

数学奥林匹克系列丛书

华罗庚 数学教程

HUALUOGENG
SHUXUE
JIAOCHENG

小学四年级

顾问 唐贤江 杜斌
主编 罗朝述

四川大学出版社



华罗庚数学教程

小学四年级

顾 问	唐贤江	杜 斌
主 编	罗朝述	
副主编	马绍萍	廖代寿
	李秋菊	方 元
编写者	罗朝述	李秋菊
	肖德静	肖德荣

✓
四川大学出版社

选题策划:李荣富
责任编辑:黄文龙
责任校对:程静波 周 轶
封面设计:米茄设计工作室
责任印制:曹 琳

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚数学教程. 小学四年级 / 罗朝述主编. —成都:
四川大学出版社, 2003.8
ISBN 7-5614-2623-2

I. 华... II. 罗... III. 数学课—小学—教材
IV. G624.501

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 075419 号

书名 华罗庚数学教程 小学四年级

主 编 罗朝述
出 版 四川大学出版社
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)
印 刷 郫县犀浦印刷厂
发 行 四川大学出版社
开 本 850mm×1168mm 1/32
印 张 9
字 数 220 千字
版 次 2003 年 8 月第 1 版
印 次 2003 年 8 月第 1 次印刷
印 数 0 001~8 000 册
定 价 13.00 元

版权所有◆侵权必究

- ◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。电话:85408408/85401670/85408023 邮政编码:610065
- ◆本社图书如有印装质量问题,请寄回印刷厂调换。
- ◆网址:www.scupress.com.cn

序

美国著名的心理学家布卢姆经过多年的研究，得出一个重要的结论，七岁前儿童的智力因子已达到成人智力的80%。这一已得到国际学术界公认的结论说明：抓紧儿童的早期教育是至关重要的。

“数学是锻炼思维的体操”（著名社会活动家加里宁语），通过数学来训练、开发智力无疑是行之有效的一种途径。

正因为这样，作为素质教育的一个重要内容，奥林匹克数学教育在国际、国内蓬勃发展。

为了适应社会的需要，我们根据小学各个年级学生的年龄特点、智力水平及心理特征，依据教育部新颁数学课程标准，借鉴现代认知心理学的成果，新编写了这套适合小学1~6年级学生学习的系列读物——《华罗庚数学教程》。

本书源于教材，高于教材，融知识性和趣味性于一体。

本书遵从可接受性原则，按年级分设课题，内容大致与教材同步，便于学生在所学课本的基础上适当拓宽、加深，满足学生的个性化学习需要。在编排上充分考虑到本书的教案功能，突出特色：经典例题启迪智慧，随书练习发展思维，习题编排由浅入深、循序渐进，将同学们引入广阔奇妙的数学世界。

参加编写的作者都是知名的奥林匹克数学教练，他们都有着丰富的教学、辅导经验，辅导的学生多次在全国及省、市各级竞赛中获奖。

同学们通过学习，视野、思维、能力如能得以扩大、拓展、

提高，将是本书作者们最由衷的心愿。

书中难免有不足之处，欢迎老师、同学们给我们提出宝贵意见，以便我们进一步修订。

中国数学会普委会副主任 唐贤江教授
四川大学数学学院
四川大学数学学院 杜斌副教授

2003年5月28日

主编简介

罗朝述，中国数学会会员，四川师范大学数学系研究生班结业，全国华罗庚金杯赛优秀教练。在全国及省、市各级刊物上发表论文二十多篇，与人合作出版了《数学奥林匹克基础》、《最新华赛、奥赛模拟试题集》等著作。

辅导学生多次参加全国数学夏令营和华罗庚金杯赛，成绩均名列全国前茅。先后被成都市、彭州市人民政府授予“有突出贡献的专业技术人员”等荣誉称号，享受政府特殊津贴。

目 录

第1讲 找规律填数 (一)	(1)
第2讲 找规律填数 (二)	(9)
第3讲 数字谜	(18)
第4讲 速算与巧算 (一)	(29)
单元练习一 (第1~4讲)	(36)
第5讲 巧添运算符号	(39)
第6讲 定义新运算	(47)
第7讲 年龄问题	(54)
第8讲 递推法解题	(60)
单元练习二 (第5~8讲)	(68)
第9讲 速算与巧算 (二)	(70)
第10讲 简单列举	(81)
第11讲 数字问题	(89)
第12讲 图形的拼割	(95)
单元练习三 (第9~12讲)	(106)
第13讲 巧算面积	(109)
第14讲 逻辑推理 (一)	(119)

第 15 讲 图形的切拼	(128)
单元练习四 (第 13~15 讲)	(136)
第 16 讲 还原问题	(140)
第 17 讲 平均问题	(148)
第 18 讲 有余数除法及应用	(156)
第 19 讲 最短路线问题	(164)
单元练习五 (第 16~19 讲)	(171)
第 20 讲 相遇问题	(174)
第 21 讲 追及问题	(184)
第 22 讲 盈亏问题	(191)
第 23 讲 植树问题	(200)
单元练习六 (第 20~23 讲)	(207)
第 24 讲 字母与方程	(210)
第 25 讲 行船问题	(223)
第 26 讲 逻辑推理 (二)	(230)
第 27 讲 游戏与对策	(238)
单元练习七 (第 24~27 讲)	(246)
半期测试题	(249)
期末测试题	(252)
参考答案	(255)

第1讲 找规律填数 (一)

一、方法和技巧

寻找数列的规律，通常从两个方面来考虑：①寻找各项与项数间的关系；②考虑相邻项之间的关系。再总结出一般规律。

二、典型例题

这一讲我们先介绍什么是“数列”，然后讲如何发现和寻找“数列”的规律。

按一定次序排列的一列数就叫数列。例如：

(1) $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$

(2) $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$

(3) $1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, \dots$

(4) $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$

许多数列中的数是按一定规律排列的，这一讲如何发现这些规律。

【例1】 找出下列各数列的规律，并按其规律在括号内填上合适的数。

(1) $18, 20, 24, 30, (38)$;

(2) $1, 2, 4, 8, 16, (32)$;

(3) $2, 5, 11, 23, 47, (95), (191)$ 。

分析与解 (1) 因 $20 - 18 = 2$, $24 - 20 = 4$, $30 - 24 = 6$ 。说明数列依次按加 2, 加 4, 加 6, 加 8 进行的；所以, $a_5 = 30 + 8 = 38$ 。

(2) 因 $2 - 1 = 1$, $4 - 2 = 2$, $8 - 4 = 4$, $16 - 8 = 8$ 。说明数列依次按加 1, 加 2, 加 4, 加 8, 加 16 进行的；所以, $a_6 = 16 + 16 = 32$ 。

(3) 观察数列前、后项的关系可知, 后项 = 前项 $\times 2 + 1$ 。所以,
 $a_6 = 2 \times a_5 + 1 = 2 \times 47 + 1 = 95$, $a_7 = 2 \times a_6 + 1 = 2 \times 95 + 1 = 191$ 。

做一做 1 找出下列各数列的规律, 并按其规律在括号内填上合适的数。

(1) $56, 49, 42, 35, (28), \dots$

(2) $11, 15, 19, 23, (27), \dots$

(3) $3, 6, 12, 24, (48), \dots$

【例 2】找出下列各数列的规律, 并按其规律在括号内填上合适的数。

(1) $13, 16, 18, 31, 23, 46, (28), (61)$;

(2) $2, 8, 5, 6, 8, 4, (11), (2)$ 。

分析与解 (1) 数列的第 1, 3, 5, ... 项组成一个新数列 13, 18, 23, ... 其规律是“依次加 5”, 23 后面的项就是 28; 数列的第 2, 4, 6, ... 项组成一个新数列 16, 31, 46, ... 其规律是“依次加 15”, 46 后面的项就是 61。故应填 28 和 61。

(2) 如 (1) 分析, 由奇数项组成的新数列 2, 5, 8, ... 中, 8 后面的数应为 11; 由偶数项组成的新数列 8, 6, 4, ... 中, 4 后面的数应为 2。故应填 11 和 2。

做一做 2 找出下列各数列的规律, 并按其规律在括号内填上合适的数。

(1) $2, 3, 5, 9, 17, (33), \dots$

(2) $1, 3, 4, 7, 11, 18, \dots$

(3) $1, 3, 7, 13, 21, (31), \dots$

(4) $3, 5, 3, 10, 3, 15, (3), (20), \dots$

(5) $8, 3, 9, 4, 10, 5, (11), (16), \dots$

【例 3】先观察下面各算式, 再按规律填数。

$$(1) 12345679 \times 9 = 111111111, \quad (2) 1 \times 9 + 2 = 11,$$

$$12345679 \times 18 = 222222222, \quad 12 \times 9 + 3 = 111,$$

$$12345679 \times 27 = 333333333, \quad 123 \times 9 + 4 = 1111,$$

$$12345679 \times \boxed{36} = 444444444, \quad 12345 \times 9 + 6 = \boxed{11111},$$

$$12345679 \times \boxed{63} = 666666666, \quad 1234567 \times 9 + \boxed{8} = 11111111.$$

分析与解 (1) 在这一组算式中, 被乘数不变, 乘数和积都在变化。当乘数 $9 \xrightarrow{\times 2} 18$ 时, 积也由 $111111111 \xrightarrow{\times 2} 222222222$ 。也就是说, 和第一个算式比, 乘数扩大多少倍, 积也就扩大多少倍。根据这一规律可知, 空格里的数分别是 $9 \times 4 = 36$, $9 \times 6 = 54$ 。

(2) 在这一组算式中, 得数都是由若干个“1”组成的, “1”的个数正好是后面的加数。如: $1 \times 9 + 2$, 后面的加数是 2, 所以结果中有 2 个“1”。再如: $123 \times 9 + 4$, 后面的加数是 4, 结果就由 4 个“1”组成。根据这一规律可知, $12345 \times 9 + 6$ 的结果是由 6 个“1”组成, 即 111111。而最后一个算式的结果由 8 个“1”组成, 所以, \square 里应填 8。

做一做 3 先观察下面各算式, 再按规律填数。

(1) $9 \times 9 + 7 = 88$	(2) $21 \times 9 = 189$
$98 \times 9 + 6 = 888$	$321 \times 9 = 2889$
$987 \times 9 + 5 = 8888$	$4321 \times 9 = 38889$
$98765 \times 9 + \boxed{3} = 888888$	$54321 \times 9 = 488889$
$\boxed{9876543} \times 9 + 1 = \boxed{88888888}$	$7654321 \times 9 = 68888889$

【例 4】 有一排加法算式: $3 + 4, 4 + 10, 5 + 16, 6 + 22, \dots$, 问按这一规律排的第 10 个加法算式是怎样的? 它的结果是多少?

分析与解 对于这一排加法算式, 前面一个数构成数列: 3,

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} = 3 + 9 \times 7 = 66$$

$$b_n = 4 + (n-1) \times 6$$

$$b_{10} = 4 + 9 \times 6 = 58$$

$$66 + 58 = 124$$

4, 5, 6, ...后面一个数构成数列: 4, 10, 16, 22, ...; 所以只要知道这两个数列的第10项即可以知道这排算式的第10个。

对于数列3, 4, 5, 6, ...由观察得知, 第2项等于第1项加上1, 第3项等于第1项加上2, 第4项等于第1项加上3……所以第10项等于第1项加上9, 即 $3+9=12$ 。

同理, 数列4, 10, 16, 22, ...的第2项等于第1项加上 1×6 , 第3项等于第1项加上 2×6 , 第4项等于第1项加上 3×6 , ...所以第10项等于第1项加上 9×6 , 即 $4+9 \times 6=58$ 。

因此, 这一排算式的第10个应为 $12+58$, 从而第10个算式的结果为70。

做一做4 有一排加法算式: $1+2, 3+4, 5+6, \dots$, 问按这一规律排的第10个加法算式是怎样的? 它的结果是多少?

$\begin{array}{r} 99 \\ 207 \\ \hline 108 \end{array}$ $19+20$ $n_0 = 3+9 \times 6 = 57$

【例5】 找出数列的排列规律, 在横线上填上合适的数。

- (1) 8, 15, 11, 13, 15, 10, 20, 6, 26, 1;
- (2) 7, 8, 10, 14, 22, 38;
- (3) 17, 50, 149, 446;
- (4) 1^3 , 3^3 , 3^3 , 9, 27, 243

分析与解 (1) 表面上看这列数规律不明显, 那是因为我们眼光只局限于“相邻的两个数”之间, 仅对这两个数依次进行计算和比较的结果。现在我们隔着看, 将这列数分成两组, 即

$$\begin{array}{l} 8, 11, 15, 20, \underline{\hspace{2cm}}; \\ 15, 13, 10, 6, \underline{\hspace{2cm}}. \end{array}$$

第一列数8, 11, 15, 20, 相邻两数之差依次为3, 4, 5, 所以第一列数的下一个数应为 $20+6=26$; 而第二列数15, 13, 10, 6, 相邻两个数的差(大数减小数)依次为2, 3, 4, 所以第二列数的下一个数应为 $6-5=1$ 。

(2) 在这列数中，前面三个数中相邻的两数之差为1和2，后面的两数之差为16。如果插进去一个数，将会又产生两个差，即1, 2, , , 16, 不难看出这两个空分别填4和8, 就使差所构成的这列数1, 2, 4, 8, 16的规律统一, 而 $10+4=14$, $14+8=22$, 所以应填14。

(3) 观察相邻两数, 发现 $6 \times 3 - 1 = 17$, $17 \times 3 - 1 = 50$, $50 \times 3 - 1 = 149$, 也就是说前一个数的3倍比后一个数多1, 所以应填 $149 \times 3 - 1 = 446$ 。

(4) 前两个数之积等于后面的数, 即 $1 \times 3 = 3$, $3 \times 3 = 9$, $3 \times 9 = 27$, 所以 $9 \times 27 = 243$ 。

做一做5 找出下列各数列的排列规律, 并在横线上填上合适的数。

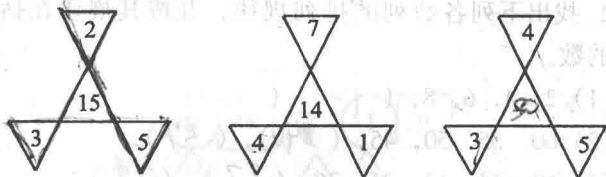
(1) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49;

(2) 2, 3, 8, 8, 14, 13, 20, 18; 26。

【例6】 按规律填数。

(1) $\{1, 5, 10\}$, $\{2, 10, 20\}$, $\{3, 15, 30\}$, $\{4, 20, 40\}$, $\{5, 25, 50\}$ 。

(2)



分析与解 (1) 观察已知三组数, 发现每组数中的第一个数是这个组的序号数, 第二个数是第一个数的5倍, 第三个数是第一个数的10倍; 所以, 第四组为 $\{4, 20, 40\}$, 第五组为 $\{5, 25, 50\}$ 。

(2) 前两组中，外围三个三角形内的三个数的乘积是中间三角形内的数的2倍，也就是中间三角形的数应是外围三个三角形内的三个数乘积的一半。因为 $3 \times 4 \times 5 \div 2 = 30$ ，所以应填30。

做一做6 下面括号中排列了一些数，依次组成一些数组，最前面4组是

{1}, {1, 2, 1}, {1, 2, 3, 2, 1}, {1, 2, 3, 4, 3, 2, 1}。

问第20组数的括号内所有数之和应是多少？

练习

A 组

1. 找出下列各数列的排列规律，并按其规律在括号内填入合适的数。

(1) 25, 3, 22, 3, 19, 3, (16), (3);

(2) 8, 1, 10, 2, 12, 3, (14), (4)。

2. 找出下列各数列的排列规律，并按其规律在括号内填入合适的数。

(1) 2, 4, 6, 8, (10), (12);

(2) 60, 55, 50, 45, (40), (35);

(3) 12, 14, 17, 21, 26, (32), (39);

(4) 1, 3, 9, 27, 81, (), ()。

3. 找出下列各数列的排列规律，并在横线上填上合适的数。

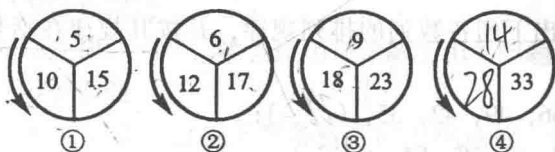
(1) 1, 4, 7, 10, _____, 16;

(2) 37, 30, 23, 16, 9, 2;

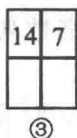
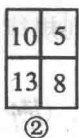
(3) 1, 2, 1, 4, 1, 6, 1, 8, 17, 30;

(4) 1, 2, 5, 4, 9, 6, 13, 8, 17, 30。

4. 找规律, 在图④的空白处填上两个合适的数。

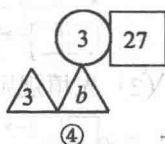
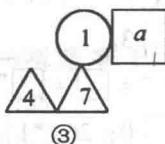
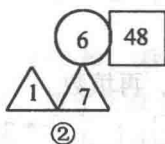
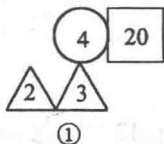


5. 根据图①和图②中两个长方形内的四个数之间的关系, 在图③的长方形内填上合适的数。

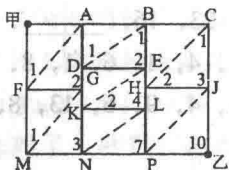
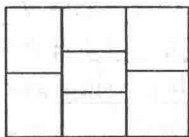


B 组

6. 下图中的数是按规律排列的, 那么 $a =$ 11, $b =$ 6。



7. 找规律, 在空格里填上合适的数。



① 鸡蛋合个两上果快白 ② 的 圈 奇 数 数 数

8. 找出下列各数列的排列规律，并按其规律在括号内填上合适的数。

- (1) 56, 49, 42, 35, (28);
 (2) 2, 6, 18, 54, (162);
 (3) 3, 5, 3, 10, 3, 15, (3), (20);
 (4) 8, 3, 9, 4, 10, 5, (11), (6).

9. 找出下列各数列的排列规律，并按其规律在括号内填合适的数。

- (1) 0, 1, 3, 8, 21, 55, (144), (377);
 (2) 1, 2, 5, 13, 34, 89, (233), (610).

10. 把0~9这十个数字填入下面的方框,不要多填、少填、重填。

(1) 按给定规则“ $\times 4 + 3$ ”填数。

$9 \rightarrow \square \square$; $5 \rightarrow \square 3$; $\square \rightarrow 2 \square$; $\square \rightarrow 3 \square$;

$\square \square \rightarrow \square 3$.

(2) 先填规则“ $\div \square + \square$ ”，再填数。

$\square \square \rightarrow \square 0$; $26 \rightarrow 1 \square$; $\square \square \rightarrow 31$; $12 \rightarrow \square$;

$\square 6 \rightarrow 19$.

第2讲 找规律填数 (二)

一、方法和技巧

在发现规律的同时,学会运用规律解决相关问题。

二、典型例题

【例1】观察、分析下列各数列的变化规律,然后在括号里填上适当的数。

(1) 1, 2, 3, 1, 2, 6, 1, 2, 12, 1, 2, 24, 1, 2, (48);

(2) 1, 3, 3, 5, 5, 7, (7), (9);

(3) 6, 7, 13, 20, 33, (53);

(4) 2, 3, 6, 18, (108)。

分析与解 此题应将前后几项分为一组,以组为单位,从而找出规律。

(1) 把数列每3项分为一组,可以推出第5组为1, 2和48。因此括号里应填48。

(2) 把数列每2项分为一组,每组中两数的差都是2,可以推出第4组为7和9。因此括号里应分别填7和9。

(3) 从第三项开始,后一项总等于前两项的和。因为 $20 + 33 = 53$,所以,括号里应填53。

(4) 从第三项开始,后一项总等于前两项的积。因为 $6 \times 18 = 108$,所以,括号里应填108。

小结 此题通过观察,使问题的解有了突破口,进而叩开了解题的大门。

做一做 1 观察下列各数列,写出后面各数。

(1) 0, 4, 4, 7, 8, 10, 12, (14), (16), (18);

(2) 0, 3, 8, 15, 24, (), ()。

【例2】 按规律填数。

(1) 1, 4, 9, 16, 25, (), 49, 64;

(2) 0, 3, 8, 15, 24, (), 48, 63;

(3) 1, 3, 7, 15, 31, (), 127, 255;

(4) 5, 8, 13, 21, 34, (), 89, 144。

分析与解 通过观察和归纳, 总结每个数列的构成规律。

(1) $a_1 = 1 = 1^2$, $a_2 = 4 = 2^2$, $a_3 = 9 = 3^2$, ... 每一项是项数的平方。因此括号内应填 $a_6 = 6^2 = 36$ 。

(2) 这个数列与数列(1)相比, 每一项比相应的项少1, 数列(1)每一项恰好是项数的平方, 所以数列(2)的每一项是项数的平方减去1。因此括号内应填 $6^2 - 1 = 35$ 。

(3) 把这个数列每一项加1, 得到如下数列: 2, 4, 8, 16, 32, (), 128, 256, ... 因此, 在32与128之间为 $32 \times 2 = 64$ 。所以, 括号内应填 $64 - 1 = 63$ 。

(4) 经观察可知, 这个数列相邻三项中前两项之和等于第三项: $5 + 8 = 13$, $8 + 13 = 21$, $13 + 21 = 34$, 故括号中应填55。

做一做2 按规律填数。

(1) 3, 7, 11, 15, (), 23, 27;

(2) 2, 6, 12, 20, (), 42, 56;

(3) 1, 4, 9, 16, (), 36, 49;

(4) 1, 5, 11, 19, (), 41, 55。

【例3】 如图, 在七个圆下面, 按照图上所示的规律, 依次逐个写出非零自然数。问2003应出现在什么字的圆下面?