

东北师范大学物理函授教材

量子力学

张林芝 王曙光 高振金 编

上册

东北师范大学函授教育处

1983年6月长春

东北师范大学物理函授教材

量子力学

(上)

东北师范大学函授教育处

前 言

量子力学是研究微观粒子运动规律的科学。从量子力学的研究对象便可清楚地看到，人们要想深入地认识物质世界，除了学好物理学的经典理论，还要很好地学习量子理论。

量子力学建立在经典物理学的基础上。它继承而又包含了经典物理学。量子力学虽然只有五十余年的历史，但它取得的成就是巨大的。现代物理学的各个分支，例如高能物理、核物理、统计物理、固体物理、天体物理、量子声学、量子电子学等，无不以它为理论基础。量子力学的影响并已越出了传统的物理学领域，它渗透到化学和生物学等之中，形成了量子化学和分子生物学等边缘学科。在现代应用科学和现代技术中，量子力学亦已显示出其强大的生命力，例如半导体材料和器件、原子能技术、激光技术等，都不可缺少地用到量子力学。因此，对于参加物理系函授学习的同志，量子力学是一门重要的必修基础课。

量子力学的理论框架主要由它的基本概念和表现理论的数学形式构成。这两个方面的特点使量子力学成了一门比较难懂的学科。一般说来，初学量子力学时主要有两方面困难。一个普遍的困难是觉得物理概念抽象，不直观，物理图象不清晰。譬如，量子力学所用的语言是算符和波函数；经典力学中的轨道概念在量子力学中不复存在；不确定关系完

全破坏了传统的决定论观念。诸如此类的新观念都使初学者感到难于接受。这是不足为怪的。因为量子力学的出现正是打破了经典物理学观念的束缚，实现物理学思想革命的结果。至于说到物理图象，对量子理论的初学者来说，它不过是一个基本上按经典思想起作用的模型。就微观现象而言，不应期望有任何这样的图象存在。如此等等，这使得基本概念和原理普遍地成了学习量子力学的难点。要能掌握量子力学的基本概念和原理，首先需要自觉地破除经典观念的束缚，不应试图按经典的模式去认识、解释量子现象。除了靠长期地熟悉它们的性质和用途外，还要在学习过程中注意准确地领会实验事实和结果，弄清楚它们怎样引导出一套全新的、与经典物理学不相容的概念和思想体系。为此，在编写本书时，我们一般是从实验事实（包括假想实验）出发，引出量子力学的基本原理和新概念，并结合多年教学实践，在不失准确性的前提下，尽可能以更宜于接受的方式阐述基本概念和原理。

数学是特别适合于处理任何种类的抽象概念的有力工具。量子力学新概念与经典物理不相容的特点，决定了量子理论在数学表达上的全新特点。譬如用算符表示力学量，借助于算符的本征值来确定力学量的取值，量子力学的运动方程也有别于普通的波动方程。此外，除了高等数学，量子力学经常是与数理方程和特殊函数等比较繁难的数学工具打交道。量子力学的很强的数学性质，给初学者带来了困难。过好数学关，是学好量子力学的重要环节。尽可能多地做练习题，适当地重复书中的推导与计算，不仅有利于克服数学方面的

困难，还能加深对概念的理解，发现理解上的不足，提高运用能力。为了帮助初学者排除数学上的困难，书中凡涉及数学处理，都尽可能做了详细地推导和计算，对书中用到的专门的数学知识，书中还编有附录，以资查阅。

本书是在多年来函授教学的基础上，为我系函授生作为理论物理课之一的教材编写的。考虑到函授生的特点，我们在编写中力图体现少而精、重点突出和便于自学的原则。全书重点讲述量子力学的基本概念和原理，对量子力学的应用亦做了适当介绍。书中抓住能够严格求解的几个简单的典型问题，作为例子反复强化，以加深对概念的理解。为便于自学，我们还对书中所选练习题全部做了详尽地解答，与附录一起装订成本书的下册（较难的习题带有※号）。我们还编写了相当数量的思考题，附在有关章节之后，以引导学者预习和复习书中的内容，帮助他们检查学习的效果。

由于我们的水平有限，书中缺点和错误在所难免，欢迎批评指正。

本教材由张林芝、高振金、王曙光合编，王曙光负责修订。

1983. 3. 15

目 录

前言

第一章 量子力学发展简况

§ 1 经典物理学遇到的困难	(1)
思考题	(10)
§ 1.2 普朗克——爱因斯坦的光量子论	(11)
思考题	(16)
§ 1.3 波尔理论	(17)
思考题	(20)
本章小结	(21)
习题	(21)

第二章 波函数和薛定谔方程

§ 2.1 德布洛意假设及其实验验证	(23)
思考题	(30)
§ 2.2 波函数的统计解释	(30)
思考题	(42)
§ 2.3 态和态的迭加原理	(43)

思考题	(47)
§ 2.4 不确定关系	(47)
思考题	(53)
§ 2.5 薛定谔方程	(53)
思考题	(56)
§ 2.6 几率流密度和几率守恒定律	(56)
思考题	(61)
§ 2.7 定态薛定谔方程	(61)
思考题	(66)
§ 2.8 在一维无限深势阱中运动的粒子	(66)
(01) 思考题	(75)
(§ 2.9 线性谐振子	(75)
(01) 思考题	(89)
(§ 2.10 势垒贯穿	(89)
(08) 思考题	(99)
(本章小结	(99)
(习题	(102)

第三章 力学量的算符表示

(§ 3.1 算符的一般性质和运算规则	(107)
(08) 思考题	(117)
(§ 3.2 力学量的算符表示	(117)
(01) 思考题	(126)
(§ 2.3 表示力学量的算符的性质	(126)

(812)	思考题	(139)
§ 3.4	力学量测量结果的几率和平均值	(139)
	思考题	(149)
§ 3.5	不同力学量同时具有确定值的条件 ...	(149)
(813)	思考题	(161)
(§ 3.6	表象理论简介	(162)
(518)	思考题	(180)
(§ 3.7	力学量随时间变化 守恒量	(181)
(725)	题考思	(185)
	本章小结	(186)
(习题		(189)

第四章 氢原子

(§ 4.1	角动量算符	(195)
(185)	思考题	(203)
(§ 4.2	$\vec{L}^2$ 和 L_z 的本征值和本征函数	(203)
(285)	思考题	(217)
(§ 4.3	氢原子	(217)
(805)	思考题	(225)
(§ 4.4	氢原子核外电子的几率分布	(226)
(218)	思考题	(234)
(§ 4.5	塞曼效应	(234)
(116)	思考题	(239)
	本章小结	(241)

习题.....	(243)
---------	-------

第五章 微扰理论

§ 5.1 概念	(246)
思考题	(247)
§ 5.2 无简并情况下的定态微扰理论	(247)
思考题	(257)
§ 5.3 氢原子的基态能量	(257)
§ 5.4 简并情况下的定态微扰理论	(262)
思考题	(269)
§ 5.5 斯塔克效应	(269)
思考题	(274)
§ 5.6 碱金属原子能级	(274)
思考题	(281)
§ 5.7 钠原子光谱线在外磁场中的分裂	(281)
§ 5.8 含时间的微扰理论	(285)
思考题	(295)
§ 5.9 光的吸收和发射 选择定则	(295)
思考题	(306)
§ 5.10 激光	(307)
思考题	(312)
本章小结.....	(312)
习题.....	(314)

第六章 散射理论初步

§ 6.1 经典力学中的势散射	(318)
§ 6.2 量子力学中的散射问题	(321)
§ 6.3 玻恩近似	(325)
本章小结	(334)
思考题	(335)
习题	(335)

第七章 电子自旋

§ 7.1 电子自旋的实验证明	(337)
§ 7.2 电子自旋的矩阵表示	(341)
§ 7.3 电子的自旋波函数及其矩阵表示	(346)
§ 7.4 电子自旋和轨道相互作用的简单描述	(349)
§ 7.5 电子态和原子态	(354)
§ 7.6 氢原子的塞曼效应	(359)
本章小结	(361)
思考题	(363)
习题	(363)

第八章 多体理论简介

§ 8.1 全同粒子体系 全同性原理	(366)
--------------------------	-------

§ 8.2	泡利原理	(372)
§ 8.3	氢原子的能级结构	(377)
§ 8.4	氢分子	(386)
§ 8.5	原子的电子壳层结构	(392)
本章小结		(398)
思考题		(399)
习题		(400)

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

(382)		
(382)		

第一章 量子力学发展简况

从十八世纪起，物理学迅速地发展起来，并逐渐形成了物理学的经典理论牛顿力学、热力学及统计物理、电动力学。运用这些理论，成功地解释了许多物理现象，解决了不少生产实际问题，因而当时有人甚至错误地认为经典理论是物理学的“最终理论”。到了十九世纪末和二十世纪初，随着生产和科学技术的不断发展，人们从广泛的实验中发现了许多新的现象，例如，黑体辐射、光电效应、康普顿效应等。而在解释这些现象时，经典理论却遇到了巨大的不可克服的矛盾和困难。对此人们不得不提出一些新的假设，来解释经典理论无法说明的一些实验现象。这就是旧量子论阶段。旧量子论虽然成功地解释了黑体辐射、光电效应、康普顿效应等实验现象，但它有很大的局限性，它没有彻底跳出经典物理学的框框。旧量子论的缺点促使人们进一步去寻求新的、更符合客观实际的理论。量子力学就是在这样情况下发展和建立起来的。

§ 1.1 经典物理学遇到的困难

1 黑体辐射、普朗克公式

到了十九世纪末，人们已经认识到了热辐射与光波都是

电磁波。它们的区别在于波长不同。所有物体不论它温度高低都能发出热辐射，也能吸收和反射外来的热辐射。如果一个物体能完全吸收射在它上面的辐射而毫无反射，则称此物体为黑体。实际上这种黑体是不存在的，只能在一定条件下，近似地看成黑体。例如，一个开有小孔的空腔就是一个近似的黑体，如图1—1所示。空腔外面的辐射能够通过小孔进入空腔内，在空腔内进行多次反射，每反射一次，空腔的内壁将吸收一部分辐射能，这样，经过多次的相继的反射，进入的辐射几乎完全被腔壁吸收。由于小孔的面积远比腔壁面积小，由小孔穿出的辐射能可以略去不计。如此，这开有小孔的空腔把射入小孔内的全部辐射吸收了。所以在实验室里把用不透明材料制成的开有小口的空腔看成黑体。实验结果表明，当腔壁与腔内部的辐射在某一绝对温度 T 下达到热平衡（腔壁发射的辐射和吸收的辐射相等）时，辐射能量密度 E 随频率 ν 的变化曲线如图1—2所示， $E \cdot d\nu$ 表示黑体单位体积内频率在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 间的辐射能量。



图1—1 黑体模型

维恩从分析黑体辐射实验数据出发，在作了一些特殊假定后，借助于热力学方法得出了经验公式为

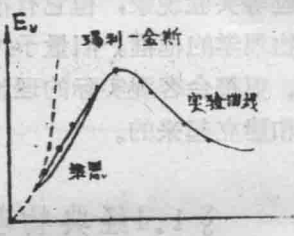


图1—2 能量密度 E_ν — 频率 ν 的曲线

$$E_\nu d\nu = c_1 \nu^3 e^{-c_2 \nu / T} d\nu \quad (1)$$

c_1 和 c_2 是两个常数。 T 为平衡时的绝对温度。图1—2给出(1)式的结果。从图中清楚地看到，除了低频部分以外，(1)式的结果与实验曲线符合的很好（在低频段(1)式与实验的不符合，常称为“红外灾难”。）

瑞利用经典电磁理论及统计物理学得到的公式，称为瑞利—金斯公式：

$$E_\nu d\nu = \frac{8\pi}{c^3} K T \nu^2 d\nu \quad (2)$$

其中 c 为真空中的光速， K 为玻尔兹曼常数。图1—2给出(2)式的结果。从图中清楚地看到，低频部分与实验曲线还比较符合。但当高频， $\nu \rightarrow \infty$ 时，由(2)式容易看出 $E_\nu \rightarrow \infty$ ，这显然与实验结果相矛盾（所谓紫外线发散困难或紫外灾难）。

在瑞利—金斯公式和维恩公式的基础上，普朗克（1900年）进一步分析实验曲线，得到了一个很好的经验公式，即有名的普朗克公式：

$$E_\nu d\nu = \frac{c_1 \nu^3 d\nu}{e^{c_2 \nu / T} - 1} \quad (3)$$

当 $\nu \rightarrow \infty$ 时， $e^{c_2 \nu / T} \gg 1$ ，这时 $e^{c_2 \nu / T} - 1 \approx e^{c_2 \nu / T}$ ，

(3)式可写成

$$E_\nu d\nu = c \nu^3 e^{-c_2 \nu / T} d\nu$$

这正是维恩公式。

当 $\nu \rightarrow 0$ 时，这时可以把 $e^{c_2 \nu / T}$ 展成级数

$$e^{c_2 v/T} = 1 + \frac{c_2 v}{T} + \dots \quad (4)$$

$v \rightarrow 0$ 时, (4) 式可写成

$$e^{c_2 v/T} \approx 1 + \frac{c_2 v}{T}$$

(3) 式可写成

$$E \cdot dv \approx c_1 v^3 \frac{T}{c_2 v} dv = \frac{c_1}{c_2} v^2 T dv$$

上式中的常数 $\frac{c_1}{c_2}$ 相当于 (2) 式中的 $\frac{8\pi}{c^3} K$ 。也就是,

当 $v \rightarrow 0$ 时, (3) 式变成瑞利—金斯公式。

普朗克公式提出后, 许多实验物理学家立即用它去分析当时最精确的实验数据, 发现符合得很好。他们认为, 这绝非偶然的巧合, 这个公式一定蕴藏着一个非常重要但尚未被人们所揭示出的科学原理。

2 光电效应

赫兹 (1888 年) 发现了光电效应, 但当时对其原理不清楚。直到 1896 年汤姆逊发现了电子以后, 才认识到光电效应是由于紫外线照射到金属表面, 大量电子从金属表面逸出的现象。经过实验研究, 发现光电效应有以下几个特点:

(1) 对于一定的金属材料做成的 (表面光洁的) 电极, 有一个确定的临界频率 ν_0 。当照射光的频率 $\nu < \nu_0$ 时, 无论光的强度多大, 都不会观测到光电子 (就是电子) 从电极上逸出。

(2) 每个光电子的能量只与照射光的频率 ν 有关, 而与光的强度无关。光的强度只影响光电流的强度, 即单位时

间从金属电极单位面积上逸出的电子数目。

(3) 当入射光频率 $\nu > \nu_0$ 时, 不管光多么微弱, 只要光一照上, 几乎立刻 ($\sim 10^{-9}$ 秒) 观测到光电子。

经典理论认为光是一种波动。从光的波动观点可这样来解释光电效应, 即当光波照射到金属表面上时, 会引起金属中电子的强迫振动, 随着光波振幅的增大, 电子振动的振幅也会逐渐增大, 振幅增大到一定程度后, 就会使一些有足够能量的电子脱离金属表面成为光电子。因为波的强度与振幅的平方成正比, 就必然有, 照射光的强度愈大, 光电子的能量也愈大。这种经典解释与实验结果 (1) 和 (2) 发生矛盾。另外根据光的波动理论来计算, 光的强度为 10^{-6} 瓦/米² 的光照在金属钠上, 由于光能是分布在波振面上的, 需要大约 10^7 秒的延迟时间才能使金属钠中的电子获得足够的能量从钠表面上脱逸出来, 这与实验事实 (3) 发生了尖锐的矛盾。

3. 氢原子光谱的一般规律

现在我们可以利用氢气放电管获得氢原子光谱。在可见光范围内通常能观察到 H_α , H_β , H_γ , H_δ 。最早发现氢原子光谱的规律的是巴尔末。1885年他在某些黑体的光谱中已观察到氢原子光谱线达14条。巴尔末发现这些谱线的波数 $\tilde{\nu}$ (波长的倒数) 可以表成以下形式

$$\tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5 \dots \quad (5)$$

$R_H = 1.0967753 \times 10^7 \text{ 米}^{-1}$ 是里德伯常数。氢原子光谱的其他谱线系, 也先后被发现。一个在紫外区, 由赖曼发现, 还

有三个在红外区，分别由帕邢、布喇开、普丰特发现，这些谱线系也象巴尔末线系一样可用一个简单的公式表达，其公式如下：

$$\left. \begin{array}{ll} \text{赖曼系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, \dots \\ \text{巴耳末系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, \dots \\ \text{帕邢系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, \dots \\ \text{布喇开系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, \dots \\ \text{普丰特系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, \dots \end{array} \right\} \quad (6)$$

从以上公式可以看出，氢原子光谱的波数可以用一个普遍的公式给出

$$\tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (7)$$

上式中 $m = 1, 2, 3, \dots$ ；对于每一个 m ， $n = m + 1$ ， $n = m + 2$ ， $n = m + 3, \dots$ ，构成一个谱线系。

从 (7) 式看出，每一条谱线的波数都等于两项的差数，即

$$\tilde{\nu} = \frac{R_H}{m^2} - \frac{R_H}{n^2}$$

如果令

$$T(m) = \frac{R_H}{m^2}, \quad T(n) = \frac{R_H}{n^2} \quad (8)$$

那么有