的过程中，本利和在每期都处于计息状态。

假如一个投资者在银行开了一个账户并存入了 100 元，该账户按 8% 的年利率以复利计息。那么，1 年以后，该账户的本利和为 108 元，这 108 元又作为第二年的本金，到第二年末的本利和为：

$$\text{本利和} = 108 \times (1 + 0.08) = 100(1 + 0.08)^2 = 116.64 (\text{元})$$

一般地，如果将本金 C 存入复利为 i 的账户，我们假定之后没有对该账户的存款和提款，设 S_n 表示第 n 年末的本利和，那么，第 $(n+1)$ 年的利息为：

$$I_{n+1} = iS_n$$

$S_0 = C$ ，则第 $(n+1)$ 年末的本利和为：

$$S_{n+1} = S_n + iS_n = C(1 + i)^{n+1}$$

以下如无特别说明，书中的利息均为复利。很显然在一个计息期内，单利、复利产生