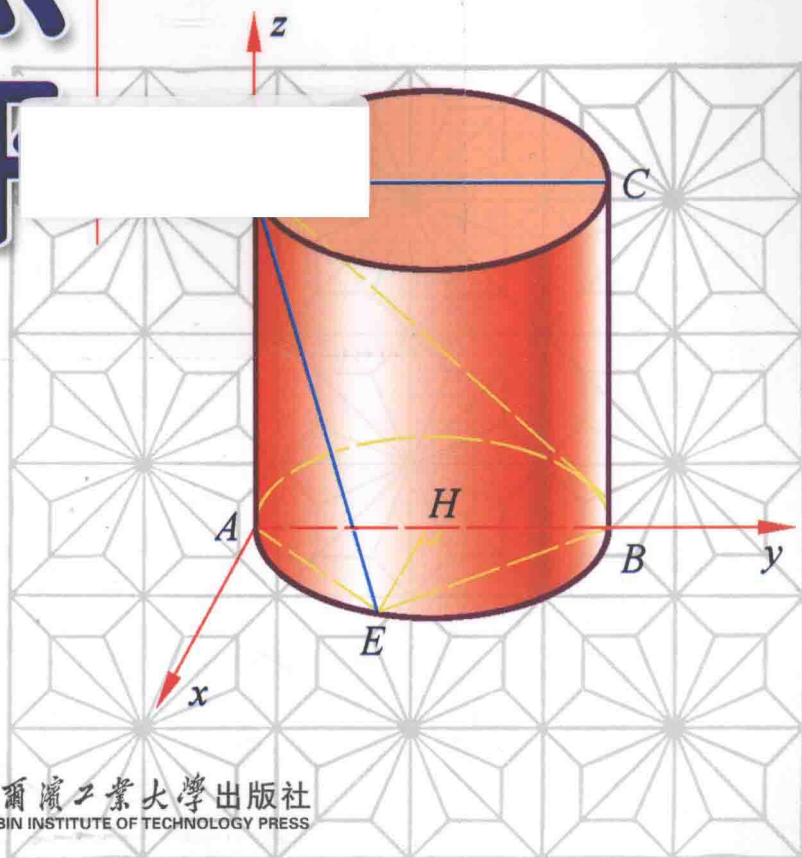


全国及各省市高考数学

试题解析与点评

刘金泉 主编

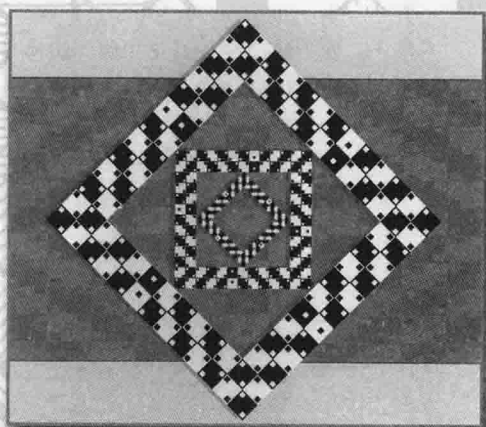


全国及各省市高考数学

试题解析与点评

(2013年)

顾 问：王成维
主 编：刘金泉
副主编：王世堃
邵德彪
郝海龙



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书汇集了2013年全国各省市的高考数学试题,试题按章节划分,每节的题目以先易后难为序.本书不同于罗列解答过程的题解手册,着重的也是填补其他教辅的空白,是引导学生迅速发现解题入口的审题要津及比较不同思路的解法研究,使读者“知其然,又知其所以然”,正是本书独具之特色.本书对绝大多数典型试题提供的解法与流行于市场的各种版本截然不同,其新颖独到的思路体现了卓尔不群的思维品质.

本书不仅对应届参加高考的学生是值得把握的一册珍贵资料,同时也适合于高中教师及数学爱好者参考使用.

图书在版编目(CIP)数据

2013年全国及各省市高考数学试题解析与点评/刘金泉主编.
—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2014.1
ISBN 978-7-5603-4533-8

I. ①2… II. ①刘… III. ①中学数学课—高中—题
解—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第300136号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 王勇钢
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂
开 本 880mm×1230mm 1/16 印张 22 字数 780千字
版 次 2014年1月第1版 2014年1月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-4533-8
定 价 48.00元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

老友成维嘱我一定在书前写上几句。恭敬不如从命。

北京曾有一个盛极一时的书店名为“风人松”，店名出自号称“民国四公子”的张伯驹（另三位是张学良，溥侗，袁克文）曾写过的一首辞

风人松·题周敏庵咸水沽旧园图

门前春水长鱼虾，帆影夕阳斜。故家堂构遗基在，尚百年，乔木栖鸦，寂寞诗书事业，沉沦渔钓生涯。

只今地变并人遇，旧梦溯蒹葭。各国天下关兴废，算空馀，海浪淘沙。不见当时绿野，也成明日黄花。

用其中“寂寞诗书事业，沉沦渔钓生涯”来形容天津的这个数学作者群体，特别是王成维先生是再恰当不过了。他的人生乐趣就是“钓大鱼，解难题”。说实在话他钓的大鱼笔者一条也没见到，但他组织人并亲自解的高考数学试题却是一年一大本，且本本都是精品，更夸张点说是此类书中的奢侈品。因为它们符合奢侈品的四大特征：原创不山寨，即量纯手工，渊源可追溯，且当佛头著粪。

20 世纪 30 年代，林语堂、陶元德、邵洵美等在上海创办了《论语》，其创刊词中表示：“不拿别人的钱，不说别人的话，不反革命，也不附庸风雅与权贵。”

这几条办刊宗旨用以刻画本书的作者恰如其分。不谈政治（成维早年屡屡吃了不懂政治的亏），单就写书而论，不说别人的

话这点非常重要即原创不山寨。现在涉及高考数学试题的书太多,但千书一面,为何?因为谁都懒得解,都去抄袭参考答案,还振振有辞曰:天下文章一大抄。但这本书是纯原创,制造方式也是纯手工式的。笔者曾多次带青年编辑去成维所开办的天津现代联合培训中心,每次都遇到他们挤在狭小而拥挤的小办公室中用笔一字一句地在写稿,没有电脑、打字机,纯手工式生产。

文人都喜欢给自己的书房取个文雅的名字,比如沈从文的书斋名为“窄而霉”。因为沈从文刚到北京求出路时,所住公寓原是储煤间,小而且潮湿不堪。1931年在《文艺月刊》2卷8期发表了一篇《窄而霉闲话》,看到成维的小小的工作室,“窄而霉”还真形象。与那些动辄几层楼的民营书业堂皇的办公室比确实是“陋室”。但谈笑有鸿儒,往来无白丁,可称是天津的热心中学数学教育的老中青三代作者的一个据点。

据史书记载:有一次,孔子到了卫国,冉有替他驾车。孔子感慨道:“好稠密的人口啊!”冉有问:“人口已经众多了,该怎么办呢?”孔子道:“使他们富裕起来!”冉有又问:“已经富裕了,又该怎么办呢?”孔子道:“教育他们!”在这里孔子提出了著名的“庶、富、教”的主张。用现在的话来说,就是要努力增加人口、发展生产力、提高人民的受教育水平。生当春秋战国时期的孔子,关注人口的增加,今人应当给予充分的理解;他把发展生产力与提高人民的受教育水平作为治理国家的重大方针而并列的观点,一直受到后人的推崇。另一部儒家典籍《礼记·学记》,对这一问题的看法更为人们所熟知:“建国君民,教学为先”。

教育是千秋大业,办数学教育更是利国利民的善举。成维出身于数学教育世家,其父曾任天津耀华中学副校长。

笔者手中有一本宗自成维的旧书,是英国著名数学家 L. R. Lieber 著的,由华裔美籍数学家樊璘译的名著《伽罗华与群论》,是早年商务印书馆出版的《算学小丛书》中的一本。在书的封面上成维的父亲王瑜庭老先生用隽秀的笔体写了这样一段话:

此书约在 1939 年在东北角商务印书馆买的(特价)。一度放在学校(耀华)早已忘记。1989. 9. 7 学校召开退休老师会:欢度教师节,冯百颐老师交还给我(“文化大革命”时乱中散失的),真没想到,太令人欣慰!感慨!

1989 年 9 月 7 日下午五点记. 瑜.

由此可见成维乃世家子弟,不过是数学教师世家,子承父业。成维毕业于河北大学数学系后因政治原因长期在玉田中学工作,后回天津从事“希望杯”竞赛培训,称其家学渊源并不为过。

对于数学和物理这样的学科,早期的清华大学规定:“凡学生资历及兴趣不宜作高深之纯粹学术研究者,以及毕业之后拟在应用方面工作者,均应劝其选习应用科目。……若强其面壁攻读,一定劳而无功。”(林家治著《吴有训图传》,湖北人民出版社,2006年,P76)

以成维为首的小写作班子,为了克服学生怕学数学,怕考数学,怕考数学拿不到高分绞尽脑汁,终于开发出这样一套备考图书,为找不到解题路径的学生提供审题要津,为学有余力的学生赠以解法研究。这套书从2007年甫一出现,立即受到全国广大中学师生的追捧。每年高考一结束就有全国各地的读者打来咨询电话。某些以前漏掉某个年份读本的读者也要求配齐。可以说本套书已经成为我们工作室的一个品牌,成维他们像一群辛劳的蜜蜂为读者广采高考试题而酿成蜜。他们的工作有点像最近媒体上被人们评为中国古代最“小资”职业之首的“采诗官”。

小资应该是一种生活和精神状态,在这种状态下,小资者们的职业不仅要另类,还要具备各种的浪漫因子。

在所有和文化相关的职业中,采诗官是它们中最古老,同时也是最具有文化品位的一种,在遥远的周代,他们的身影就已经出现在中原的大地之上。

这是一个以诗歌的名义走遍天下的工作,采诗官走到民间总是如同蜜蜂飞行在花丛中一样深受欢迎。

随着现代资讯的发达,人们已经不再像古代那样非要到达某地才能得到当地的特产。早些年成维还通过写信这种古老的方式与各地教研人员沟通,广采众长,现在虽已进入了互联网时代,但他还坚持亲自用毛笔写信,用最“笨”的方式与人沟通,以其此种纯手工方式一定是限量版,所以完全可以相信本书没有半点投机取巧之处。

有人说学生不补课不读教辅书,课余时间多了会无聊。但西方人却认为:无聊非常重要,青少年必须经历无聊和迷惘,那样他们才会做更多的思考、学习和探索。所以笔者主张不要陷到书山题海中,如果能认真将成维这部书从头到尾做上一遍,只要不是天生愚钝之人,一定会有所收获,高考数学高分概率一定会相当高。即使偶有失误也没什么,因为在中国高考从源头上讲就是一种科举。

按北大社会学教授郑也夫的观点:在漫长的帝制历史中,并存着两种合法性。其一是皇权的合法性,来自血统。其二是官员的合法性,来自科举功名,但几乎科举实行之日起,便有效度的争论。而且科举一旦建立,应试学就产生了,它导致考生追求的是科举功名,而非真才实学。就是说在博弈中考试的效度每况愈下,所以本来应该是成固可喜,败亦无忧。

美国《纽约时报》专栏作家大卫·布鲁克斯(David Brooks)曾写过一篇“成

功主义时代”的文章,他写道:

在《哥多林书》中,保罗写道:“你们中许多人没有权势,也不曾被定义为世俗的聪明;你们没有高贵的出身.但上帝偏偏选择那些愚笨的人,来让聪明的人感到羞愧;选择那些弱小的人,来让强大者感到自卑.”

从这段文字中不难看出,一个人的地位不由世俗成就所定义,而取决于上帝仁慈的接纳.“不要再苦苦追寻,不要再刻意表现,不要再有所企图,只是接受你被上帝接受的样子.”

但现在,成功者不再为成功所困扰,而不那么成功的人,却已经无处藏身.中国的独生子女政策导致了必须让每个考生都成功,因为要么 100% 的完胜,要么 100% 的惨败.这是每一个望子成龙的家庭所不能接受的.所以一个二律背反的打法出现了:用做更多的题逃出题海,用极端的应试手段来反对应试教育,用最世俗的成功去鄙视成功学,用考上最好的大学质疑落后的教育体制.

梵高说:“一间暮色中的书店,宛若黑夜中发出的光芒!”

但愿本书能给广大考生备考前的黑夜带去期盼的光芒.

刘培杰

2013 年 11 月 3 日

于哈工大

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
1.1 集合的概念与集合运算	1
1.2 逻辑联结词与四种命题	7
1.3 充分条件与必要条件	9
第二章 函 数	13
2.1 函数的概念及性质	13
2.2 指数函数与对数函数	21
2.3 函数性质的综合应用	26
第三章 数 列	33
3.1 数列的概念及等差、等比数列	33
3.2 数列的综合运用	40
第四章 三角函数	59
4.1 三角函数的概念及相关公式	59
4.2 正弦型函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质	62
4.3 解三角形	74
第五章 平面向量	88
第六章 不等式	99
6.1 解不等式(组)及不等式的解	99
6.2 不等式的性质及其应用	105
第七章 直线与圆	109
7.1 直线方程与两条直线的位置关系	109
7.2 简单的线性规划问题	112
7.3 圆, 直线与圆, 圆与圆的位置关系	120
第八章 圆锥曲线	125
8.1 椭圆	125
8.2 双曲线	135
8.3 抛物线	141
8.4 直线与圆锥曲线的位置关系	148
第九章 直线 平面 简单几何体	166
9.1 三视图与空间坐标系	166
9.2 空间几何元素之间的位置关系	172
9.3 球	178
9.4 综合与应用	180
第十章 排列组合与二项式定理	209
10.1 排列与组合	209
10.2 二项式定理	211

第十一章 概率与数理统计	214
11.1 随机事件的概率	214
11.2 随机变量及其分布	219
11.3 统计	232
第十二章 导 数	249
12.1 导数的概念及初步应用	249
12.2 导数的综合应用	254
第十三章 新定义及归纳与类比推理	288
13.1 新定义信息问题	288
13.2 归纳与类比推理问题	299
第十四章 算法初步及其他	302
14.1 复数及其运算	302
14.2 几何证明选讲	308
14.3 参数方程与极坐标	314
14.4 算法与框图	320
14.5 极限、积分与矩阵	329



第一章 集合与简易逻辑

1.1 集合的概念与集合运算

1. (13 四川 文 1) 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{-2, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ().

A. $\emptyset$ B. $\{2\}$ C. $\{-2, 2\}$ D. $\{-2, 1, 2, 3\}$

【解析】 显然 $A \cap B = \{2\}$, 故选 B.

【点评】 本题属于送分题.

(刘金泉)

2. (13 四川 理 1) 设集合 $A = \{x | x + 2 = 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 4 = 0\}$, 则 $A \cap B =$ ().

A. $\{-2\}$ B. $\{2\}$ C. $\{-2, 2\}$ D. $\emptyset$

【解析】 依题意, 集合 $A = \{-2\}$, 集合 $B = \{-2, 2\}$, $A \cap B = \{-2\}$, 故选 A.

【点评】 只要了解交集的概念, 即可求解, 属于送分题.

(刘金泉)

3. (13 北京 文 1 理 1) 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ().

A. $\{0\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

【解析】 对 A 中的元素依次判断其是否属于 B 即可. 易见 $-1 \in B$, $0 \in B$, $1 \notin B$, 故 $A \cap B = \{-1, 0\}$, 选 B.

【点评】 实际上, 集合 B 是左闭右开的区间, 注意到 $1 \notin B$, 即知 $A \cap B = \{-1, 0\}$. (王世堃)

4. (13 新课标 II 文 1) 已知集合 $M = \{x | -3 < x < 1\}$, $N = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, 则 $M \cap N =$ ().

A. $\{-2, -1, 0, 1\}$ B. $\{-3, -2, -1, 0\}$ C. $\{-2, -1, 0\}$ D. $\{-3, -2, -1\}$

【解析】 由 $-2, -1, 0 \in M$ 且 $-2, -1, 0 \in N$, 因此 $M \cap N = \{-2, -1, 0\}$, 故选 C.

【点评】 本题考查的是交集的概念, 属于送分题目.

(沈彬彬)

5. (13 新课标 II 理 1) 已知集合 $M = \{x | (x-1)^2 < 4, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 则 $M \cap N =$ ().

A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$

【解析】 由 $(x-1)^2 < 4$, 即 $|x-1| < 2$, 则知 $M = \{x | -1 < x < 3\}$, 因此 $M \cap N = \{-2, -1, 0\}$, 故选 A.

【点评】 与文科题相比, 本题增加了一元二次不等式解法的考查, 但仍属简单题. (沈彬彬)



6. (13 浙江 文 1) 设集合 $S = \{x | x > -2\}$, $T = \{x | -4 \leq x \leq 1\}$, 则 $S \cap T =$ ().

- A. $[-4, +\infty)$ B. $(-2, +\infty)$ C. $[-4, 1]$ D. $(-2, 1]$

【解析】 依题意, $S = (-2, +\infty)$, $T = [-4, 1]$, 故 $S \cap T = (-2, 1]$, 选 D.

【点评】 借助数轴, 即可一目了然.

(王世堃)

7. (13 广东 文 1) 设集合 $S = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $T = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $S \cap T =$ ().

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{-2, 0\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$

【解析】 由 $S = \{-2, 0\}$, $T = \{0, 2\}$, 即知 $S \cap T = \{0\}$, 故选 A.

【点评】 本题考察的是简单的一元二次不等式的解法及交集的概念, 属容易题.

(李智钢)

8. (13 天津 文 1 理 1) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | |x| \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$ ().

- A. $(-\infty, 2]$ B. $[1, 2]$ C. $[-2, 2]$ D. $[-2, 1]$

【解析】 依题意, $A = [-2, 2]$, $B = (-\infty, 1]$, 则 $A \cap B = A \cap B = [-2, 1]$, 选 D.

【点评】 本题考查的是简单的绝对值不等式的解法及交集的概念.

(李智钢)

9. (13 辽宁 文 1) 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | |x| < 2\}$, $A \cap B =$ ().

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

【解析】 依题意, $B = (-2, 2)$, 显然在集合 A 中, 只有 $0 \in B$, $1 \in B$, 所以 $A \cap B = \{0, 1\}$, 选 B.

【点评】 只需掌握绝对值不等式的基本解法和交集的概念, 即可得分.

(李智钢)

10. (13 新课标 I 文 1) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | x = n^2, n \in \mathbf{A}\}$, 则 $A \cap B =$ ().

- A. $\{1, 4\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{9, 16\}$ D. $\{1, 2\}$

【解析】 依题意, 易知 $B = \{1, 4, 9, 16\}$, 所以 $A \cap B = \{1, 4\}$, 选 A.

【点评】 细心审题, 按部就班求解即可万无一失.

(李智钢)

11. (13 辽宁 理 2) 已知集合 $A = \{x | 0 < \log_4 x < 1\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$ ().

- A. $(0, 1)$ B. $(0, 2]$ C. $(1, 2)$ D. $(1, 2]$

【解析】 由 $0 < \log_4 x < 1$, 即 $\log_4 1 < \log_4 x < \log_4 4$, 则知 $A = \{x | 1 < x < 4\}$, 又 $B = \{x | x \leq 2\}$, 所以 $A \cap B = (1, 2]$, 选 D.

【点评】 本题考察的是对数函数的单调性及交集运算, 仍属容易题.

(李智钢)



12. (13 福建 文 3) 若集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 4\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数为 ().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 16

【解析】 因为 $A \cap B = \{1, 3\}$, 所以 $A \cap B$ 的子集有: $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{1, 3\}$, 共有 4 个, 故选 C.

【点评】 本题考查的是交集和子集的基本概念. (刘金泉)

13. (13 广东 理 1) 设集合 $M = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cup N =$ ().

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{-2, 0\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$

【解析】 因为 $M = \{0, -2\}$, $N = \{0, 2\}$, 所以 $M \cup N = \{-2, 0, 2\}$, 故选 D.

【点评】 本题考查了一元二次方程的解法与集合的“并”, 熟悉集合间的基本运算关系是求解的关键, 本题属于基础题. (刘金泉)

14. (13 新课标 I 理 1) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x > 0\}$, $B = \{x | -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}\}$, 则 ().

- A. $A \cap B = \emptyset$ B. $A \cup B = \mathbf{R}$ C. $B \subseteq A$ D. $A \subseteq B$

【解析】 依题意, $A = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$, 又 $B = \{x | -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}\}$, 显然 $A \cup B = \mathbf{R}$, 选 B.

【点评】 借助数轴, 即可直观求解. (李智钢)

15. (13 大纲卷 文 1) 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2\}$, 则 $\complement_U A =$ ().

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4, 5\}$ C. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\emptyset$

【解析】 显然 $\complement_U A = \{3, 4, 5\}$, 故选 B.

【点评】 本题考查了补集的概念, 属于送分题. (刘金泉)

16. (13 湖南 文 10) 已知集合 $U = \{2, 3, 6, 8\}$, $A = \{2, 3\}$, $B = \{2, 6, 8\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ _____.

【解析】 依题意, $\complement_U A = \{6, 8\}$, 又 $B = \{2, 6, 8\}$, 故 $\complement_U A \cap B = \{6, 8\}$, 填 $\{6, 8\}$.

【点评】 本题考查的是补集和交集的概念, 属容易题. (刘金泉)

17. (13 陕西 文 1) 设全集为 $\mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \sqrt{1-x}$ 的定义域为 M , 则 $\complement_{\mathbf{R}} M$ 为 ().

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1]$ D. $[1, +\infty)$

【解析】 依题意, $M = \{x | x \leq 1\}$, 故 $\complement_{\mathbf{R}} M = \{x | x > 1\}$. 选 B.

【点评】 只需了解二次根号下须非负及补集运算的基本要领, 即可求解. (王成维)

18. (13 陕西 理 1) 设全集为 $\mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 M , 则 $\complement_{\mathbf{R}} M$ 为 ().

- A. $[-1, 1]$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$



【解析】依题意, 令 $1-x^2 \geq 0$, 即 $x^2 \leq 1$, 解得 $-1 \leq x \leq 1$, 所以 $M = [-1, 1]$, 于是 $\complement_{\mathbf{R}} M = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$, 故选 D.

【点评】 本题考察了简单的一元二次不等式的解法及补集的概念, 属简单题. (王成维)

19. (13 重庆 文 1 理 1) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) = (\quad)$.

- A. $\{1, 3, 4\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{3\}$ D. $\{4\}$

【解析】由题设, 易知 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$, 又因为 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{4\}$, 故选 D.

【点评】 本题考查了集合的并与补, 属于容易题. (刘金泉)

20. (13 湖北 文 1) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $B \cap \complement_U A = (\quad)$.

- A. $\{2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{1, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4, 5\}$

【解析】由 $A = \{1, 2\}$, $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 知 $\complement_U A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $B \cap \complement_U A = \{3, 4\}$, 选 B.

【点评】 本题也可用排除法求解: 由于 $1 \in A$, $2 \in A$, 则 $1 \notin \complement_U A$, $2 \notin \complement_U A$, 则 $1 \notin B \cap \complement_U A$, $2 \notin B \cap \complement_U A$, 由此可排除 A, C, D, 选 B. (吴杰夫)

21. (13 安徽 文 2) 已知 $A = \{x | x+1 > 0\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = (\quad)$.

- A. $\{-2, -1\}$ B. $\{-2\}$ C. $\{-2, 0, 1\}$ D. $\{0, 1\}$

【解析】只由题意, $A = \{x | x > -1\}$, 于是 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x | x \leq -1\}$, 又因为 $B = \{-2, -1, 0, 1\}$, 所以 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{-2, -1\}$. 选 A.

【点评】 本题考察的是简单不等式的解法及补集、交集的基本运算. (洪汪宝)

22. (13 浙江 理 2) 设集合 $S = \{x | x > -2\}$, $T = \{x | x^2 + 3x - 4 \leq 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} S) \cup T = (\quad)$.

- A. $(-2, 1]$ B. $(-\infty, -4]$ C. $(-\infty, 1]$ D. $[1, +\infty)$

【解析】由题设, $\complement_{\mathbf{R}} S = \{x | x \leq -2\}$, 又 $T = \{x | -4 \leq x \leq 1\}$, 所以 $(\complement_{\mathbf{R}} S) \cup T = \{x | x \leq 1\}$. 选 C.

【点评】 本题考察的是一元二次不等式的解法及补集、并集的概念, 结合数轴即可直观求解. (郝海龙)

23. (13 湖北 理 2) 已知全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \left\{x \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 1\right.\right\}$, $B = \{x | x^2 - 6x + 8 \leq 0\}$, 则 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = (\quad)$.

- A. $\{x | x \leq 0\}$ B. $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$
C. $\{x | 0 \leq x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$ D. $\{x | 0 < x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 4\}$



【解析】 由 $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 1$, 即 $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^0$, 可得 $x \geq 0$, 即 $A = \{x | x \geq 0\}$; 由 $x^2 - 6x + 8 \leq 0$, 可得 $2 \leq x \leq 4$, 即 $B = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 从而有 $\complement_{\mathbf{R}} B = \{x | x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$.
所以 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = \{x | 0 \leq x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$, 选 C.

【点评】 本题考查的是指数函数的单调性及补集和交集的运算.

(吴杰夫)

24. (13 江苏 4) 集合 $\{-1, 0, 1\}$ 共有 _____ 个子集.

【解析】 因为含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集, 故集合 $\{-1, 0, 1\}$ 有 $2^3 = 8$ 个子集, 故填 8.

【点评】 也可由 $C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 + 1 = 8$ 求解, 其中“1”是指空集.

(郝海龙)

25. (13 大纲卷 理 1) 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$, $M = \{x | x = a + b, a \in A, b \in B\}$, 则 M 中元素的个数为 ().

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【解析】 当 $b = 4$, $a = 1, 2, 3$ 时, $x = 5, 6, 7$; 当 $b = 5$, $a = 1, 2, 3$ 时, $x = 6, 7, 8$, 根据集合中元素的互异性, M 中共有 4 个元素, 分别为 5, 6, 7, 8, 故选 B.

【点评】 本题考查了集合元素的互异性及简单的分类思想, 属“袖珍型”综合题. (刘金泉)

26. (13 江西 文 2) 若集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | ax^2 + ax + 1 = 0\}$ 中只有一个元素, 则 $a =$ ().

A. 4

B. 2

C. 0

D. 0 或 4

【解析】 由题设知当 $a = 0$ 时, 方程 $ax^2 + ax + 1 = 0$ 无解, A 为 $\emptyset$. 当 $a \neq 0$ 时, 由题设知方程 $ax^2 + ax + 1 = 0$ 有两个相同的根, 此时 $\Delta = a^2 - 4a = 0$, 所以 $a = 4$. 故选 A.

【点评】 本题也可利用排除法求解: $a = 0$ 时, 方程化为 $1 = 0$, 显然不成立, 排除 C 和 D; $a = 4$ 时, 由方程 $4x^2 + 4x + 1 = 0$ 的解 $x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}$ 符合题意, 排除 B. 故选 A. (吴杰夫)

27. (13 山东 理 2) 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 则集合 $B = \{x - y | x \in A, y \in A\}$ 中元素的个数是 ().

A. 1

B. 3

C. 5

D. 9

【解析】 由于集合 A 中仅有 3 个元素, 穷举即可: $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 故选 C.

【点评】 先枚举出 $x - y$ 的运算结果, 再考虑互异性, 思路简明.

(李青峰)

28. (13 山东 文 2) 已知集合 A, B 均为全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 的子集, 且 $\complement_U(A \cup B) = \{4\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ ().

A. $\{3\}$

B. $\{4\}$

C. $\{3, 4\}$

D. $\emptyset$

【解析】 由 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 及 $\complement_U(A \cup B) = \{4\}$, 知 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$, 又由 $B = \{1, 2\}$ 知 $\complement_U B = \{3\}$, $3 \in A$, 所以 $A \cap \complement_U B = \{3\}$ 即是由在 A 中且不在 B 中的元素组成的集合. 显然此集合是 $\{3\}$. 选 A.



【点 评】实际上，由 $3 \in A$ ， $4 \notin A$ ，即可做出判断。此外，由 $\{3\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3\}$ ，即可概括集合 A 所含元素有 4 种可能。 (李青峰)

29. (13 上海 文 16 理 15) 设常数 $a \in \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x | (x-1)(x-a) \geq 0\}$ ， $B = \{x | x \geq a-1\}$ 。若 $A \cup B = \mathbf{R}$ ，则 a 的取值范围为 ()。

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(2, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

【解 析】针对题设和所求， $A \cup B = \mathbf{R}$ 的充要条件是 $a-1 \leq \min\{1, a\}$ ，由于 $a-1 < a$ 已成立，故需有 $a-1 \leq 1$ ，即 $a \leq 2$ 。选 B。

【点 评】对上述求解思路来说，其中的逻辑关系是： $1 \geq a$ 时， $a-1 \leq \min\{1, a\}$ 已成立。 $1 < a$ 时， $a-1 \leq \min\{1, a\}$ 等价于 $a-1 \leq 1$ ，即 $a \leq 2$ 。如借用数轴，更便于理解。 (王世堃)

30. (13 广东 理 8) 设整数 $n \geq 4$ ，集合 $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 。令集合

$$S = \{(x, y, z) | x, y, z \in X, \text{ 且三条条件 } x < y < z, y < z < x, z < x < y \text{ 恰有一个成立}\}$$

若 (x, y, z) 和 (z, w, x) 都在 S 中，则下列选项正确的是 ()。

- A. $(y, z, w) \in S$ ， $(x, y, w) \notin S$ B. $(y, z, w) \in S$ ， $(x, y, w) \in S$
C. $(y, z, w) \notin S$ ， $(x, y, w) \in S$ D. $(y, z, w) \notin S$ ， $(x, y, w) \in S$

【解 析】由于 (x, y, z) 和 (z, w, x) 都在 S 中，所以它们必满足集合 S 具有的属性，分别列出关于 x, y, z 和 z, w, x 的不等式，再重新排列大小关系，即可观察出哪些组合能符合集合 S 中的条件。由于 $(x, y, z) \in S$ ，根据条件知 $x < y < z$ ， $y < z < x$ ， $z < x < y$ 三个条件中恰好有一个成立；又由 $(z, w, x) \in S$ ，知 $z < w < x$ ， $w < x < z$ ， $x < z < w$ 三个条件中也恰好有一个成立。根据上述条件列表得：

$(x, y, z) \backslash (z, w, x)$	$x < y < z$	$y < z < x$	$z < x < y$
$z < w < x$	$x < z < x$ 矛盾	$y < z < w < x$	$z < w < x < y$
$w < x < z$	$w < x < y < z$	$x < z < x$ 矛盾	$x < z < x$ 矛盾
$x < z < w$	$x < y < z < w$	$x < z < x$ 矛盾	$x < z < x$ 矛盾

由上表知，有以下四种情形：(1) $w < x < y < z$ ；(2) $x < y < z < w$ ；(3) $y < z < w < x$ ；(4) $z < w < x < y$ 。但无论是哪种情形，均可由集合 S 的属性，得到 $(y, z, w) \in S$ ， $(x, y, w) \in S$ 的结论。故选 B。

【点 评】以上给出了该题的一般解法，其实作为选择题，可取一组符合条件的数据可以快速求解：因为 (x, y, z) 和 (z, w, x) 都在 S 中，所以必有 $x < y < z$ 和 $w < x < z$ ，令 $w=1$ ， $x=2$ ， $y=3$ ， $z=4$ ，则 $(y, z, w) = (3, 4, 1) \in S$ ， $(x, y, w) = (2, 3, 1) \in S$ ，故选 B。 (刘金泉)



1.2 逻辑联结词与四种命题

1. (13 重庆 文 2 理 2) 命题“对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 \geq 0$ ”的否定为 ().

- (文) A. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 < 0$ B. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 < 0$
 C. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 \geq 0$ D. 不存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 < 0$
 (理) A. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 < 0$ B. 不存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 < 0$
 C. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 \geq 0$ D. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 < 0$

【解析】 由全称命题 $\forall x \in D, p(x)$; 其否定为 $\exists x_0 \in D, \neg p(x_0)$; 所以“对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 \geq 0$ ”的否定为“存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 < 0$ ”, 故文科选 A; 理科选 D.

【点评】 记准全称命题的否定格式是关键.

(王成维)

2. (13 四川 文 4 理 4) 设 $x \in \mathbf{Z}$, 集合 A 是奇数集, 集合 B 是偶数集. 若命题 $p: \forall x \in A, 2x \in B$, 则 ().

- (文) A. $\neg p: \exists x \in A, 2x \in B$ B. $\neg p: \exists x \notin A, 2x \in B$
 C. $\neg p: \exists x \in A, 2x \notin B$ D. $\neg p: \forall x \notin A, 2x \notin B$
 (理) A. $\neg p: \forall x \in A, 2x \notin B$ B. $\neg p: \forall x \notin A, 2x \notin B$
 C. $\neg p: \exists x \notin A, 2x \in B$ D. $\neg p: \exists x \in A, 2x \notin B$

【解析】 对全称命题 $\forall x \in D, p(x)$, 其否定为 $\exists x \in D, \neg p(x)$, 据此可得, 文科选 C; 理科选 D.

【点评】 本题考查了全称命题和特称命题的概念. 全称命题的否定是特称命题, 特称命题的否定是全称命题.

(王成维)

3. (13 湖北 文 3 理 3) 在一次跳伞训练中, 甲、乙两位学员各跳一次. 设命题 p 是“甲降落在指定范围”, q 是“乙降落在指定范围”, 则命题“至少有一位学员没有降落在指定范围”可表示为 ().

- A. $(\neg p) \vee (\neg q)$ B. $p \vee (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \vee q$

【解析】 “至少有一位同学没有降落在指定范围”即指 $\neg p$ 和 $\neg q$ 至少有一个成立, 所以表示为 $(\neg p) \vee (\neg q)$, 故选 A.

【点评】 也可由 $\neg(p \wedge q) = (\neg p) \vee (\neg q)$ 导出.

(吴杰夫)

4. (13 天津 理 4) 已知下列三个命题:

- ① 若一个球的半径缩小到原来的 $\frac{1}{2}$, 则其体积缩小到原来的 $\frac{1}{8}$;
 ② 若两组数据的平均数相等, 则它们的标准差也相等;
 ③ 直线 $x + y + 1 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ 相切.

其中真命题的序号是 ().

- A. ①②③ B. ①② C. ①③ D. ②③



【解 析】 考察①：设原始球半径为 R ，则其体积 $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，半径缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 后，球的体积变为 $V_2 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \times \frac{4}{3}\pi R^3$ ，可见球的体积缩小到原来的 $\frac{1}{8}$ ，故命题①正确，从而可排除 D；考察②：若两组数据的平均数相等，例如：1, 2, 3 和 2, 2, 2，但它们的标准差不同，故命题②错误，于是可排除 A, B. 故选 C.

【点 评】 实际上，对于命题③，由圆 $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ 的半径为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，又圆心 $(0, 0)$ 到直线 $x + y + 1 = 0$ 的距离 $d = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，可知直线与圆相切，故命题③是正确的. (李智钢)

5. (13 新课标 I 文 5) 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, 2^x < 3^x$ ；命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, x^3 = 1 - x^2$ ，则下列命题中为真命题的是 ().

- A. $p \wedge q$ B. $\neg p \wedge q$ C. $p \wedge \neg q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

【解 析】 考察 p ：因为 $x=0$ 时， $2^x = 3^x = 1$ ，显然不满足 $2^x < 3^x$ ，因此命题 p 不真，即 $\neg p$ 是真命题；考察 q ：构造函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 1$ ，由 $f(0) = -1 < 0$ ， $f(1) = 1 > 0$ ，得知在区间 $(0, 1)$ 上函数 $f(x)$ 存在零点，即方程 $x^3 = 1 - x^2$ 存在实数根，因此命题 q 是真命题. 综上， $\neg p \wedge q$ 为真命题，选 B.

【点 评】 实际上，由解析可知， $p \wedge q$ 为假命题， $p \wedge \neg q$ 为假命题， $\neg p \wedge \neg q$ 为假命题. 此外，对于命题 q 的证明还可以运用“数形结合”的思想，分别画出三次函数 $y = x^3$ 及二次函数 $y = 1 - x^2$ 的图象，即可从直观印象得知方程 $x^3 = 1 - x^2$ 有实根. (刘金泉)