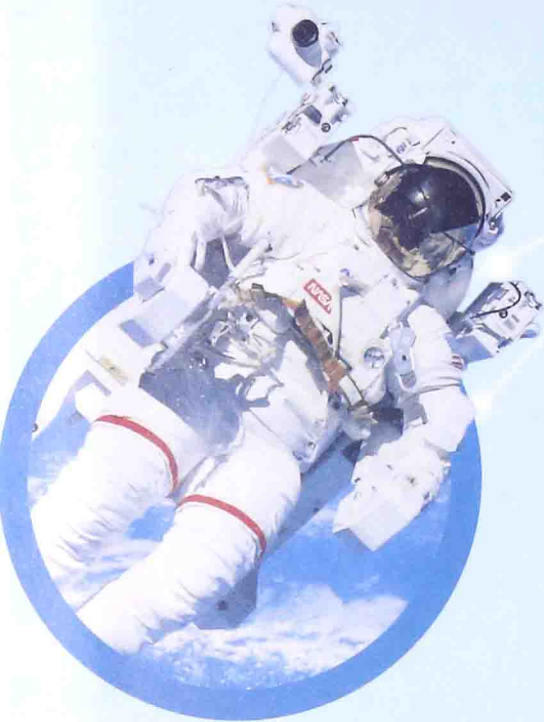


高等学校教材



# 材料力学

李道奎 主编

李道奎 李海阳

吴 晓 李东平 刘大泉 编

高等教育出版社

014062397

TB301-43

105

高等学校教材

# 材料力学

## CAILIAO LIXUE

李道奎 主编

李道奎 李海阳 吴晓 李东平 刘大泉 编



北航

C1748893

TB 301-43

105

高等教育出版社·北京

014085387

### 内容提要

本书是湖南省“工程力学”精品课程的配套教材，也是国防科技大学空天力学系列教材之一。本书重在基本理论与基本方法的阐述，力求让学生建立基本力学概念，并初步具有运用材料力学知识对简单工程构件进行分析与设计的能力，同时为后续课程打下坚实的基础。

本书共 14 章，包括绪论、轴向拉压应力与材料的力学性能、轴向拉压变形、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力与应变状态分析、强度理论及其应用、组合变形、能量法、静不定问题分析、压杆稳定问题和交变应力简介。为了便于学习，每章都编有思考题和习题，书后附有习题参考答案。带“\*”号的内容可根据专业特点选讲，也可作为自学阅读材料。

本书可作为本科和高职高专院校力学、机械、土木、材料、航空、航天等专业材料力学课程的教材，也可作为相关工程技术人员的参考书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学 / 李道奎主编；李道奎等编. -- 北京：高等教育出版社，2014.8

ISBN 978 - 7 - 04 - 040020 - 5

I. ①材… II. ①李… III. ①材料力学 - 高等学校 - 教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 128804 号

策划编辑 黄强

责任编辑 赵向东

封面设计 王洋

版式设计 童丹

插图绘制 杜晓丹

责任校对 杨凤玲

责任印制 张泽业

出版发行 高等教育出版社

社址 北京市西城区德外大街 4 号

邮政编码 100120

印刷 三河市华骏印务包装有限公司

开本 787mm×960mm 1/16

印张 27

字数 500 千字

购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598

网址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

网上订购 <http://www.landaco.com>

<http://www.landaco.com.cn>

版次 2014 年 8 月第 1 版

印次 2014 年 8 月第 1 次印刷

定价 39.10 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 40020-00

北京-机械工业出版社

# 前 言

材料力学是高等院校工科专业的专业基础课，本教材依据国家教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导分委员会制定的《力学基础课程教学基本要求》(2012年版)中对材料力学课程教学基本要求编写而成。

全书以杆件的基本变形为主线，在介绍杆件拉压、扭转和弯曲基本变形的基础上，介绍了应力与应变分析与强度理论、组合变形、能量法及其在求解静不定问题中的应用、压杆稳定和构件疲劳等内容。本书具有概念清晰、论述严谨、与工程实际结合紧密等特点，力求使学生既能建立力学概念，掌握构件的强度、刚度和稳定性的计算方法，又能初步具备利用力学原理进行工程结构分析与设计的能力。

书中习题、插图等内有些数据没给出单位，则默认长度的单位为 mm，应力的单位为 MPa。

参加本教材编写的有李道奎、李海阳、吴晓、李东平和刘大泉，李道奎任主编。其中，李道奎编写第一章、第四章、第八章至第十四章和附录，李海阳编写第二章和第三章，吴晓编写双模量部分章节，李东平编写习题解答部分，刘大泉编写第五章至第七章，最后由李道奎统稿。本书在编写过程中，得到了国防科技大学、湖南文理学院、中南大学等湖南省高校许多同志的支持与帮助，参考了一些同类优秀教材并选用了某些插图与习题，在此一并表示感谢。

本书由雷勇军教授审阅，他对本书提出了许多宝贵的意见，在此表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，教材中难免存在一些不足之处，恳请读者批评指正。

主编李道奎 E-mail: lidaokui@nudt.edu.cn。

编 者

2014年1月

# 目 录

第一章	绪论	1
§ 1.1	材料力学的任务与研究对象	1
§ 1.2	材料力学的力学模型与基本假设	5
§ 1.3	外力与内力	7
§ 1.4	应力与应变	10
第二章	轴向拉压应力与材料的力学性能	17
§ 2.1	轴向拉压的概念和内力	17
§ 2.2	拉压杆的应力与圣维南原理	19
§ 2.3	材料在拉伸时的力学性能	25
§ 2.4	材料在压缩时的力学性能	32
§ 2.5	应力集中与材料疲劳	34
§ 2.6	失效、许用应力与强度条件	36
§ 2.7	连接件的实用计算	41
第三章	轴向拉压变形	54
§ 3.1	拉压杆的变形与叠加原理	54
§ 3.2	桁架的节点位移	59
§ 3.3	拉压与剪切应变能	62
§ 3.4	拉压静不定问题	66
§ 3.5	热应力与预应力	72
第四章	扭转	83
§ 4.1	扭转的概念与实例	83
§ 4.2	扭力偶矩的计算、扭矩和扭矩图	84
§ 4.3	圆轴扭转时的应力	86
§ 4.4	圆轴扭转强度	91
§ 4.5	圆轴扭转变形与刚度计算	95

*§ 4.6	非圆截面轴扭转 .....	99
*§ 4.7	薄壁杆扭转 .....	102
<b>第五章</b>	<b>弯曲内力</b> .....	<b>114</b>
§ 5.1	弯曲的概念和实例 .....	114
§ 5.2	梁的计算简图 .....	115
§ 5.3	剪力和弯矩 .....	118
§ 5.4	剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图 .....	122
§ 5.5	平面刚架与曲杆的内力 .....	132
<b>第六章</b>	<b>弯曲应力</b> .....	<b>142</b>
§ 6.1	引言 .....	142
§ 6.2	弯曲正应力 .....	142
§ 6.3	弯曲切应力 .....	151
§ 6.4	提高弯曲强度的一些措施 .....	160
<b>第七章</b>	<b>弯曲变形</b> .....	<b>170</b>
§ 7.1	引言 .....	170
§ 7.2	挠曲线的近似微分方程 .....	172
§ 7.3	用积分法求弯曲变形 .....	173
§ 7.4	用叠加法求弯曲变形 .....	178
§ 7.5	简单静不定梁 .....	184
§ 7.6	提高弯曲刚度的一些措施 .....	187
<b>第八章</b>	<b>应力与应变状态分析</b> .....	<b>199</b>
§ 8.1	引言 .....	199
§ 8.2	一点的应力状态 .....	200
§ 8.3	二向应力状态分析的解析法 .....	201
§ 8.4	二向应力状态分析的图解法 .....	205
§ 8.5	三向应力状态 .....	211
§ 8.6	平面应变状态应变分析 .....	213
§ 8.7	复杂应力状态下的应力 - 应变关系 .....	215
*§ 8.8	复杂应力状态下的应变能与畸变能 .....	221
*§ 8.9	双模量材料圆轴纯扭转 .....	223
<b>第九章</b>	<b>强度理论及其应用</b> .....	<b>230</b>
§ 9.1	强度理论概述 .....	230

§ 9.2	四种常用强度理论	231
§ 9.3	薄壁圆筒的强度计算	239
§ 9.4	莫尔强度理论	242
第十章	组合变形	250
§ 10.1	概述	250
§ 10.2	斜弯曲	251
§ 10.3	弯拉(压)组合与截面核心	256
§ 10.4	弯扭组合与弯拉(压)扭组合变形	264
第十一章	能量法	274
§ 11.1	引言	274
§ 11.2	外力功与应变能	274
§ 11.3	互等定理	282
§ 11.4	单位载荷法	285
§ 11.5	匀加速运动构件及冲击问题分析简介	294
第十二章	静不定问题分析	312
§ 12.1	静不定结构概述	312
§ 12.2	用力法分析外力静不定问题	314
§ 12.3	用力法分析内力静不定问题	318
§ 12.4	对称与反对称性质的应用	322
*§ 12.5	位移法简介	328
*§ 12.6	用拉格朗日乘子法求解双模量静不定问题	329
第十三章	压杆稳定问题	337
§ 13.1	压杆稳定性的概念	337
§ 13.2	两端铰支细长压杆的临界载荷	339
§ 13.3	两端非铰支细长压杆的临界载荷	342
§ 13.4	各类柔度杆的临界应力	346
§ 13.5	压杆的稳定性校核	351
§ 13.6	压杆的合理设计	353
第十四章	交变应力简介	362
§ 14.1	引言	362
§ 14.2	交变应力及其类型	363
§ 14.3	$S-N$ 曲线和材料的疲劳极限	364

## IV 目录

§ 14.4 影响构件疲劳极限的主要因素 .....	366
<b>附录 A 截面的几何性质</b> .....	<b>370</b>
§ A.1 静矩与形心 .....	370
§ A.2 惯性矩和惯性积 .....	374
§ A.3 平行移轴公式 .....	377
§ A.4 转轴公式与主惯性轴 .....	379
<b>附录 B 型钢表</b> .....	<b>387</b>
<b>参考文献</b> .....	<b>404</b>
<b>习题参考答案</b> .....	<b>405</b>
<b>作者简介</b> .....	<b>420</b>



# 第一章

## 绪 论

### §1.1 材料力学的任务与研究对象

#### 一、材料力学的研究对象

在工程实际和日常生活中，各种结构或机械得到广泛应用。结构或机械的整体及其各组成部分，如火箭(图 1.1a)、火箭发动机(图 1.1b)或发动机伺服机构的作动杆和活塞(图 1.1c)，统称为构件。

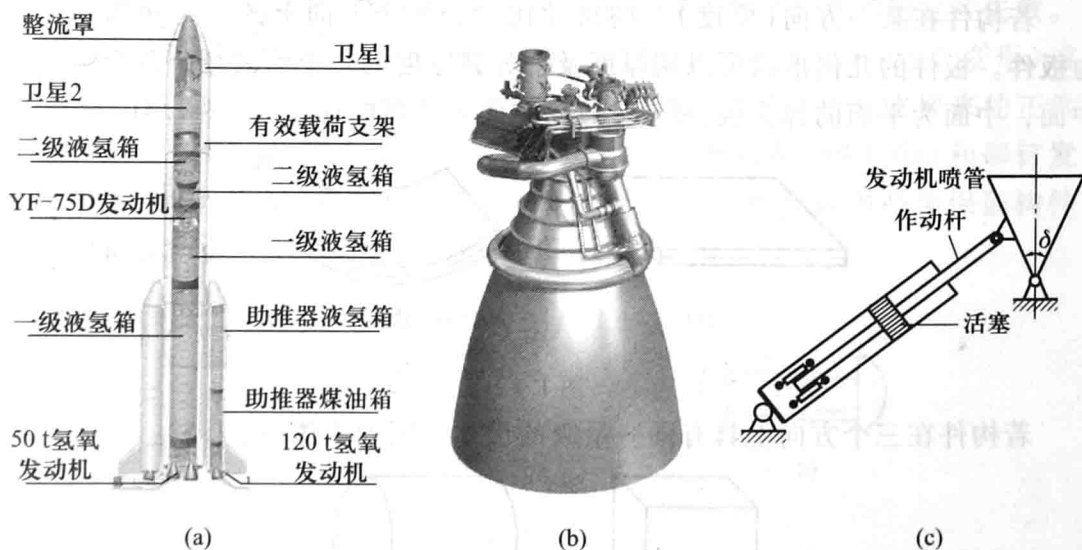


图 1.1

根据几何形状和尺寸的不同，构件大致可分为杆件、板件和块体。

若构件在某一个方向上的尺寸比其余两个方向上的尺寸大得多，则称为杆(图 1.2)。杆件的几何形状可以用一根轴线和垂直于轴线的截面来表征，这个截面称为横截面，而轴线为各横截面中心的连线。轴线为直线的杆为直杆(图 1.3a)，反之则为曲杆(图 1.3b)。所有横截面形状与尺寸都相同的杆称为等截

面杆(图 1.3a), 否则称为**变截面杆**(图 1.3b)。

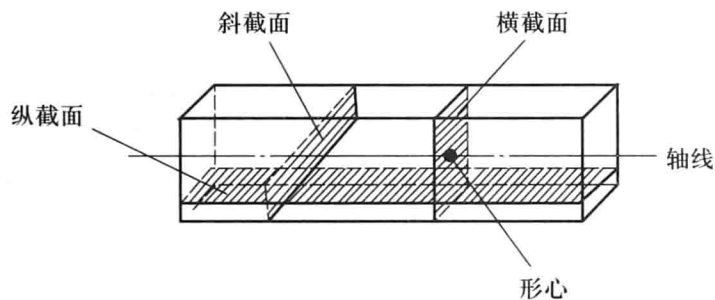


图 1.2

平行于杆件轴线的面为**纵截面**, 既不平行也不垂直于杆件轴线的截面称为**斜截面**。

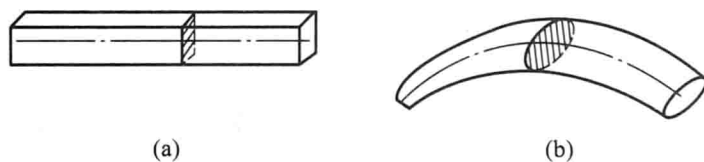


图 1.3

若构件在某一方向(厚度)上的尺寸比其余两个方向上的尺寸小得多, 则为**板件**。板件的几何形状可以用厚度及平分其厚度的一个面表征, 这个面称为**中面**, 中面为平面的称为板(图 1.4a), 中面为曲面的称为壳(图 1.4b)。

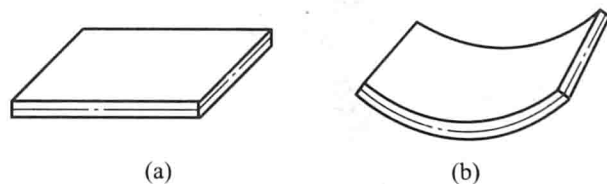


图 1.4

若构件在三个方向上具有同一量级的尺寸, 则为**块体**(图 1.5)。

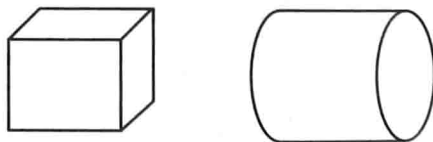


图 1.5

三类构件在工程中都有大量应用, 如捆绑火箭的连杆、机架液压杆、活塞杆、曲柄、齿轮轴、房屋的大梁都可简化为杆件, 而桌子的面板、容器的壁面、船的甲板等都可以简化为板件。机器的底座、房屋基础、堤坝则可以看作

块体。在材料力学中，主要是以等截面的直杆为研究对象。

## 二、力及其作用效应

力是物体间的机械作用。力是矢量，满足平行四边形规则，它有三要素：大小、方向和作用点。力对物体的作用效应包括两个方面：一方面是力的运动效应，也称为力的外效应，即力使物体产生运动状态(运动或静止)的变化；另一方面是力的变形效应，也称为力的内效应，即力使物体发生形状或尺寸的改变(变形)。

变形分为两类，弹性变形和塑性变形(永久变形)，力卸除后可以恢复的变形称为**弹性变形**，而不可恢复的变形称为**塑性变形**。

## 三、构件的三种失效模式

在结构的正常工作或机械的正常运转过程中，构件都需完成一定的功能，但它又会承受一定的力作用，同时也会产生一定的变形。当构件在外力作用下丧失正常的功能时，我们称这种现象为**失效或破坏**，工程构件的失效形式有很多种，但在本课程中通常将其分为三类：强度失效、刚度失效和稳定性失效。

**强度失效**是指构件在外力作用下产生不可恢复的塑性变形(永久变形)或发生断裂，如起重机的吊索被拉断，齿轮的齿发生永久变形而失去原来的正常齿形，以致齿轮传动机构不能正常运转，以及销钉被剪断(图 1.6a)和铆钉发生永久变形(图 1.6b)，这些都是不允许的。因此，工程设计中必须保证构件具有足够的抵抗破坏的能力，即具有足够的强度。

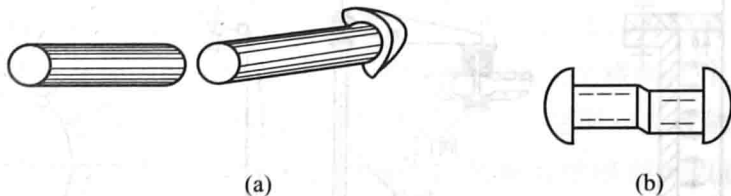


图 1.6

足够的强度并不是保证结构正常工作的唯一要求。某些情况下，由于弹性变形过大，也会影响结构或机械的正常工作，这种情况称**刚度失效**。如齿轮轴在运转过程中若变形过大，则会影响齿轮的传动精度，加速齿轮间和轴与轴承间的磨损(图 1.7a)。又如电机的转子与定子之间的间隙很小，如果转子的转轴变形过大，则影响电机的效率(图 1.7b)。因此，工程设计中必须保证构件具有足够抵抗弹性变形的能力，即具有足够的刚度。

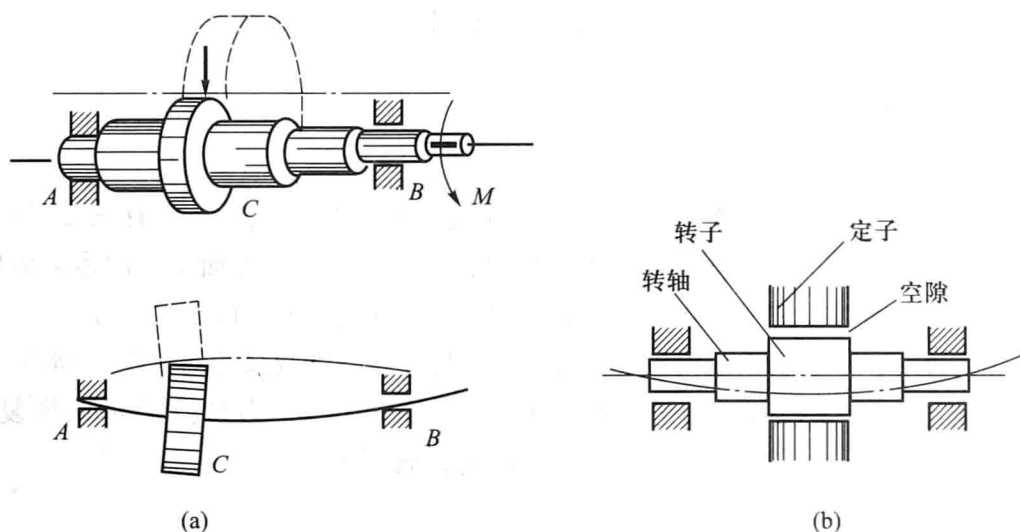


图 1.7

构件另外一种失效形式是稳定性失效，它是指构件在某种外力作用下(如轴向压力)，其平衡形式发生突然转变。如千斤顶中的螺杆、厂房或矿井中的支柱、活塞杆(图 1.8a)、内燃机的挺杆(图 1.8b)等，在受到过大压力时，直杆就会从直线的受压平衡形式突然变为弯曲的平衡形式。又如，图 1.8c 所示的一薄壁圆环受外压力过大时，截面由圆形突然变成椭圆形。这些都是非常危险的状态，许多工程事故就是这样发生的，因此，工程设计中必须保证构件具有足够的保持原有平衡形式或变形形式的能力，即具有足够的稳定性。

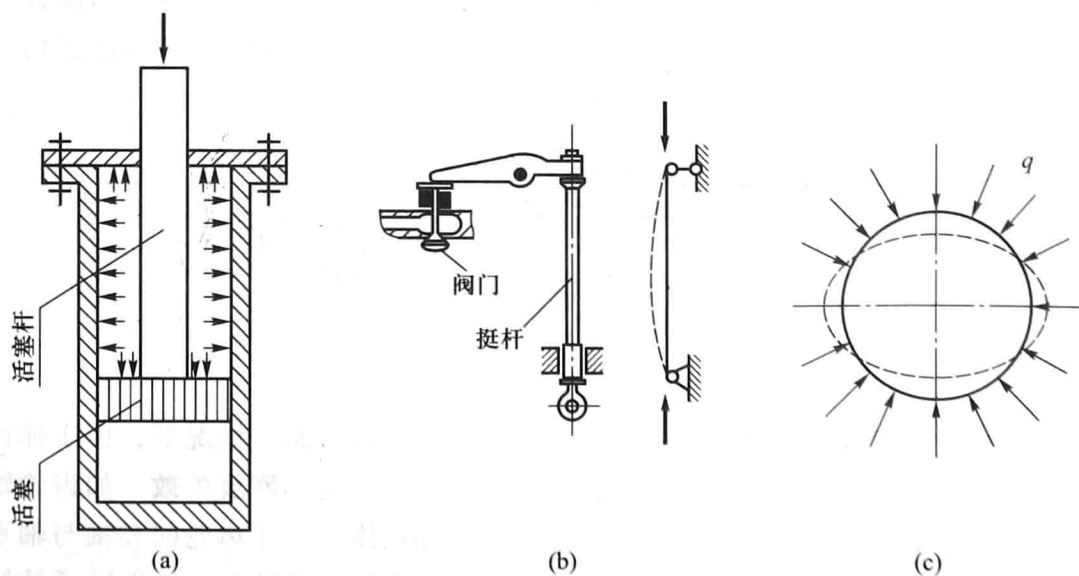


图 1.8

在设计工程构件时，一般要求构件必须满足强度、刚度和稳定性的要求，才是安全的，但对于某些特殊构件，却又往往有相反的要求。如为了保证机器

不致超载，当载荷达到某一极限值时，要求安全销立即破坏，以免损坏整个机器；车辆的缓冲弹簧力求有较大的变形，以发挥其缓冲作用。

#### 四、材料力学的主要任务

在工程设计过程中，若构件的截面尺寸过小，或截面形状不合理，或材料选用不当，在外力作用下将不能满足上述强度、刚度和稳定性要求，从而影响机械或工程结构的正常工作。反之，如构件尺寸过大，材料质量太高，虽满足了上述要求，但构件的承载能力难以充分发挥。这样，既浪费了材料，又增加了成本和重量，特别是在航空航天领域，结构在正常工作情况下尽可能减轻其重量，是设计者永恒的追求。材料力学是研究构件承载能力的科学，因此，材料力学的主要任务是：从宏观的角度，研究构件（主要是杆件）在外力（及温度变化）作用下的变形、受力和失效的规律，提出保证构件具有足够强度、刚度和稳定性的设计准则和方法，为构件的合理设计提供必要的理论基础和计算方法。

## §1.2 材料力学的力学模型与基本假设

### 一、材料力学的力学模型

在理论力学的静力学中将构件简化为在外力作用下不变形的刚体，从而研究其受力和平衡规律。但是，实际工程与生活中的任何物体（构件）在外力的作用下，都会产生或多或少的变形。严格地说，任何物体都是变形体，而构件的失效正是由它的变形超过一定限度或变形形式的改变引起的，因此，我们要研究构件的失效规律，必须将构件作为变形体来研究。而材料力学正是将构件作为变形体，研究其在外力（包括温度等其他场变化）作用下的受力、变形和失效的规律。

材料力学中的变形体与静力学中的刚体这两种力学模型可以通过刚化公理联系起来。由刚化公理可知，当变形体在已知力的作用下处于平衡状态时，若将它刚化为刚体，则其平衡状态保持不变。因此，当变形体处于平衡状态时，可以利用刚体静力学中的受力分析与平衡条件，计算变形体所受的外力与内力，这就建立了平衡的变形体与刚体之间的联系。

### 二、材料力学的基本假设

材料力学所研究的构件是由可变形的固体组成的，近代物理学研究指出，

一切物体都是由不连续的微粒组成的，它们有规则地或无规则地排列着，相互间存在引力和斥力，并保持平衡。如果根据这样复杂的物质构造来研究构件的力学性能(材料在外力作用下所表现的性能,称为材料的力学性能或机械性能)，是极其困难而繁琐的，而且也不便于工程应用。材料力学和其他技术科学一样，对真实情况作出切实的简化和理想化的假设，以便运用较为简单的数学表达式，来描述构件的力学性能，得到符合工程精度要求的计算结果。

### 1. 连续性假设

假设在构件所占有的空间内均毫无空隙地充满了物质，即认为是密实的。这样，构件内的一些力学量(如各点的位移)，可以表示为坐标的连续函数，用极限和微积分等数学工具进行分析。

连续性也存在于变形后，即构件内变形前相邻的物质，变形后既不会出现重叠(图 1.9a)，也不产生新的间隙或空洞(图 1.9b)，而依然保持相邻(图 1.9c)。

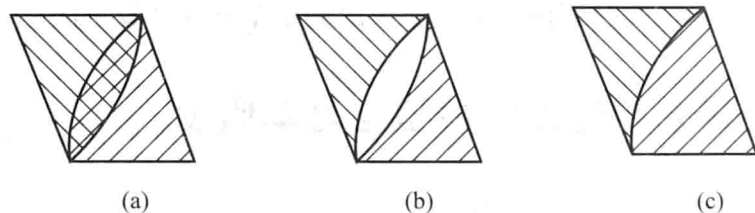


图 1.9

### 2. 均匀性假设

材料力学中，假设材料的力学性能与其在构件的位置无关。就使用最多的金属来说，组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同，但构件或从构件内部任何部位所取的微小单元体(简称微体)，都包含为数极多的晶粒，而且无规则地排列，它们的力学性能都是各晶粒的力学性能的统计平均值，所以可以认为它们的力学性能是均匀的或完全相同的。同时，由均匀性假设可知，通过标准试样所测得的材料力学性能，也可用于同一材料构件内的任何部位。

### 3. 各向同性假设

沿各个方向均具有相同力学性能的材料，称为各向同性材料，如玻璃、金属等。就金属的单一晶粒来说，不同方向力学性能不一样，但由于金属构件包含的晶粒极多，且排列是随机的，因此从宏观上看，金属为各向同性材料。

对于不同方向力学性能不同的材料，称为各向异性材料。如木材、纤维增强复合材料等。

此外，材料力学中还假设构件的变形与构件的尺寸相比很小，这种变形称为小变形。在小变形的条件下，分析变形体的平衡时，可不必考虑变形的影

响，而直接分析构件初始几何的平衡问题。如对一端固定、一端自由且在自由端承受横向力  $F$  的杆件，不考虑构件变形时(图 1.10a)，其支反力为  $F_R = F$ ， $M = FL$ ；若考虑变形的影响，则支反力偶矩  $M = F(L - \Delta)$ ，由于变形很小， $\Delta \ll L$ ，考虑平衡问题时可以忽略  $\Delta$ ，而变成  $M = FL$ ，即为不考虑构件变形时的支反力偶矩，因此，在小变形的条件下，可以直接用构件初始几何分析其平衡问题。另外，在小变形的条件下，计算构件变形时，也可忽略变形高阶项的影响。

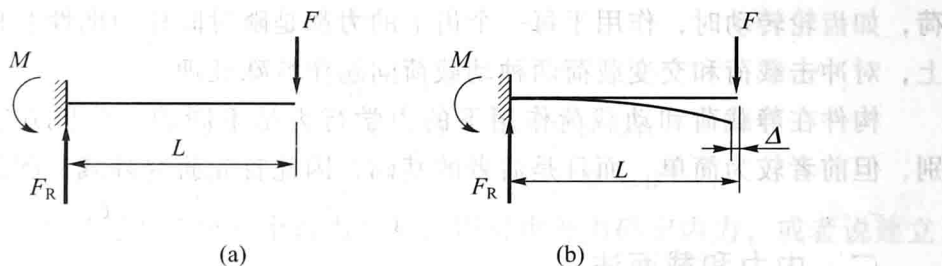


图 1.10

综上所述，在材料力学中，一般将实际构件看成是由连续、均匀的各向同性材料构成的可变形固体，且其变形很小，以至于不影响外力的作用。工程实际应用表明，在此基础上所建立的理论与计算分析结果，符合工程要求。

## §1.3 外力与内力

### 一、外力及其分类

当研究某一构件时，可以设想把这一构件从周围物体中单独取出，并用外力来代替周围各物体对构件的作用。周围物体对构件的作用力就是外力，它包括载荷与约束力。

按照力的作用方式，外力可以分为表面力和体积力。连续作用在构件各质点上的外力称为体积力( $N/m^3$ )，如构件的重力、离心力等。而作用在构件表面的外力称为表面力，如容器内液体对容器的压力、大气压作用在我们身上的压力、物体间的接触压力等。

表面力按照其在构件表面的分布情况，可分为分布力与集中力。连续分布在构件表面某一范围的力称为分布力。若分布力是分布在板件或块体的某一表面，则称为面分布力( $N/m^2$ )；若分布力是沿杆件轴线作用的，则称为线分布力( $N/m$ )，如楼板对房屋大梁的作用力。如果分布力的作用面积远小于构件的表面面积，或沿杆轴线的分布范围远小于杆件的长度，则可将分布力简化为

作用于一点的力，称为**集中力**( $N$ )。

按照载荷随时间变化的情况，载荷可分为静载荷和动载荷，随时间变化非常缓慢或不变化的载荷，称为**静载荷**。其特征是在加载过程中，构件的加速度很小可以忽略不计，构件的各部分随时处于静力平衡状态。

随着时间显著变化或使构件各质点产生明显加速的载荷，称为**动载荷**。在极短时间内( $<1/1\ 000\text{ s}$ )施加在构件上的载荷，称为**冲击载荷**。如打桩时铁锤对桩的冲击载荷。另一种动载荷是随时间作周期性变化的载荷，称为**交变载荷**，如齿轮转动时，作用于每一个齿上的力都是随时间作周期性变化的。工程上，对冲击载荷和交变载荷两种动载荷问题作特殊处理。

构件在静载荷和动载荷作用下的力学行为是不同的，分析方法也有所差别，但前者较为简单，而且是后者的基础，因此首先研究静载荷问题。

## 二、内力和截面法

构件受外力作用会发生变形，其内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用力就是**内力**。我们知道，即使构件不受力，它的内部各微粒之间也存在相互作用力。而材料力学中的内力，是指在外力作用下，上述相互作用力的变化量，是外力引起的各部分相互作用的“附加内力”。这样的内力随外力变化而变化，构件的强度、刚度和稳定性与内力的大小及其在构件内的分布情况密切相关，因此，内力分析是解决构件强度、刚度和稳定性问题的基础。

为了显示出构件在外力作用下某截面上的内力，可假想地用一平面将构件截分为 $A$ 、 $B$ 两部分，如图 1.11a 所示。任取其中一部分为研究对象(如 $A$ 部分)，由于解除了 $B$ 对 $A$ 的约束，在截面上必然有内力存在，由连续性假设可知，内力是作用在切开截面上的连续分布力，如图 1.11b 所示。应用力系简化理论，这一连续分布的内力系可以向截面形心 $C$ 简化为主矢 $\mathbf{F}_R$ 和主矩 $\mathbf{M}$ ，即为该截面上的内力。

为了分析的方便，沿构件轴线建立 $x$ 轴，在所截横截面内建立 $y$ 轴与 $z$ 轴，并将主矢 $\mathbf{F}_R$ 和主矩 $\mathbf{M}$ 沿上述三个坐标轴分解，便可得到该截面上的三个内力分量 $F_N$ ， $F_{S_y}$ 与 $F_{S_z}$ ，以及三个内力偶矩分量 $M_x$ ， $M_y$ 与 $M_z$ ，如图 1.11c 所示。为了叙述简单，这三个内力分量和三个内力偶矩分量统称为**内力分量**，且根据他们各自的作用效应，分别称 $F_N$ 为**轴力**， $F_{S_y}$ 与 $F_{S_z}$ 为**剪力**， $M_x$ 为**扭矩**， $M_y$ 与 $M_z$ 为**弯矩**。

上述内力分量与作用在 $A$ 上的外力保持平衡，根据空间力系平衡条件，有如下平衡方程



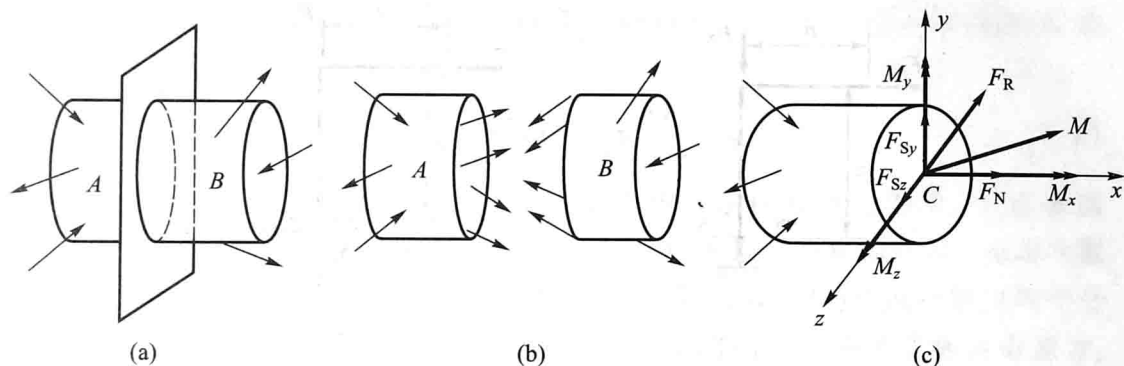


图 1.11

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0, & \quad \sum F_y = 0, & \quad \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0, & \quad \sum M_y = 0, & \quad \sum M_z = 0 \end{aligned}$$

由此六个方程可求解出六个内力分量，即可由外力确定内力，或者说建立内力与外力之间的关系。

上述将构件假想地切开以显示内力，并由平衡条件确定内力的方法称为截面法。它是分析杆件内力的一般方法，具体步骤归纳如下：

(1) “一截为二，弃一留一”。欲求某一截面上的内力，就沿该截面假想地将构件分成两部分，任意地留下一部分作为研究对象，并弃去另一部分。

(2) “内力代替”。用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。

(3) “平衡求力”。建立留下部分的平衡方程，确定未知的内力。

需要说明的是，对于受到不同载荷的杆件，截面上存在的内力分量的个数并不相同，如仅受面内载荷的平面杆或杆系结构，其横截面上的内力最多只有轴力、面内剪力和弯矩三个。

**例 1.1** 如图 1.12a 所示折杆，试求  $m-m$  横截面上的内力。

**解：**为了方便，沿截面  $m-m$  将折杆截为两部分，取  $m-m$  上半部分为研究对象，并以截面形心为原点建立平面坐标系。

截面上可能存在的内力有轴力  $F_N$ 、剪力  $F_S$  和弯矩  $M$ ，如图 1.12b 所示。由平衡条件得

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0, & \quad F_S - F_1 = 0 \\ \sum F_y = 0, & \quad F_N + F_2 = 0 \\ \sum M_C = 0, & \quad F_1 b - M = 0 \end{aligned}$$

求得内力  $F_N$ 、 $F_S$  和  $M$  为

$$F_S = F_1, \quad F_N = -F_2, \quad M = F_1 b$$