

# 機械公式應用手冊

岡野修一 著  
荻 平 譯

夏 隆 書 店

科技叢書 11

# 機械公式應用手冊

岡野修一編

趙平譯

江苏工业学院图书馆  
藏书章

臺隆書店出版

## 機械公式應用手冊

---

中華民國七十一年十月二十日初版發行

編者 岡野修一 譯者 趙平

發行所 臺隆書店 發行人 張宗河 臺北市衡陽路75號

郵購 郵政劃撥12935號臺隆書店帳戶

電話 三三一四八〇七・三一一三九一四・三三一〇七二三號

登記證 行政院新聞局局版臺業字第〇九八三號

版權所有・翻印必究 定價新臺幣180元

# 數學符號

| 符 號           | 代 表 意 義      | 符 號              | 代 表 意 義     |
|---------------|--------------|------------------|-------------|
| +             | 加、正          | $n!$             | $n$ 之階乘     |
| -             | 減、負          | $ x $            | $x$ 之絕對值    |
| $\pm$         | 加或減、正或負      | $  \quad  $      | 行列式         |
| $\times$      | 乘            | $\Sigma$         | 總和          |
| $\div$        | 除            | $\pi$            | 相乘積         |
| $=$           | 等於           | $\varepsilon, e$ | 自然對數之底      |
| $\neq$        | 不等於          | $i, j$           | 虛數之單位       |
| $\approx$     | 略等於          | $\pi$            | 圓周率         |
| $>$           | 大於           | $( \quad )$      | 小括弧         |
| $<$           | 小於           | $\{ \quad \}$    | 中括弧         |
| $\nlessgtr$   | 不大於          | $[ \quad ]$      | 大括弧         |
| $\nlessgtr$   | 不小於          | $\bar{a}$        | $a$ 之平均值    |
| $\geq$        | 大於或等於        | %                | 百分比(百分之...) |
| $\leq$        | 小於或等於        | G.C.M.           | 最大公約數       |
| $\gg$         | 非常大於(大大於)    | L.C.M.           | 最小公倍數       |
| $\ll$         | 非常小於(小小於)    | L R              | 直角          |
| $\equiv$      | 經常等於         | $\parallel$      | 平行          |
| $\nlessgtr$   | 經常不等於        | $\sim$           | 類似(相似)      |
| :             | 比            | $\therefore$     | 所以          |
| $\propto$     | 成比例          | $\because$       | 因為....      |
| $\infty$      | 無限大          | $\theta^\circ$   | 度           |
| $x^n$         | $x$ 之 $n$ 乘  | $\theta'$        | 分           |
| $\sqrt{x}$    | $x$ 之平方根     | $\theta''$       | 秒           |
| $\sqrt[n]{x}$ | $x$ 之 $n$ 乘根 | rad              | 弧度          |

## 希臘字母

|                    |        |            |        |            |         |
|--------------------|--------|------------|--------|------------|---------|
| $\alpha$           | 阿爾法    | $\iota$    | 伊喔他    | $\rho$     | 洛       |
| $\beta$            | 貝他     | $\kappa$   | 卡巴     | $\sigma$   | 希古馬     |
| $\gamma$           | 加馬     | $\lambda$  | 蘭姆達    | $\tau$     | 塔烏      |
| $\delta \vartheta$ | 得爾他    | $\mu$      | 墨由     | $\upsilon$ | 伍浦西隆    |
| $\varepsilon$      | 伊浦西隆   | $\nu$      | 紐      | $\phi$     | 費伊(法伊)  |
| $\zeta$            | 寄他(晝他) | $\xi$      | 古賽(古西) | $\chi$     | 加伊(卡伊歇) |
| $\eta$             | 伊他     | $\omicron$ | 歐米古隆   | $\psi$     | 浦賽(浦西)  |
| $\theta$           | 西他     | $\pi$      | 派      | $\omega$   | 歐美嘎     |

## 執筆 者 一 覧 (50 音順)

阿 部 和 男 (東京都立羽田工業高等学校教諭)

岡 野 修 一 (東工學園工業教育研究所)

小 町 弘 (東京都立墨田工業高等学校教諭)

高 橋 豊 次 (元東京都立小石川工業高等学校長)

直 井 清 (東京都立工藝高等学校教諭)

仲 嶋 正 之 (日 本 工 業 大 學)

## ● 譯 註

1. 本書爲工專及高工機械工程科學生必備之重要參考書，同時亦爲準備參加高普考及特種考試人員必讀之書。
2. 本書由於編排上着重於公式之應用，且所舉之例題均有高度之啓發性，頗能培養學生之計算能力。唯譯者學識疏淺，繆誤之處在所難免，尚祈海内外諸先進不吝教正，至所企盼。
3. 本書辱承臺隆書店簡明仁先生之推獎與鞭策，以及至友蕭笈杭之激勵，併致最深之謝意。

趙 平 謹識

民國七十年十一月六日於中興新村

# ● 目 錄

|                 |    |
|-----------------|----|
| 二力之合成           | 1  |
| 力矩              | 2  |
| 多數力之合成          | 3  |
| 平行力之合成          | 4  |
| 重心與圖心           | 5  |
| 作用於一點之力的平衡      | 6  |
| 着力點不同之力的平衡      | 7  |
| 架構之解法           | 8  |
| 滑動摩擦            | 9  |
| 速度與相對速度         | 10 |
| 等加速度運動          | 11 |
| 落體運動            | 12 |
| 拋物運動            | 13 |
| 角運動             | 14 |
| 力與運動之關係         | 15 |
| 向心力與離心力         | 16 |
| 動量與衝量           | 17 |
| 動量不減之原理與碰撞      | 18 |
| 功               | 19 |
| 功率              | 20 |
| 能               | 21 |
| 能與功之關係          | 22 |
| 功之原理            | 23 |
| 斜面              | 24 |
| 螺旋              | 25 |
| 輪軸              | 26 |
| 滑輪              | 27 |
| 慣性力矩            | 28 |
| 扭矩與旋轉運動         | 29 |
| 旋轉運動之功 · 功率 · 能 | 30 |
| 滾動摩擦            | 31 |
| 簡諧運動(單絃運動)      | 32 |
| 單擺              | 33 |
| 彈簧擺             | 34 |
| 扭轉擺             | 35 |

|                 |    |
|-----------------|----|
| 垂直應力            | 36 |
| 剪應力             | 37 |
| 應變              | 38 |
| 彈性係數            | 39 |
| 卜桑比             | 40 |
| 應力集中            | 41 |
| 熱應力             | 42 |
| 容許應力與安全因數       | 43 |
| 承受內壓之薄壁圓筒       | 44 |
| 承受內壓之厚壁圓筒       | 45 |
| 彈性數             | 46 |
| 衝擊負荷            | 47 |
| 梁之支點反力          | 48 |
| 梁之剪力與彎曲力矩       | 49 |
| 承受集中負荷之懸臂梁      | 50 |
| 承受等分佈負荷之懸臂梁     | 51 |
| 承受集中負荷之兩端支持梁    | 52 |
| 承受等分佈負荷之兩端支持梁   | 53 |
| 承受數個負荷之梁        | 54 |
| 斷面二次力矩與斷面係數     | 55 |
| 抗彎應力            | 56 |
| 梁之偏轉(撓度)        | 57 |
| 等強度之梁           | 58 |
| 歐拉公式            | 59 |
| 郎金公式            | 60 |
| 扭轉(1)           | 61 |
| 扭轉(2)           | 62 |
| 合成應力(1)         | 63 |
| 合成應力(2)         | 64 |
| 合成應力(3)         | 65 |
| 螺旋配合部之長度與面壓力    | 66 |
| 螺旋之直徑           | 67 |
| 壓力容器與管          | 68 |
| 承受彎曲之軸徑         | 69 |
| 承受扭轉之軸徑         | 70 |
| 同時承受彎曲與扭轉之軸徑    | 71 |
| 傳動軸徑與跨距         | 72 |
| 摩擦離合器           | 73 |
| 徑向端軸頸之設計        | 74 |
| 徑向中間軸頸之設計       | 75 |
| 根據摩擦熱來決定軸承之大小   | 76 |
| 止推軸頸之軸承壓力與摩擦阻力矩 | 77 |
| 白形軸頸之設計         | 78 |
| 套環軸頸之設計         | 79 |

|               |     |
|---------------|-----|
| 四節曲柄回轉機構      | 80  |
| 往復滑件曲柄        | 81  |
| 皮帶之速率比·長度·接觸角 | 82  |
| 皮帶輪各部之尺寸      | 83  |
| 皮帶之張力         | 84  |
| 皮帶速度較小時之張力    | 85  |
| 皮帶之傳達動力與速度    | 86  |
| 平帶形皮帶傳動裝置之設計  | 87  |
| 三角(V形)膠帶之傳達動力 | 88  |
| 鏈輪之尺寸         | 89  |
| 鏈條之鏈節數與傳達動力   | 90  |
| 滾子鏈條傳動裝置之設計   | 91  |
| 摩擦傳動裝置        | 92  |
| 模數與徑節         | 93  |
| 法節            | 94  |
| 標準正齒輪之尺寸      | 95  |
| 防止齒根切陷之極限齒數   | 96  |
| 移位係數與移位位置     | 97  |
| 移位齒輪之尺寸       | 98  |
| 移位齒輪之尺寸(續)    | 99  |
| 跨齒厚           | 100 |
| 魯易士公式         | 101 |
| 面壓強度與轉動力      | 102 |
| 螺旋齒輪之尺寸       | 103 |
| 螺旋齒輪之相當齒數與強度  | 104 |
| 斜齒輪之圓錐角       | 105 |
| 直齒斜齒輪之尺寸      | 106 |
| 螺輪之速率比        | 107 |
| 蝸齒輪之尺寸(1)     | 108 |
| 蝸齒輪之尺寸(2)     | 109 |
| 齒輪系之速率比       | 110 |
| 行星齒輪裝置        | 111 |
| 差速齒輪裝置        | 112 |
| 棘輪            | 113 |
| 單塊狀制動器        | 114 |
| 帶制動器(1)       | 115 |
| 帶制動器(2)       | 116 |
| 螺旋彈簧(線圈彈簧)    | 117 |
| 三角板彈簧         | 118 |
| 疊板彈簧          | 119 |
| 鑄模砂之透氣度       | 120 |
| 影響鑄模之熔液壓力     | 121 |
| 毛胚之大小         | 122 |
| 鋼珠量規之內徑測定     | 123 |

|               |     |
|---------------|-----|
| 推拔圓塞及推拔孔之測定   | 124 |
| 三線法之有效直徑的測定   | 125 |
| 壓力之強度         | 126 |
| 液體壓力計         | 127 |
| 水壓機之原理(巴斯加原理) | 128 |
| 作用於壁面之壓力      | 129 |
| 水流之連續性原理      | 130 |
| 伯努利定理         | 131 |
| 托里西利定理        | 132 |
| 雷諾數           | 133 |
| 摩擦所導致的損耗      | 134 |
| 管內之各種損耗       | 135 |
| 流量之測定(1)      | 136 |
| 流量之測定(2)      | 137 |
| 射流作用於物體之力(1)  | 138 |
| 射流作用於物體之力(2)  | 139 |
| 水輪機之特性        | 140 |
| 帕爾登水輪機        | 141 |
| 法式水輪機         | 142 |
| 泵之輸出與效率       | 143 |
| 離心泵           | 144 |
| 熱力學之第一定律      | 145 |
| P—U 線圖與焓      | 146 |
| 理想氣體之狀態式      | 147 |
| 理想氣體之狀態變化(1)  | 148 |
| 理想氣體之狀態變化(2)  | 149 |
| 多變變化          | 150 |
| 理想氣體之混合       | 151 |
| 熱力學之第二定律      | 152 |
| 蒸氣之狀態量        | 153 |
| 郎金循環          | 154 |
| 蒸氣流動之基本式      | 155 |
| 熱交換器          | 156 |
| 燃燒            | 157 |
| 燃燒裝置          | 158 |
| 鍋爐之性能         | 159 |
| 汽輪機之作用        | 160 |
| 汽輪機之性能        | 161 |
| 內燃機之基準循環      | 162 |
| 內燃機之輸出與效率     | 163 |

## 附 錄

|       |     |
|-------|-----|
| ..... | 164 |
|-------|-----|

## 1. 二力之合成

(1) 二力在角  $\alpha$  相交時 (參閱圖 1)

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} \quad [\text{kg}] \quad (1)$$

$$\tan \phi = \frac{F_2 \sin \alpha}{F_1 + F_2 \cos \alpha} \quad (2)$$

$\phi$ : 合力  $R$  與力  $F_1$  所形成的角

(2) 二力相交於直角時 (參閱圖 2)

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad [\text{kg}] \quad (3)$$

$$\tan \phi = \frac{F_2}{F_1} \quad (4)$$

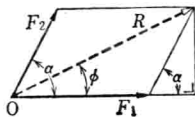


圖 1

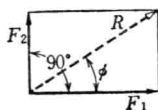


圖 2

**例題** 設 30kg 與 40kg 之二力成  $60^\circ$  之角度而作用於一點時，試求其合力。

**解答** 在公式 (1), (2) 中代入  $F_1 = 30\text{kg}$ ,  $F_2 = 40\text{kg}$   $\alpha = 60^\circ$  則

$$R = \sqrt{30^2 + 40^2 + 2 \times 30 \times 40 \times \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{3700} = 60.8 \text{ kg}$$

$$\tan \phi = \frac{40 \times \sin 60^\circ}{30 + 40 \times \cos 60^\circ} = \frac{40 \times 0.866}{30 + 40 \times 0.5} = 0.693$$

$\therefore \phi = 34^\circ 45'$  (30kg 之力所構成的角)

**例題** 設對水平面上的某一重 100kg 之物體，水平的加以 50kg 之力時，試問面自物體承受什麼樣的力的作用？

**解答** 面所承受之力如圖 3 所示，係 100kg 與 50kg 之合力  $R$ 。在公式 (4), (5) 中代入  $F_1 = 100\text{kg}$ ,  $F_2 = 50\text{kg}$  則

$$R = \sqrt{100^2 + 50^2} = 112 \text{ kg}$$

$$\tan \phi = \frac{50}{100} = 0.5$$

$\therefore \phi = 26^\circ 34'$

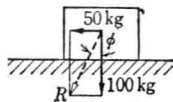


圖 3

**例題** 如圖 4 所示，設在一艘船上繫兩根繩纜，互相以  $120^\circ$  之角度用 15kg 之力牽引，則船朝什麼方向，以多大的力被牽引？

**解答** 把船牽引向進行方向的係二合力。在公式 (1) 中代入  $F_1 = F_2 = 15\text{kg}$ ,  $\cos \alpha = \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -0.5$ ，則

$$R = \sqrt{15^2 + 15^2 - 2 \times 15 \times 15 \times 0.5}$$

$$= 15 \text{ kg}$$

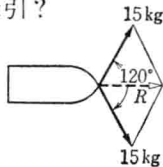


圖 4

合力之方向由於二力相等，故在其夾角  $120^\circ$  的二等分線上。

註：倘二力不作用於 1 點而作用於 2 點時，可將二力移動至各作用線之交點，再用公式 (1), (2) 計算即可。

## 2. 力 矩

〔1〕 力矩(參閱圖 1 (a))

$$M = Fl = Fl' \cos \theta$$

$$= F \cos \theta l' \quad [\text{kg cm}] \quad (1)$$

〔2〕 力偶矩(參閱圖 1 (b))

$$M = Fd \quad [\text{kg cm}] \quad (2)$$

〔3〕 力矩之合成

$$M = \sum M_i = \sum F_i l_i (= \sum F_i d_i) \quad (3)$$

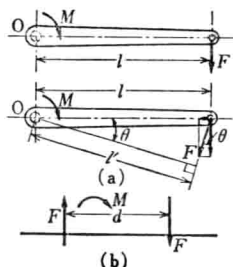


圖 1

**例題** 就圖 2，試求軸周圍之力矩。

**解答** 在公式 (1) 中代入  $F = 15\text{kg}$ ， $l = 20 \times \cos 30^\circ + 10 = 27.32\text{cm}$  則

$$M = 15 \times 27.32 = 409.8 \text{ kg cm}$$

(左轉)

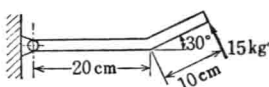


圖 2

**例題** 就圖 3，試求軸周圍之力矩。

**解答** 設將右轉之力矩作為 (+) 則由公式 (1)，(3) 得

$$M = 10 \times 50 \times \cos 60^\circ - 30 \times 30 - 20 \times 20 + 10 \times 40 = -650 \text{ kg cm} \quad (\text{左轉})$$

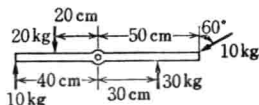


圖 3

**例題** 如圖 4 所示，在正方形之組件有 4 力在作用，問此時軸 O 是承受何種力的作用？

**解答** 以 4 力構成 100 kg 與 50 kg 之 2 力偶。由公式 (2)，(3) 得

$$M = 100 \times 10 - 50 \times 20 \times \cos 45^\circ$$

$$= 293 \text{ kg cm} \quad (\text{右轉力偶})$$

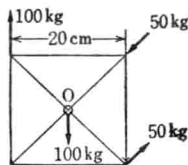


圖 4

**例題** 如圖 5 所示，從軸只離開  $l$  的位置有 力  $F$  在作用時，問軸承受何種力的作用？

**解答** 即使讓大小相同而方向相反的 2 力作用於 1 點，但就力學上而言，其與 2 力不作用時的効果相同，如圖 5 所示可當作與  $F$  相等的 2 力  $F'$ ， $F''$  已作用於軸。軸由  $F$  與  $F''$  承受  $M = Fl$  的力偶矩，並且在與  $F$  相同的方向承受力  $F' (= F)$ 。

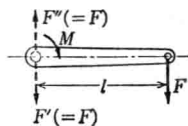


圖 5

註：①  $\Sigma$  係表示總和的符號。若將公式 (3) 詳細列出則如下列所示：

$$\Sigma M_i = M_1 + M_2 + M_3 + \dots \quad \Sigma F_i l_i = F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots$$

② 力偶純粹只是旋轉的原動力。物體承受力偶作用時，不論該物體之何處安裝軸，在該軸之周圍使物體旋轉之能力是相同的。因此，力偶矩與力矩同樣是沒有中心的。

### 3. 多數力之合成

〔1〕 力作用於 1 點時(參閱圖 1)

該點之周圍的合成力矩  $M=0$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_i \cos \alpha_i)^2 + (\sum F_i \sin \alpha_i)^2} \quad [\text{kg}] \quad (1)$$

$$\tan \phi = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\sum F_i \sin \alpha_i}{\sum F_i \cos \alpha_i} \quad (2)$$

〔2〕 着力點不同時(參閱圖 2)

作用於某點 O 之合力 R 可由公式(1), (2)求得

$$M = \sum M_i \quad (3)$$

參閱 2. 力矩圖 5 例

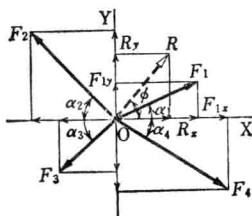


圖 1

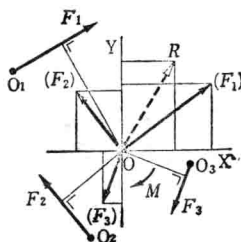


圖 2

**例題** 試求作用於 1 點的下列 4 力之合力

$F_1=7\text{kg}$ ,  $F_2=6\text{kg}$ ,  $F_3=5\text{kg}$ ,  $F_4=4\text{kg}$ ,  $\angle F_1F_2$  ( $F_1$  與  $F_2$  所成的角)  $=90^\circ$ ,  $\angle F_2F_3=60^\circ$ ,  $\angle F_3F_4=60^\circ$

**解答** 如圖 3 所示的那樣使  $F_1$  重疊於 X 軸而拉 XY 直交軸, 分別圖示其力。

$$\begin{cases} F_{3x} = -F_3 \cos 30^\circ = -5 \times 0.866 \\ \quad = -4.33 \text{ kg} \\ F_{3y} = F_3 \sin 30^\circ = 5 \times 0.5 \\ \quad = 2.5 \text{ kg} \\ F_{4x} = -F_4 \cos 30^\circ = -4 \times 0.866 \\ \quad = -3.46 \text{ kg} \\ F_{4y} = -F_4 \sin 30^\circ = -4 \times 0.5 \\ \quad = -2 \text{ kg} \end{cases}$$

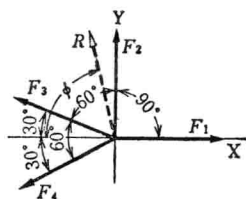


圖 3

由公式(1)得

$$\begin{cases} R_x = 7 + 0 - 4.33 - 3.46 = -0.79 \text{ kg} \\ R_y = 0 + 6 + 2.5 - 2 = 6.5 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\therefore R = \sqrt{0.79^2 + 6.5^2} = \sqrt{42.87} = 6.55 \text{ kg}$$

$$\tan \phi = -\frac{6.5}{0.79} = -8.23$$

$\therefore \phi \approx 83^\circ$  (由  $\tan \phi$  之結果為負, 所以由 -X 軸向 Y 軸)

註: 只有重疊 XY 軸的力可不必作力之分解。

## 4. 平行力之合成

〔1〕 相同方向之 2 平行力之合成(參閱圖 1)

$$R = F_1 + F_2 \quad (1)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 + F_2} \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 + F_2} \quad (2)$$

$l_1$ : 合力  $R$  與力  $F_1$  之作用線間的距離[cm]

$l_2$ : 合力  $R$  與力  $F_2$  之作用線間的距離[cm]

$l$ : 力  $F_1$  與  $F_2$  之作用線間的距離[cm]

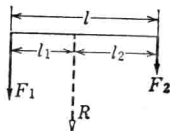


圖 1

〔2〕 相反方向之 2 平行力之合成(參閱圖 2)

$$R = F_1 - F_2 \quad (3)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 - F_2} \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 - F_2} \quad (4)$$

合力  $R$  係在較大之力的外側，且為同一方向。

〔3〕 多數之平行力的合成(參閱圖 3)

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \sum F_i \quad (5)$$

$$l = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots}{R} = \frac{\sum F_i l_i}{\sum F_i} \quad (6)$$

$F_i$ : 各力平行[kg]

$l_i$ : 從任意點  $O$  至力距  $F_i$  之距離[cm]

$l$ : 從點  $O$  至合力  $R$  之距離[cm]

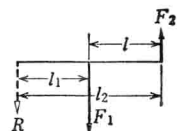


圖 2

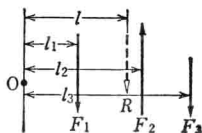


圖 3

**例題** 設以 5 cm 之距離有平行之 2 力 40kg 與 10kg 在作用，求 2 力相同方向時與相反方向時之合力各為若干？

**解答** 2 力相同方向時，可在公式(1)，(2)中代入  $F_1 = 40\text{kg}$ ， $F_2 = 10\text{kg}$ 。相反方向時可在公式(2)，(3)中亦代入  $F_1 = 40\text{kg}$ ， $F_2 = 10\text{kg}$  則相同方向為  $R = 40 + 10 = 50\text{kg}$

$$l_1 = 5 \times \frac{10}{40 + 10} = 1\text{cm}$$

相反方向為  $R = 40 - 10 = 30\text{kg}$

$$l_2 = 5 \times \frac{10}{40 - 10} = 1.67\text{cm}$$

**例題** 如圖 4 所示試求作用之 4 平行力的合力。

**解答** 設力向下者為正，力矩右轉者為正。在公式(5)，(6)中代入(6)  $F_1 = 50\text{kg}$ ， $F_2 = -80\text{kg}$ ， $F_3 = 70\text{kg}$ ， $F_4 = 40\text{kg}$ ， $l_1 = 0$ ， $l_2 = 20\text{cm}$ ， $l_3 = 30\text{cm}$ ， $l_4 = 50\text{cm}$  則

$$R = 50 - 80 + 70 + 40 = 80\text{kg} \quad (\text{向下})$$

$$l = \frac{-80 \times 20 + 70 \times 30 + 40 \times 50}{80} = \frac{2500}{80} = 31.3\text{cm}$$

合力之力矩 2500kg·cm 因係向右轉，故合力  $R$  自  $F_1$  向右在 31.3cm 處作用。

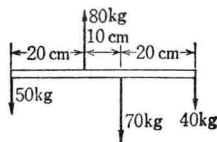


圖 4

## 5. 重心與圖心

〔1〕 重心之位置(參閱圖 1)

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{W} \quad \bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{W} \quad (1)$$

$\bar{x}, \bar{y}$ : 重心之座標[cm],  $x_i, y_i$ : 各部分之座標[cm]  $w_i$ : 各部分之重量[kg]  
 $W$ : 物體之重量[kg]

〔2〕 圖心之位置

$$\bar{x} = \frac{\sum a_i x_i}{A} \quad \bar{y} = \frac{\sum a_i y_i}{A} \quad (2)$$

$\bar{x}, \bar{y}$ : 圖心之座標[cm]  $x_i, y_i$ : 各部分之座[cm]  $a_i$ : 各部分之面積[cm<sup>2</sup>]  $A$ : 總面積[cm<sup>2</sup>]  $a_i x_i, a_i y_i$ : 各部分之面積矩[cm<sup>3</sup>]

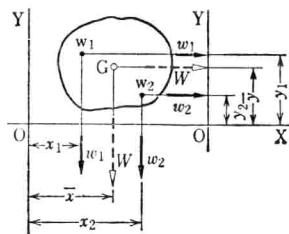


圖 1

**例題** 設有用圖 2 (a) 那樣形狀的均質材料所製成的零組件。如果厚度相同, 則其重心之位置在何處?

**解答** 可當作將圖 2 (a) 之零組件像 (b) 那樣分成 I, II, III 的 3 部分。由於材質均一, 厚度相同, 故重心是與將厚度對半切開之面的圖心一致。因形狀左右對稱, 所以圖心在中心線上。

自圖 2 (b) 在公式(2)中代入  $a_1 = 10 \times 20 = 200 \text{ cm}^2$ ,  $a_2 = 20 \times 10 = 200 \text{ cm}^2$ ,  $a_3 = 10 \times 30 = 300 \text{ cm}^2$ ,  $A = 200 + 200 + 300 = 700 \text{ cm}^2$ ,  $y_1 = 10 + 20 + 5 = 35 \text{ cm}$ ,  $y_2 = 10 + 10 = 20 \text{ cm}$ ,  $y_3 = 5 \text{ cm}$  則

$$\bar{y} = \frac{200 \times 35 + 200 \times 20 + 300 \times 5}{700} = \frac{12500}{700} = 17.9 \text{ cm}$$

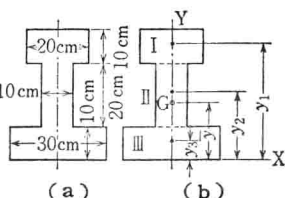


圖 2

**例題** 如圖 3 所示, 有一開圓孔之正方形薄板。試求此圖心之位置。

**解答** 如圖 3 所示, 取  $XY$  軸。圖心在  $X$  軸上。圓形缺口部分之面積矩作為負來計算。設在公式(2)中代入  $a_1 = 10 \times 20 \times 100 \times 50 = 500000 \text{ cm}^3$ ,  $a_2 x_2 = -\pi \times 20^2 \times (50 - 20) = -37700 \text{ cm}^3$ ,  $A = 100 \times 100 - \pi \times 20^2 = 8744 \text{ cm}^2$  則

$$\bar{x} = \frac{500000 - 37700}{8744} = \frac{462300}{8744} = 52.8 \text{ cm}$$

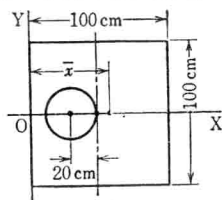


圖 3

註: ① 公式(1), (2)中之  $\bar{x}, \bar{y}$  讀作  $x$  bar,  $y$  bar。

② 若將物體視為是簡單形狀的部分的和或差, 則首先應分別求各部分的重心(圖心), 然後將加諸各該點的各部分之重量(面積)作為正或負, 以作為其合力的位置而決定全體之重心(圖心)的位置。

## 6. 作用於一點之力的平衡

(1) 作用於一點之力的平衡條件

$$\begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \cdots = \sum F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \cdots = \sum F_{iy} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$F_{ix}, F_{iy}$ : 將着力點作為原點的XY直交軸上之各力的分力[kg]。

$R_x, R_y$ : 各力之XY分力的總和

(2) 3力之平衡(Rami定律)(參閱圖1)

$$\frac{F_1}{\sin \alpha_1} = \frac{F_2}{\sin \alpha_2} = \frac{F_3}{\sin \alpha_3} \quad (2)$$

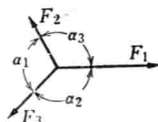


圖1

**例題** 如圖2所示，在重50kg之物體之一點繫上兩根繩索，以分別與水平線成 $60^\circ$ 和 $45^\circ$ 的角度將物體懸吊起來。試求此時兩繩之拉力。

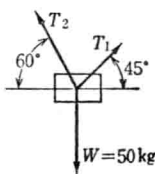


圖2

**解答** 設兩繩之拉力為 $T_1, T_2$ 。物體之重量為 $W$ ，則 $T_1, T_2, W$ 之3力維持着平衡狀態，因此可由公式(1)獲得下列的平衡式。

$$R_x = T_{1x} + T_{2x} + W_x = 0 \cdots \cdots (1) \quad R_y = T_{1y} + T_{2y} + W_y = 0 \cdots \cdots (2)$$

在此， $T_{1x} = T_1 \cos 45^\circ = 0.707 T_1$ ,  $T_{1y} = T_1 \sin 45^\circ = 0.707 T_1$ ,  $T_{2x} = -T_2 \cos 60^\circ = -0.5 T_2$ ,  $T_{2y} = T_2 \sin 60^\circ = 0.866 T_2$ ,  $W_x = 0$ ,  $W_y = -50 \text{ kg}$

$$\therefore 0.707 T_1 - 0.5 T_2 = 0 \cdots \cdots (3) \quad 0.707 T_1 + 0.866 T_2 - 50 = 0 \cdots \cdots (4)$$

$$(4) - (3) \quad 1.366 T_2 = 50 \quad \therefore T_2 = 36.6 \text{ kg}$$

$$\text{代入 (3)} \quad \text{則 } T_1 = 25.9 \text{ kg}$$

**例題** 試將前記之例題以Rami定律解之。

**解答** 在公式(2)中代入 $F_1 = W = 50 \text{ kg}$ ,  $F_2 = T_1$ ,  $F_3 = T_2$ ,  $\sin \alpha_1 = \sin (180^\circ - (60^\circ + 45^\circ)) = \sin 75^\circ = 0.966$ ,  $\sin \alpha_2 = \sin (60^\circ + 90^\circ) = \cos 60^\circ = 0.5$ ,  $\sin \alpha_3 = \sin (45^\circ + 90^\circ) = \cos 45^\circ = 0.707$  則

$$\frac{50}{0.966} = \frac{T_1}{0.5} = \frac{T_2}{0.707}$$

由此  $T_1 = 25.9 \text{ kg}$ ,  $T_2 = 36.6 \text{ kg}$

**例題** 圖3之各力維持着平衡的狀態。試求繩索之拉力 $T$ 與水平所構成的角 $\theta$ 。

**解答** 由公式(1)可獲得下列的平衡式。

$$R_x = 4 \cos 30^\circ - T \cos \theta = 0 \cdots \cdots (1)$$

$$R_y = 4 \sin 30^\circ + T \sin \theta - 20 = 0 \cdots \cdots (2)$$

由①, ②得  $T \cos \theta = 3.46$ ,  $T \sin \theta = 18$

$$T = \sqrt{(T \cos \theta)^2 + (T \sin \theta)^2}$$

$$= \sqrt{3.46^2 + 18^2} = 18.3 \text{ kg}$$

$$\tan \theta = \frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{18}{3.46} = 5.2$$

$$\therefore \theta = 79^\circ 10'$$

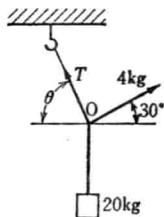


圖3

註：同一平面上之3力在3力平行或是在合於一點時，可以維持平衡之狀態。

## 7. 着力點不同之力的平衡

〔1〕 着力點不同之力的平衡條件

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \cdots = \sum F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \cdots = \sum F_{iy} = 0 \\ M &= M_1 + M_2 + M_3 + \cdots = \sum M_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$F_{ix}, F_{iy}$ : 任意之 XY 直交軸方向之各力的分力[kg],  $R_x, R_y$ : 各力之 XY 分力的總和,  $M_i$ : 任意點周圍之各力的力矩[kg m],  $M$ : 任意點周圍之各力的力矩的總和。

**例題** 如圖 1 所示, 設若在銷與繩索支持成水平的棒端加以 40kg 之負荷時, 試求該繩索之拉力。

**解答** 作用於棒之力係負荷 40kg 與繩索之拉力  $T$  以及銷之反力, 此 3 力維持着平衡狀態。在此問題中因為只是求拉力  $T$ , 故只須從銷周圍 2 力之力矩的平衡即就求得。

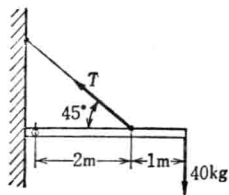


圖 1

在公式(1)中代入  $M_1 = 40 \times 3 = 120 \text{ kg m}$ ,  $M_2 = -T \times \sin 45^\circ \times 2 = -1.4 T \text{ kg m}$  則

$$M = 120 - 1.4 T = 0$$

$$\therefore T = 85.7 \text{ kg}$$

**例題** 如圖 2 所示, 其長 2 m 之水平梁, 承受着 200kg 及 150kg 之負荷。若左端之支點的反力為 50kg 時, 則另一支點應設於何處? 並求該支點的反力應為若干?

**解答** 設所求之反力為  $R$ , 並在偏於左端的  $l$  之位置。若由垂直力與 O 點周圍之力矩的平衡加以檢討, 則由公式(1)得

$$R_y = 50 - 200 - 150 + R = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$M = -Rl + 150 \times 1.5 + 200 \times 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

由①得  $R = 300 \text{ kg}$  由②得  $l = 1.42 \text{ m}$

**例題** 試在圖 3 求銷之反力  $P$  與繩索之拉力  $T$  各應為若干?

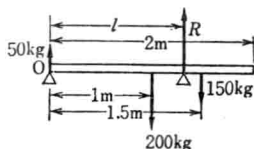


圖 2

**解答** 在圖 3 中  $P, W, T$  之 3 力維持着平衡狀態。

由公式(1)得  $R_x = P_x - T \cos 30^\circ = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

$$R_y = P_y - 20 + T \sin 30^\circ = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$M = -T \sin 30^\circ \times 2.5 + 20 \times 1.5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{3}$$

由③得  $2.5 T \sin 30^\circ = 30 \therefore T = 24 \text{ kg}$

由①得  $P_x = T \cos 30^\circ = 24 \times 0.866 = 20.8 \text{ kg}$

由②得  $P_y = 20 - T \sin 30^\circ = 20 - 24 \times 0.5 = 8 \text{ kg}$

$$\therefore P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{20.8^2 + 8^2} = \sqrt{496} = 22.3 \text{ kg}$$

$$\tan \theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{8}{20.8} = 0.384 \therefore \theta = 21^\circ$$

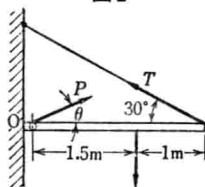


圖 3