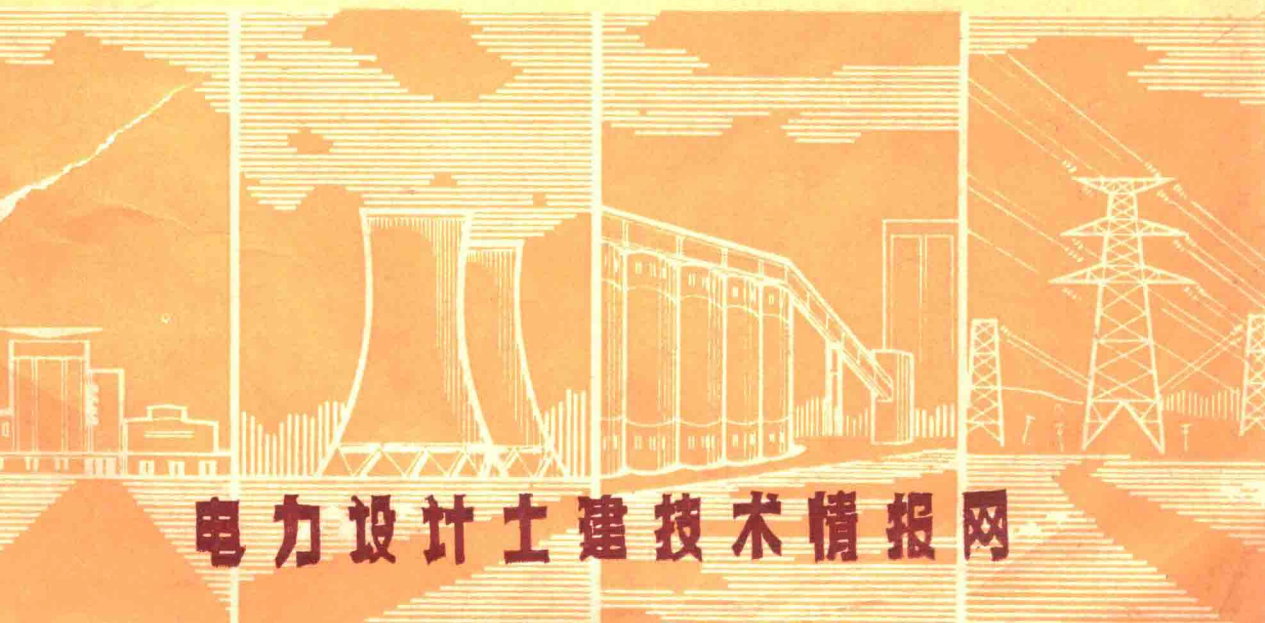




电力建筑丛刊

结构工程手册译文集

〔上〕



电力设计土建技术情报网

出版说明

《结构工程手册》(Handbook)第二版出版于1979年。本书由美国土木工程师学会、工程师共同写成。其内容涉及许多电力建筑。电力建筑丛刊(2)工程类手册的《手册》,不仅对电力工程技术人员,而且对从事其他工程技术人员,也是有益的。本书可作为电力工程技术人员,特别是从事结构工程设计的工程技术人员,参考之用。本书共分12章,主要内容包括:1. 绪论;2. 材料;3. 荷载;4. 设计方法;5. 混凝土;6. 钢筋混凝土;7. 钢结构;8. 木结构;9. 砌体结构;10. 地基与基础;11. 桥梁;12. 其他。本书共分12章,主要内容包括:1. 绪论;2. 材料;3. 荷载;4. 设计方法;5. 混凝土;6. 钢筋混凝土;7. 钢结构;8. 木结构;9. 砌体结构;10. 地基与基础;11. 桥梁;12. 其他。

《结构工程手册》译文集

(上)

电力设计土建技术情报网中心站 主编

水利电力部西北电力设计院

出版

内 容 提 要

本译文共二十六章，分上下两集出版。由美国47位当代的著名学者、教授、工程师共同写成。其内容极其广泛，几乎包括现代土木工程的所有领域。其编写方式亦不同于一般的《手册》，不是一些图表、数据的罗列，而是用简单明了的语言将原理阐述清楚，并辅以适当的实例，这可使读者收到举一反三的效果。

本《手册》可供了解美国当代土木工程界的概况之用，也可供工程师、建筑师及大专院校土建专业的师生参考使用。

电 力 建 筑 丛 刊 第 2 卷

《 结 构 工 程 手 册 》

(STRUCTURAL ENGINEERING HANDBOOK)

译 文 集 (上)

*	*	*	*	*
主 编	电力设计土建技术情报网中心站			
出 版	水利电力部西北电力设计院 (西安市金花北路)			
印 刷	兵器工业部八〇四厂印刷厂			

*	*	*	*	*	
开 本:	32开	印 张:	128	字 数:	3000

(内部交流)

1982年8月出版

翻译出版说明

《结构工程手册》(Structural Engineering Handbook)第二版出版于1979年。本《手册》由美国47位当代的著名学者、教授、工程师共同写成。其内容极其广泛,几乎包括现代土木工程的所有领域。其编写方式亦不同于一般的《手册》,不是一些图表、数据的罗列,而是用简单明了的语言将原理阐述清楚,并辅以适当的实例,这可使读者收到举一反三的效果。本《手册》可供了解美国当代土木工程界的概况之用,也可供工程师、建筑师及大专院校土建专业的师生参考使用。

《手册》原文共有二十六章,内容包括:1. 结构分析;2. 计算机在结构工程中的应用;3. 抗震设计;4. 结构的疲劳与脆断;5. 土力学与基础;6. 钢结构构件设计;7. 钢框架的塑性设计;8. 钢结构的制造与安装;9. 冷成型钢结构构件设计;10. 铝结构构件设计;11. 钢筋混凝土结构构件设计;12. 预应力钢筋混凝土结构构件设计;13. 混凝土的施工;14. 组合结构设计;15. 圬工结构;16. 木结构;17. 拱及刚架;18. 桥梁;19. 各类房屋建筑;20. 混凝土薄壳结构;21. 悬索屋顶;22. 钢筋混凝土斗仓和筒仓;23. 钢贮罐;24. 杆塔结构;25. 地下沟道;26. 烟囱。

由于全书篇幅巨大,我们仅将其中的第1、3、5(仅第三部分)、6、7、9、11、12、17、19(仅第二、三部分)、22、26等十二章译出,作为《电力建筑丛刊》第2期出版。征订后,部分订户来函、信建议全译,我们接受了这个建议,决定组织翻译其余章节,将在《电力建筑丛刊》第3期续刊。

本《手册》译文集(上),系由山西省电力勘测设计建议,中心站组织翻译,参加本集的译校人员有:

第一篇——江西省电力设计院万晓艾,内蒙工学院李炳威、刘安民,江苏省电力设计院刘瑞葵,西北电力设计院洪柏年、业文源;

第二篇——西北电力设计院文良漠、施国宾;

第三篇——广西电力局水电设计院黄焕源、鲁秉璋、姚杰、黄咏才

第四篇——西北电力设计院张华仙、吴国强;

第五篇——西南电力设计院陈鹤麟、陈位永、张光远、沈关欣;

第六篇——西南电力设计院李树炎、沈关欣、杨永玲;

第七篇——西南电力设计院李碧珠、罗安宁、沈关欣;

第八篇——山西省电力勘测设计院张明、王昌炎、智毓馨、林桂芬、周顺源;

第九篇——西北电力设计院周旭华、吴国强;

第十篇——西北电力设计院李名威、吴国强、吴素清;

第十一篇——西北电力设计院陈传铮、吴国强,江苏省电力设计院刘瑞葵;

第十二篇——江苏省电力设计院茅乃康、刘瑞葵;

附 录——西北电力设计院洪柏年及江苏省电力设计院刘瑞葵。

本集承蒙江苏省电力设计院刘瑞葵进行总校;西北电力设计院缪廷恩、仇后发、朱为荣、陈霏、张宗正等同志参加插图描绘写字,封面设计由傅正殷等同志承担;在组织翻译、审稿、编辑和出版发行工作中,还得到了全网各有关单位的大力支持和协助,谨此致谢电力设计土建技术情报网中心站 1982年6月

本手册论述的结构有工业建筑、高层建筑、桥梁、薄壳结构、拱、悬吊屋盖、贮液箱、散体料斗和筒仓、挡土墙、沉井、钢输电杆塔、烟囱和地下管道等。包括钢筋混凝土、预应力混凝土、钢、木、铝、砖石和组合结构的设计。有的章节涉及了土力学和基础、施工方法、工厂化和装配化等,并对结构分析作了综合性的论述,包括矩阵理论、有限单元法和计算机的应用等,以提供设计者为解决这方面的问题可能需要的资料。最后,对抗震、耐疲劳及脆性断裂与破坏的设计作了论述。

本手册每个章节力求内容层次清晰,避免重复,重要专题不被忽视。编者对作者在完成第二版的过程中辛勤操劳,通力合作表示衷心的感谢。

(美国 乌尔班纳、伊利诺斯 爱莫瑞特斯大学土木工程教授)

(美国 佛吉尼亚大学土木工程教授)

第一篇

结构分析目录

第一部分弹性体系

- § 1 自由度
- § 2 分析原理
- § 3 力的平衡
- 能量原理**
- § 4 分 类
- § 5 虚功原理
- § 6 最小势能原理
- § 7 最小余势能定理
- § 8 卡氏定理
- § 9 交互定理
- § 10 非弹性结构分析

结构型式分类

- § 11 外力和反力
- § 12 独立的力分量
- § 13 铰接平面和空间桁架
- § 14 刚结点框架

结构分析的方法

静定结构的内力

- § 15 铰接桁架
- § 16 梁 系
- 挠 度**
- § 17 Williot——Mohr图
- § 18 梁的数值积分法

单位荷载法求挠度

- § 19 解的一般形式

- § 20 线性弹性铰接桁架
- § 21 线性弹性梁的挠度
- § 22 线性弹性类梁结构
- § 23 线性弹性结构的相对挠度
- § 24 线性弹性结构
- § 25 非线性弹性和塑性结构
- § 26 自应变的挠度
- § 27 余能法和卡氏定理

影响线

- § 28 静定体系
- § 29 超静定体系

超静定结构

- § 30 方法的选择

线性弹性结构：力法

- § 31 柔度系数
- § 32 单位荷载法
- § 33 Castiglano 定理
- § 34 三弯矩方程
- § 35 柱比法

线性弹性结构：位移法

- § 36 刚度系数
- § 37 单位位移法
- § 38 转角挠度方程
- § 39 弯矩分配法
- § 40 最小余能法
- § 41 最小势能法

矩阵方法

§ 42 挠 度

§ 43 静定结构

超静定结构

§ 44 方法的选择

§ 45 矩阵力法

§ 46 例 题

§ 47 多余力的选择

§ 48 初应变

§ 49 刚度矩阵

§ 50 刚度矩阵的直接计算

§ 51 矩阵位移法

§ 52 凝缩刚度矩阵

§ 53 初应变

§ 54 非线性结构

矩阵代数基础

§ 55 定 义

§ 56 矩阵运算

第二部分 有限元素法

§ 57 结构的离散化

§ 58 网格的选取准则

§ 59 元素模式

§ 60 平面应力和平面应变元素

§ 61 平面应力分析

§ 62 梁和板的弯曲

§ 63 壳及正应力和弯曲的组合

§ 64 三维问题

§ 65 元素刚度矩阵和结点力矢量

§ 66 平衡方程的集合

§ 67 求解位移

§ 68 求解元素的应变和应力

参考文献

电力建筑丛刊〈2〉

《结构工程手册》译文集(上) 目录

翻译出版说明

前 言

第一篇	结构分析	(1—0~115)
第二篇	抗震设计	(2—0~27)
第三篇	土力学与基础*	(3—0~48)
第四篇	钢筋混凝土结构构件设计	(4—0~55)
第五篇	预应力钢筋混凝土结构构件设计	(5—0~56)
第六篇	拱及刚架	(6—0~54)
第七篇	各类房屋建筑**	(7—0~62)
第八篇	钢筋混凝土斗仓和筒仓	(8—0~39)
第九篇	烟 囱	(9—0~25)
第十篇	钢结构构件设计	(10—0~96)
第十一篇	钢框架的塑性设计	(11—0~39)
第十二篇	冷成型钢结构构件设计	(12—0~30)
附 录		(附—1~5)

* 其中第一、二部分及**的第一部分将在《电力建筑丛刊》第3期续刊

第一篇

结构分析

第一部分 弹性体系

著者: J. GRAHAM

(英国贝尔法斯特, 皇家学院航空工程讲师)

W. G. GODDEN

(美国伯克利, 加利福尼亚大学土木工程教授)

第二部分 有限元素法

著者: W. C. SCHNOBRICH

(美国约尔本, 里洛斯大学土木工程教授)

J. GRAHAM

(英国贝尔法斯特, 皇家学院航空工程讲师)

第一部分: 江西省电力设计院 万晓艾 译

内蒙工学院教授 李炳威 校

第二部分: 内蒙工学院讲师 刘安民 译

江苏省电力设计院 刘瑞棻

江西省电力设计院 万晓艾 校

西北电力设计院 洪柏年 业文源 复校

第一篇 (原文第1章)

结构分析

第一部分 弹性体系

§ 1 自由度

自由度的概念是研究结构平衡与超静定的基础,也是在结构分析中应用参数表述问题的基础。一体系的自由度数目的是确定该体系在空间位置所需要的独立坐标个数,换言之,自由度的数目就是确定体系外形独立位移个数。对于需要分析结点的受力和位移的结构组合体,其自由度完全取决于该组合体的结点。这些结点可以是单独构件之间有形的联结点(例如铰接桁架中的销钉,再如建筑框架中的梁柱接头)。当为求解问题方便,也可以在某构件内任意假设一些结点,这些结点将构件再分为一系列的构件组。

空间结点系的自由度总数是全部结点自由度数目的总和,在空间系统中,任意结点最多有六个自由度,实际上,体系的自由度和选用的参数坐标系有关,而参考系的选择完全是人为的,显然最实用的情况是选地球作为参考系。在选定的参考系中,结点的自由度数,随其受到约束的特性而减少,相对于体系其他(自由)的结点,这种约束称为外部约束。结点系相对所选参考系的自由度称为结构的自由度,它等于结点系自由度数目的减去独立的外部约束数。

对每一个自由度相应有一个平衡方程式,由此可导得如下结论:

1. 平衡。若一个结点系处于平衡,对于每一个自由度,将承受不少于一个独立的约束(相当一个内力或外反力)。
2. 静定。当独立约束的数目等于结点系自由度的总数目,并且约束被适当配置时(§13),那么体系处于平衡并且是静定的。
3. 超静定。当独立约束数目大于结点系的自由度数目的时,体系处于平衡,但是,是超静定的。

任何结构问题的解,都可以用基本参数的式子来表示。基本参数的选择,下述两者必居其一。

(1) 选多余力作为基本参数,这种情况,问题的解表现为一组联立方程式,而这一组方程式的数目则等于多余未知力的总数目。此法称为“力法”。

(2) 选对应于结构自由度的位移作为基本参数,这种情况,问题的解同样也表现为一组联立方程式,而这一组方程式的数目则等于结构自由度的数目,此法称为“位移法”。

§ 2 分析原理

对于每一结构分析问题的解,必须满足两个条件:

1. 力的平衡。当结构作为整体考虑时,其在荷载和反力作用下必须平衡,这就是外力平衡条件。当结构的每一个单元作为隔离的自由体考虑时,它在荷载和边界力的作用下

必须平衡, 这就是内力平衡条件。

2. 位移的相容性。由于结构构件的应力应变关系, 在任意荷载作用下, 结构所有构件发生的位移, 必须保持其协调一致性, 也就是说必须维持结构的连续性。

在静定结构中, 第二个条件自动得到满足。其内力的分布完全可以由第一个条件来确定。对超静定结构必须应用两个条件, 其内力分布是作用荷载、结构的几何尺寸和材料的弹性特征的函数。

§ 3 力的平衡

力系平衡的必要与充分条件是:

1. 力系的合力为零。

2. 力系对任意轴的合力矩为零。

为方便通常取直角坐标系作为参考系(图1), 力系的平衡条件可以用六个方程式来表示:

$$\Sigma P_x = 0 \quad \Sigma P_y = 0 \quad \Sigma P_z = 0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \Sigma (yP_x - zP_y) &= 0 \\ \Sigma (zP_x - xP_z) &= 0 \\ \Sigma (xP_y - yP_x) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

大多数情况, 作用荷载都是静荷载。在动力问题中, 在任一时刻作用于物体上的力和相应的惯性力应满足平衡方程(d'Alembert原理)。

能量原理

§ 4 分类

所有能量原理可以分为两种类型:

第一种类型是使平衡条件用位移来表示; 第二种类型是使位移和相容条件用力来表于。这就相应的归结为位移法和力法。在位移法中, 开始只要施加相容条件, 由此可以得到无穷多组满足相容性条件结构的位移。能量法就是用于去选择一个真实的位移, 也即在给定作用下处于平衡状态的唯一位移。在力法中开始只要施加平衡条件, 由此可以得到无穷多组与作用荷载互相平衡的力系, 能量法就用于去选择一个真实的平衡状态, 即满足相容条件的唯一的一个力系。

每一种能量法都可以从虚功原理导得,

(§ 5) 虚功原理是能量守恒普遍原理的另一种示表方法。因而弹性体系结构分析的所有方法, 都可由这个基本原理推导而得。在结构分析中的主要的能量原理, 包含下述概念和定义: 力被理解为广义的力, 即“力”可以是作用于一点的力, 力矩或力偶, 也可以是一个力系。同

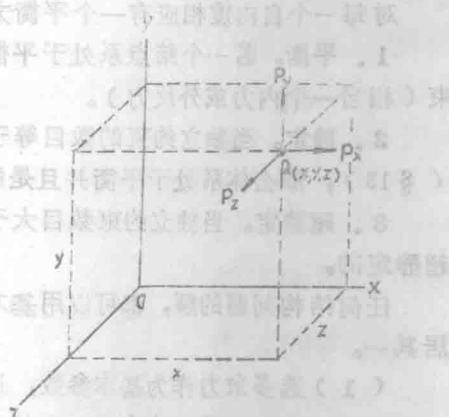


图1: 相对于直角坐标系的力

样变位可以是位移、转角或者整个外形变位。力在其作用点沿其作用线上的变位称为相应变位。集中力的相应变位是位移，而力矩或力偶的相应变位是转角。功定义为力与其相应变位的乘积。能量定义为做功的能力。物体因其位置所具有的能量称为势能，物体凭借其运动而具有的能量称为动能。一般假定荷载作用的方式，其动能为零。若力系在加荷和卸荷的一个循环过程中所做的净功为零，则该力系称为保守的。保守力系所做的功仅取决于力系作用点的起始和最终位置，且认为是“可恢复的”。

一个弹性体是指的这样一种物体，当引起变形的荷载卸除之后，物体的变形便自动消失。因此，作用在一个弹性体上的外力与反力形成一个保守力系，而且在弹性变形过程中，此力系所做的功以应变能的形式储藏于弹性体内，而且是可恢复的。一弹性体的势能 V 定义为。

$$V = U + V_e \quad (8)$$

式中 U = 应变能

$V_e = C - \sum W_j \Delta_j$ = 相对某参考系外力的势能

C = 取决于参考系的常数。

图2中 a 和 b 表示线性和非线性弹性关系，图中加荷和卸荷都沿着同一曲线 OA ，在图2c中加荷沿 OA 线，而卸荷沿另一线 AB 。这就是非保守体系，且在加荷和卸荷过程中做了功。物体经受了不能恢复的变形或谓之“永久变形” Δ_{res} 。在物体上所作的功是不能恢复的，其大小等 OAB 的面积。

一个弹性结构

可以呈现的线性的或非线性的特征。

为了使之具有线性特征必须满足两个条件：材料必须具有线性的应力应变关系；同时结构的几何外形必须导致完全线性的结果。

若两个条件只要有一个条件不能满足，将出现非线性特征，图3表示了几个导致非线性结果的几何外形的例子，尽管其结构构件的材料具有线性的应力应变关系。

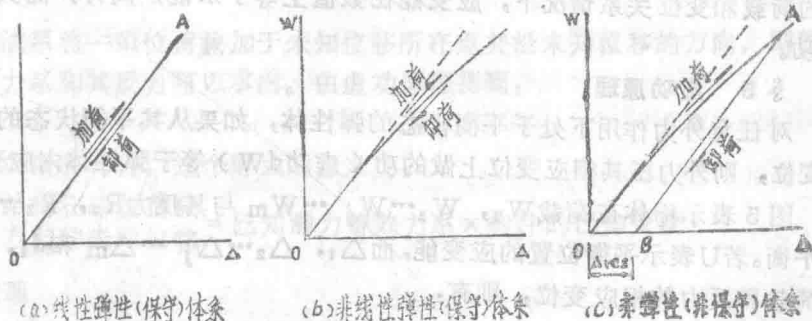


图 2

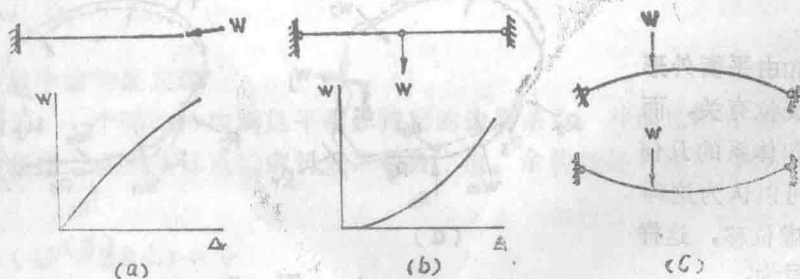


图 3

功与余功。图4(a)表示作用荷载 W_j 和其相应变位 Δ_j 之间的非线性弹性关系。

应变能和余能。图4(b)表示物体的单元体 dV 在力系 W 作用下,内力(应力)和相应变位(应变)之间的关系。

由于体系是保守的,总应变能等于外荷 W 所做的功,即:

$$\int_v \left(\int_0^{\epsilon_1} \sigma d\epsilon \right) dV = \sum_1^m \left(\int_0^{\Delta_1} W_j d\Delta_j \right) \quad (4)$$

同样,总余能等于外力 W 作的功,即:

$$\int_v \left(\int_0^{\sigma_1} \epsilon d\sigma \right) dV = \sum_1^m \left(\int_0^{W_j} \Delta_j dW_j \right) \quad (5)$$

余能没有物理意义,只是一个数学表达式,但由此可以推导出重要的结论。在具有线性的荷载和变位关系情况下,应变能在数值上等于余能,同样,而真实功在数值上就等于余功。

§ 5 虚功原理

对任意外力作用下处于平衡状态的弹性体,如果从其平衡状态的外形施加一微小的可能变位,则外力在其相应变位上做的功(虚功 dW)等于弹性体内应变能的改变(dU)

图5表示物体在荷载 $W_1, W_2 \dots W_j \dots W_m$ 与其反力 $R_1, R_2 \dots R_h \dots R_r$ 作用下处于平衡。若 U 表示平衡位置的应变能,而 $\Delta_1, \Delta_2 \dots \Delta_j \dots \Delta_m$ 和 $d_1, d_2, \dots d_h \dots d_r$ 分别为荷载和反力的相应变位,则有:

$$dU = \sum_1^m W_j d\Delta_j + \sum_1^r R_i d(d_i) \quad (6)$$

在刚性支承的情况下,式中第二项为零。对非刚性支承 d_i 取负值。

方程(6)和由平衡外形取得的无限小变位有关,而这种变位必须和体系的几何外形相协调,可以认为这种变位是有限的虚位移,这样方程(6)可写为:

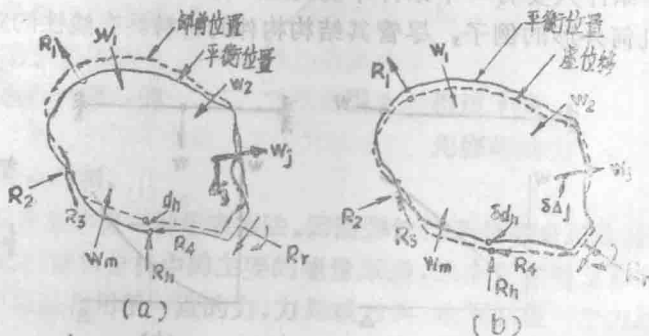


图 5

$$\delta U = \sum_1^m W_j \delta \Delta_j + \sum_1^r R_k \delta d_k \quad (7)$$

方程(6)和(7)中,虚功是真实的作用力在虚位移上做的功。基于此,虚功原理有时也称为虚位移原理。在满足位移相容性的过程中,平衡条件也要得到实现。因此,虚位移原理是结构分析中位移法的基础。

从另一方面来讲,若一组自身平衡的虚力作用在物体上,将维持其平衡状态。此时,虚功是因虚力作用于真实位移而得到的。这种形式我们称之为虚力原理,或虚余功原理。这就说明,应变余能的增量等于虚力在真实位移上所做余功的增量。虚力原理的这种形式应满足相容性的要求,也是结构分析中力法的基础。

这些原理具有一般性,对非线性弹性体同样适用。在结构分析中应用虚功原理最基本的而方便的有如下两种形式:

单位位移定理。此法系将一单位位移加于未知力的作用点并沿未知力的方向,则物体将得到与此单位位移相容的一系列变位。单位位移定理应用在如下两个方面:

1. 用已知内力表示未知的外力,这是进行超静定结构分析的位移法的基础。

$$1 \cdot W = \sum e_i P \quad (8)$$

式中总和遍及结构的所有构件,这个等式的意义如:

施加的单位位移 $\times$ 未知外力 = 因单位位移引起的各杆的已知相容变位 $\times$ 已知内力

2. 用已知外力表示未知内力,这就是线性弹性超静定结构求影响线的Muller—Breslau原理。

单位荷载定理。此法系将一单位荷载加于未知位移所在点并沿未知位移的方向,则静力等效于单位荷载的内力系和其反力可以求出。由虚功原理得到:

$$1 \cdot \Delta = \sum p e \quad (9)$$

式中总和符号遍及结构的所有构件,这个等式的意义为:

施加的单位荷载 $\times$ 结构在单位荷载方向的未知位移 = 已知静力等效力系 $\times$ 构件的已知变位

§ 6 最小势能原理

此定理为,当弹性结构处于平衡则其势能取得极小值。即:

$$\delta(U + V_e) = 0 \quad (10)$$

这个原理实质上是利用了变分法的虚功原理。它广泛用于寻求结构稳定问题的解,也用于求解高次超静定问题,求解时,位移可用简单级数的前几项来表示。〔§ 41〕

最小势能法是一种位移法,因为势能的变分是用位移来表示的,故应变能必须用位移来表达。

§ 7 最小余势能定理

此定理为,一个弹性结构满足平衡和特定的边界条件,并满足相容条件的应力状态(即真实应力状态)必须使体系的余势能取得极小值。余势能是余能 U' 和反力做功 $\sum R d$ 的和,即:

$$\delta(U' + \sum R d) = 0 \quad (11)$$

这个定理涉及应力状态的变分，在实用中属于力法，其中余能各项必须用应力或内力表示。

当结构支座为固定端，方程(11)成为，

$$\delta U' = 0 \quad (12)$$

即余能为极小值。

余能的概念可用来计算弹性结构的变位，正如图4所示。

$$\frac{\partial U'}{\partial W_j} = \Delta_j \quad (13)$$

§8 卡氏定理

对于线性弹性体系，其应变能在数值上等于余能。这种情况，方程(12)和(13)可用应变能的式子来表示。这种形式正是熟知的卡氏定理。方程(12)的特殊情况可以改述如下：

线性弹性结构满足平衡和已知边界条件的所有可能的应力状态中，满足相容条件的应力状态，使应变能取最小值，此定理通常亦称为最小功原理，它便于应用，只需使多余力满足应变能取极小值的条件：

$$\delta U = 0 \quad (14)$$

对线性结构，方程(13)的特殊情况是：

$$\frac{\partial U}{\partial W_j} = \Delta_j \quad (15)$$

§9 交互定理

此定理给出一个线性弹性体的两个平衡状态之间的关系。第一状态作用荷载系的 $W_1, W_2, \dots, W_j, \dots, W_m$ ，相应位移为 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_j, \dots, \Delta_m$ 。所谓“相应位移” Δ_j 即沿 W_j 作用线方向的位移。第二状态作用荷载系的 $W'_1, W'_2, \dots, W'_j, \dots, W'_m$ 其作用点和方向与第一状态相同，而且相应位移为 $\Delta'_1, \Delta'_2, \dots, \Delta'_j, \dots, \Delta'_m$ 。交互定理认为第一状态荷载(W_j)在第二状态位移(Δ'_j)上做的功等于第二状态荷载在第一状态位移(Δ_j)上做的功。即：

$$\sum_{j=1}^m W_j \Delta'_j = \sum_{j=1}^m W'_j \Delta_j \quad (16)$$

方程(16)的特殊情况给出了相应两个荷载处挠度之间的关系，正是熟知的Maxwell位移交互定理。图6a表示由于荷载 W_1 单独作用相应于 W_1, W_2 处的位移。同样图6b表示由于荷载 W_2 单独作用的相应位移。Maxwell定理得出：

$$W_1 \Delta_{12} = W_2 \Delta_{21} \quad (17)$$

定理式中若为单位荷载更显现其方便，即是说某线性弹性结构点1处由于点2处单位荷载作用引起的挠度等于点2处由于点1处单位荷载作用引起的挠度，方程式(17)成为：

$$1 \times \delta_{12} = 1 \times \delta_{21}$$

(18)

“力”和“位移”应用时均赋予广义的含义，因此可得：

1. 点1处由于点2处单位力偶作用引起的转角等于点2处由于点1处单位力偶作用引起的转角。

2. 点1处由于点2处单位力偶作用引起的挠度（位移）在数值上等于点2处由于点1处单位荷载作用引起的转角。

交互定理主要用于作线性弹性体系的影响线。

§10 非弹性结构分析

虚功原理，最小势能定理和最小余势能定理都可应用于一般保守体系即非线性弹性体系。然而，若不发生卸荷的情况时，也可用于具有弹塑性特征的结构分析（图2c）。

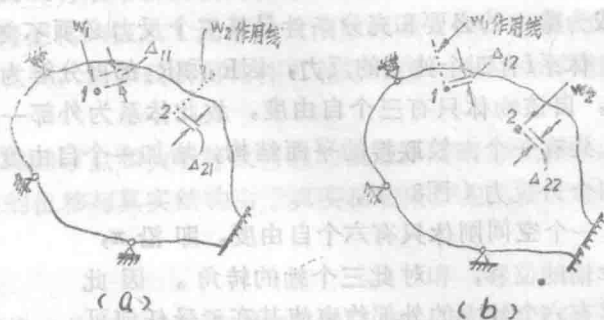


图 6

结构型式分类

§11 外力和反力

一平面刚体有三个自由度，即沿x, y轴方向的位移与对z轴的转角（图7a）其作用荷载W和反力R必须满足三个平衡方程：

$$\sum V = 0 \quad \sum H = 0 \quad \sum M = 0$$

由此得出，刚体在任意荷载W作用下，为维持其平面内的位置，要求施加三个独立的外约束。此三个约束反力的独立性具有重要意义。

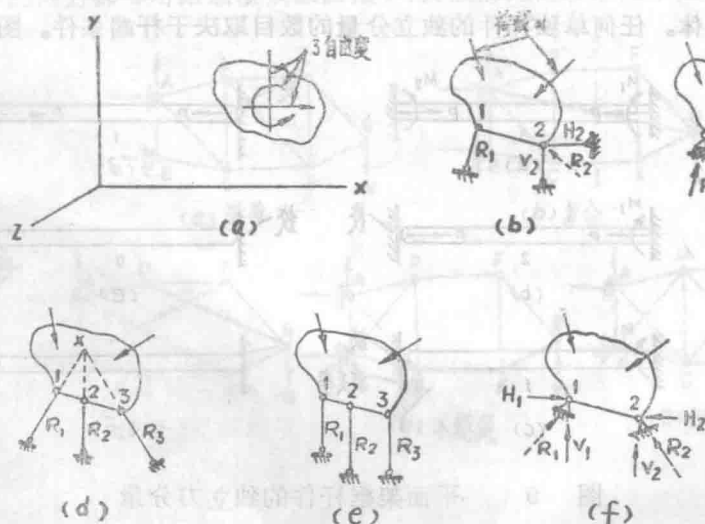


图 7

图7中b和c的支承体系是相同时。其每一情况外力 W 引起的支承反力 R_1 的方向是确定的，而 R_2 可以分解为两个独立的分量，例如垂直和水平分量 V_2 和 H_2 。这两个体系都是稳定的和静定的。然而体系d是非稳定的，因为 R_1 、 R_2 、 R_3 相交于一定点 x ，等效于相交于 x 点的两个独立的力。体系d只能支承一种其合力通过 x 点的荷载，在其它荷载作用下，它成为一个机构。接近于这种几何关系的支承体系将会引起结构产生过大的内力和变位，因此应该避免。应注意到体系的这种特殊情况，正如图7e所示，其三个反力相互平行，结构成为稳定的必要和充分条件是其三个反力必须不交于一点。

体系f有四个独立的反力，因 R_1 和 R_2 都可分解为垂直的和水平的分量 V_1 、 H_1 和 V_2 、 H_2 ，自该物体只有三个自由度，故此体系为外部一次超静定结构。

具有一个内铰联接的平面结构，增加一个自由度即铰点处的转角，因之需要适当的设置四个外反力（图8）。

一个空间刚体只有六个自由度，即沿 x 、 y 、 z 轴的位移，和对此三个轴的转角。因此要求有六个独立的外部约束使其在承受任何可能的荷载时保持物体的位置。单纯的几何条件不能确保六个约束布置得合理，在可疑情况下，建立平衡方程式时将会表明布置得不合宜，（如当体系成为机构时，方程为不定方程，且在接近于机构的一个结构中某些反力变得非常大）。若物体增加一个自由度（如加入一个单铰，或对铰结桁架取掉一根杆件）那么为维持整体平衡，需要适当增加一个定位的反力。

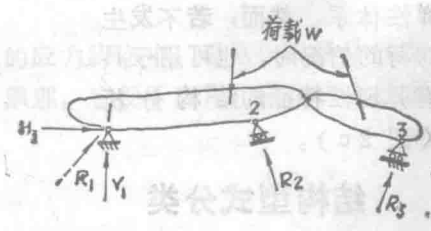


图 8

§ 12 独立的力分量

为便于分析，结构可考虑为由若干杆件以一些可动结点或刚结点连接起来，并支承于若干固定结点上的组合体。任何单独杆件的独立分量的数目取决于杆端条件。图9表示从平面框架杆系取出的

杆件的独立力分量数，(a)表示两端固定杆件，每端有三个内力即轴力 P ，弯矩 M ，剪力 S ；为了方便亦可取 P 、 M_1 、 M_2 为三个独立力分量（如图示）， M_1 、 M_2 为杆端弯矩。若于一端加铰，则独立力分量数减为2，如图（b）所示，若一端为滚动铰

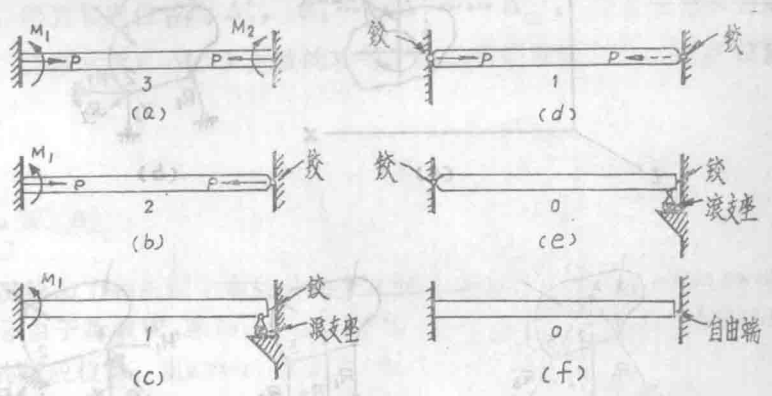


图 9 平面架框杆件的独立力分量