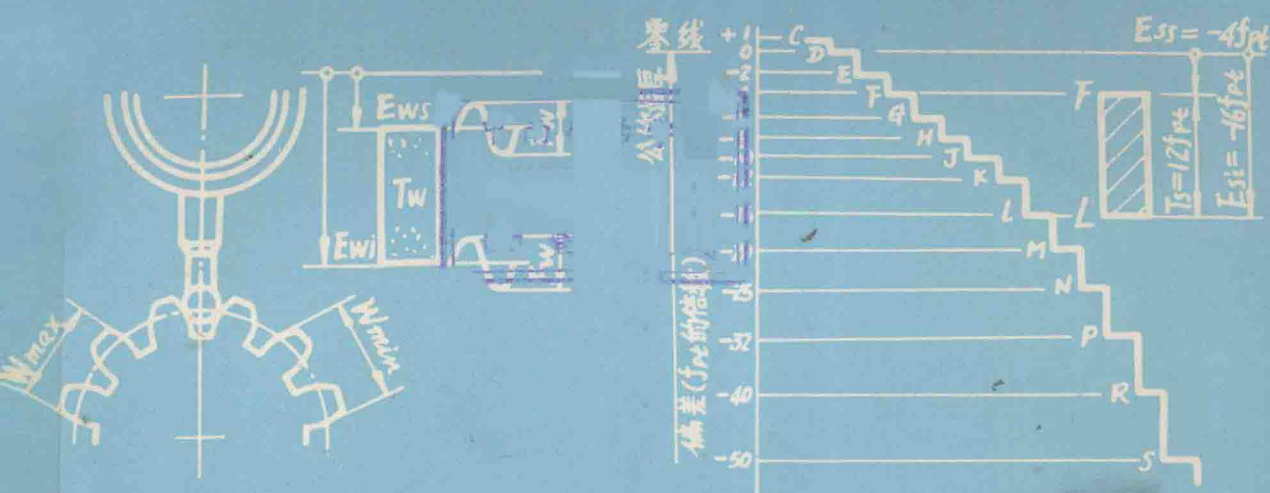


渐开线圆柱齿轮精度



湖南省机械工程学会

渐开线圆柱齿轮精度

湖南省机械工程学会

前 言

齿轮,是机械传动中极为重要的元件,应用广泛。齿轮精度,直接关系到齿轮传动的运转性能。我国新近颁布的齿轮精度标准 JB179—83,正在全国普遍地开展宣贯,这对于促进我国齿轮工业和整个机械工业的发展,将起着十分重要的作用。在宣贯齿轮精度新标准和实际技术工作中,机械行业的工厂企业、科研设计部门,特别是基层,普遍地希望及时得到一本既有理论技术分析又能切合实用的参考资料,大学理工科、机械类专业学习“互换性及测量技术基础”课程,以及进行机械设计、工艺设计等课程设计、毕业设计中也需要这类专题性的教学参考书。

《渐开线圆柱齿轮精度》一书,正是为适应生产实际的需要和教学过程的要求而出版的,可以作为机械工程技术部门的宣贯讲义和大学教学参考书。

全书共分十章,约24万字,内容章次包括:渐开线圆柱齿轮啮合基本知识;JB179—83新齿标概述;齿轮的16个公差项目;精度等级及其选择;齿轮误差分析及检验组选择;齿轮副的6个公差项目;齿轮副的侧隙规定及计算;齿坯公差;图样标注;公差数表。此外,还附印了“JB179—83渐开线圆柱齿轮精度”标准全文,以作基层宣贯学习班和学校师生配套使用。

交通部举办齿轮新标准宣贯学习班,选用《渐开线圆柱齿轮精度》作为学习班的主要参考书,交通部标准计量研究所对本书给予了充分肯定和热情帮助。交通部所属的许多基层单位急需这份资料,要求我们尽快出版。

为此我们对本书又进行全面的精细修改,使之内容更趋准确,资料更为新颖可靠,叙述更为通俗透彻,使读者易于理解和应用。

本书由李德善讲师编写,李柱教授、吴昭同副教授主审,审稿的同志有:郑仲皋副教授、王赤工程师、刘德辅工程师、张民安工程师、廖迦尼讲师。

本书在编审和出版过程中,得到长沙交通学院、华中工学院、浙江大学、交通部标准计量研究所、机械工业部郑州机械研究所、西安公路学院等单位的积极赞助,特此一并致谢。

由于水平所限,缺点和错误之处,恳请读者批评指正。

湖南省机械工程学会

一九八四年十一月

符 号 说 明

(齿轮精度标准的符号说明列在第三章)

a ——中心距

c_o ——径向顶隙系数

d ——直径

d 、 d_o ——分度圆直径

d_b ——基圆直径

d_v ——变位圆直径

e ——偏心

$e_{几}$ ——几何偏心

$e_{运}$ ——运动偏心

$e_{蜗安}$ ——分度蜗轮安装偏心

e_x ——合成偏心

f_o ——齿顶高系数

ΔF ——啮合线增量

$\Delta F_{几左}$ 、 $\Delta F_{几右}$ 、 $\Delta F_{运左}$ 、 $\Delta F_{运右}$

脚注：左齿廓、右齿廓、几何偏心引起、运动偏心引起

h' 、 h'' ——齿顶高、齿根高

i ——传动比、速比

L_w ——公法线长度

m ——模数

m_n ——法面模数

m_s 、 m_t ——端面模数

P 、 P_t ——周节、分度圆周节

P_b ——基节

r 、 r_o ——半径、分度圆半径

r_b ——基圆半径

r_v ——变位圆半径

S 、 S_o ——分度圆齿厚

S_b ——基圆齿厚

V ——切线速度

ω 、 ω_I ——角速度、工作台（工件）角速度

x —— 变位系数

φ —— 转角

ψ —— 运动偏心对几何偏心的相位差

β, β_o —— 螺旋角、分度圆螺旋角

β_b —— 基圆螺旋角

ε —— 重合度、重合系数、重叠系数

θ_k —— 渐开线上K点的展开角

α —— 齿形角、啮合角、压力角

α_o —— 标准齿形角、标准啮合角、分度圆上压力角。 $\alpha_o = 20$

α' —— 变位齿轮副的啮合角

目 录

第一章 渐开线圆柱齿轮啮合基本知识	(1)
§ 1. 渐开线特性	(1)
§ 2. 齿廓啮合基本定律	(3)
§ 3. 一对渐开线齿轮正确啮合的条件	(4)
§ 4. 斜齿圆柱齿轮齿廓的形成和啮合特点	(5)
§ 5. 公法线长度的概念及计算	(8)
§ 6. 变位齿轮及其分度圆齿厚、公法线长度	(9)
第二章 新齿标 JB179—83 概述	(13)
第三章 齿轮的16个公差项目	(14)
§ 1. 切向综合误差 $\Delta F'_t$ 、切向一齿综合误差 $\Delta f'_t$	(16)
§ 2. 径向综合误差 $\Delta F'_r$ 、径向一齿综合误差 $\Delta f'_r$	(19)
§ 3. 周节累积误差 ΔF_p 、K个周节累积误差 ΔF_{pk} 及周节偏差 Δf_{pt}	(21)
§ 4. 齿圈径向跳动 ΔF_r	(26)
§ 5. 公法线长度变动 ΔF_w 、公法线平均长度偏差 ΔE_w	(28)
§ 6. 齿形误差 Δf_f	(30)
§ 7. 基节偏差 Δf_{pb}	(32)
§ 8. 螺旋线波度误差 $\Delta f_{t\beta}$	(36)
§ 9. 齿向误差 ΔF_β 、接触线误差 ΔF_b 、轴向齿距偏差 ΔF_{px}	(38)
§ 10. 齿厚偏差 E_s	(40)
第四章 精度等级及其选择	(41)
第五章 齿轮误差分析及检验组选择	(45)
§ 1. 运动精度的误差分析及检验组选择	(45)

§ 2. 传动平稳性的误差分析及检验组选择	(56)
§ 3. 接触精度的误差分析及检验组选择	(62)
第六章 齿轮副的 6 个公差项目	(70)
§ 1. 齿轮副的切向综合误差 F'_{ia} 、齿轮副的切向一齿综合误差 $\Delta f'_{ic}$	(70)
§ 2. 齿轮副的接触斑点	(73)
§ 3. 齿轮副的侧隙	(74)
§ 4. 齿轮副的中心距偏差 Δf_a	(75)
§ 5. 轴线的平行度误差 Δf_x 、 Δf_y	(76)
第七章 齿轮副的侧隙规定	(78)
§ 1. 规定侧隙的意义及齿厚极限偏差代号	(78)
§ 2. 侧隙计算的方法步骤	(79)
§ 3. 公法线平均长度极限偏差 E_w 的计算	(84)
第八章 齿坯公差	(85)
§ 1. 基准孔、基准轴	(86)
§ 2. 齿顶圆柱面	(87)
§ 3. 辅助基准面	(88)
第九章 图样标注	(91)
第十章 公差数表	(93)
附一: JB179—83 渐开线圆柱齿轮精度	(95)
附二: JB179—83 复习提纲	(124)

第一章 渐开线圆柱齿轮啮合基本知识

机器制造业中, 齿轮传动应用很广, 用来传递运动和动力。机器的运转性能与齿轮的制造精度、安装精度有着密切的关系。齿轮精度比较复杂, 检验指标廿二项, 而且相互关联交错, 要做到准确理解齿轮精度标准内容并能正确选用精度指标, 必须首先具备齿轮啮合原理的基本知识, 并且还需要一定的齿轮工艺方面的感性认识。鉴于此, 本书拟以齿轮精度标准内容本身为中心, 联系啮合原理与切齿工艺分章展开论述。

§ 1. 渐开线特性

当一直线沿一圆周滚动, 直线上一点K所描出的轨迹, 即形成渐开线(图1—1), 此直线BK叫渐开线的发生线, 此圆叫渐开线的基圆, 基圆半径为 r_b 。

由渐开线的形成过程可知渐开线的一些基本特性, 这些特性对于理解齿轮精度指标和误差分析是十分重要的。

1. 发生线沿基圆滚过的长度 $\overline{BK}$ 等于基圆上被滚过的圆弧长度 $\widehat{AB}$ 。即

$$\overline{BK} = \widehat{AB} \dots\dots\dots (1-1)$$

2. 渐开线的法线与基圆相切。

发生线BK是渐开线上K点的法线, 由于发生线在基圆上作纯滚动, 故发生线必然与基圆相切, 切点在B。于是发生线BK既是渐开线的法线, 同时又是基圆的切线, 所以, 渐开线的法线与基圆相切。

3. 同一基圆所生成的任意两条反向渐开线间的公法线长度处处相等。

设同一基圆上任意两条反向渐开线1和2(见图1—2)。

在渐开线1上任选一点 A_1 , 作法线 A_1N_1 , A_1N_1 同时又是基圆的切线, 切点在 N_1 。延长 A_1N_1 交渐开线2于 B_1 点, N_1B_1 是基圆的切线同时又是渐开线2在 B_1 点的法线。于是 $A_1N_1B_1$ 是基圆的公切线又是两渐开线的公法线。而且

$$A_1N_1 = \widehat{a_1N_1} \quad N_1B_1 = \widehat{N_1a_2}$$

$$A_1N_1 + N_1B_1 = \widehat{a_1N_1} + \widehat{N_1a_2} = \widehat{a_1a_2}$$

$$\therefore A_1B_1 = \widehat{a_1a_2} \dots\dots\dots (a)$$

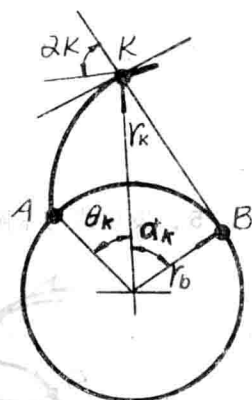


图 1—1 渐开线的形成

同理，在渐开线上再任选一点 A_2 ，作其法线 A_2N_2 ，延长 A_2N_2 交渐开线2于 B_2 ，于是 $A_2N_2B_2$ 为渐开线1和2的公法线。而且

$$\begin{aligned} A_2N_2 &= \widehat{a_1N_2} & N_2B_2 &= \widehat{N_2a_2} \\ A_2N_2 + N_2B_2 &= A_2B_2 & \widehat{a_1N_2} + \widehat{N_2a_2} &= \widehat{a_1a_2} \\ \therefore A_2B_2 &= \widehat{a_1a_2} \dots\dots\dots (b) \end{aligned}$$

由式(a)、(b)可得： $A_1B_1 = A_2B_2 \dots\dots (1-2)$

故结论为：同一基圆上任意两条反向渐开线之间的公法线长度处处相等。

4. 同一基圆上两条同向渐开线间的法向距离（法节） $\overline{Kk}$ 等于此两渐开线起始点间的基圆弧长 $\widehat{Aa}$ （基节），即 $\overline{Kk} = \widehat{Aa}$ ，法节等于基节。如图1-3所示。

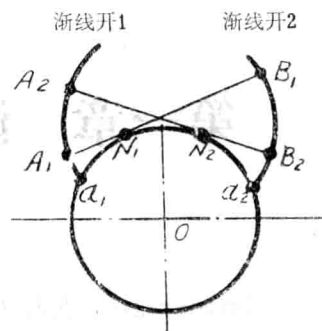


图1-2 两齿异侧公法线

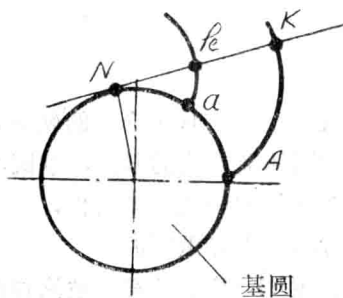


图1-3 法节等于基节

5. 发生线与基圆的切点B是渐开线上K点的曲率中心，而发生线线段 $\overline{BK}$ 是渐开线K点的曲率半径（图1-1），由此可知，在同一条渐开线上，渐开线离基圆愈远处，其曲率半径愈大，即曲率愈小，渐开线愈平直。渐开线愈靠近基圆，其曲率半径愈小，即曲率愈大，渐开线愈弯曲。

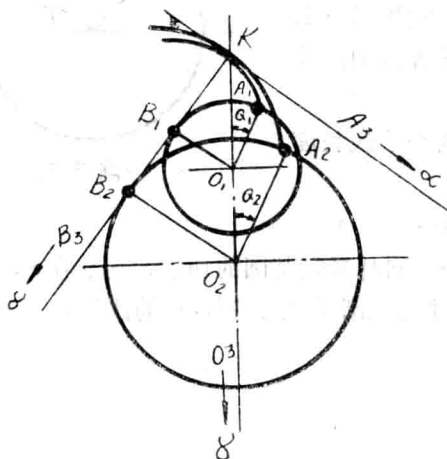


图1-4 不同基圆的渐开线形状

6. 渐开线的形状完全决定于基圆图(1-4)。

基圆半径相等，则渐开线形状完全相同；基圆半径愈小，则渐开线愈弯曲；基圆半径愈大，则渐开线愈平直；当基圆半径为无穷大时，则渐开线就变成一条直线，齿条便是如此。

7. 基圆内无渐开线。轮齿工作部分无疑必须在基圆之外。

§ 2. 齿廓啮合基本定律

齿轮传动必须保持其传动比相等,这是齿轮传动装置最基本的要求,按照公式 $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$, 被动齿轮能够获得预定的准确的转速,而且还要求被动齿轮在一转范围内也必须保持瞬时传动比不变,即要求

$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ 等于常数,这样才能满足齿轮传动性的要求。

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{常数} \dots\dots\dots (a)$$

如图1—5所示,设一对传动齿轮的齿廓 C_1 和 C_2 在K点接触,主动齿轮1以角速度 ω_1 绕轴线 O_1 顺时针回转,从动齿轮2受齿轮1的驱动,以角速度 ω_2 绕轴线 O_2 逆时针回转。此两轮的K点的线速度分别为

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \omega_1 \cdot O_1K \text{ (方向垂直于 } O_1K) \\ v_2 &= \omega_2 \cdot O_2K \text{ (方向垂直于 } O_2K) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (b)$$

过K点作两齿廓的公法线nn。从渐开线特性可知,齿廓 C_1 在K点的法线必定切于齿轮1的基圆,齿廓 C_2 在K点的法线必定切于齿轮2的基圆,而此两基圆之间的内公切线只有唯一的一条,这条内公切线就是上述的公法线nn。因此公法线也就只有这唯一的一条。

两齿廓瞬时传动在K点接触。那么其线速度 v_1 、 v_2 分别在公法线nn上的分量必然相等,否则就会破坏正常的传动关系。试设想,如果 $v_{1n} > v_{2n}$, 则齿廓 C_1 将嵌入齿廓 C_2 中,这显然与客观实际不符,因而是不可能的;假设 $v_{1n} < v_{2n}$, 则齿廓 C_2 将脱离主动轮齿廓 C_1 而自动转动,这也是不可能发生的情况,因此,正常啮合传动必需保持下述关系

$$v_1 \cos \alpha_{k1} = v_2 \cos \alpha_{k2} \dots\dots\dots (c)$$

把上述公式联系起来

传动比

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{v_1}{O_1K}}{\frac{v_2}{O_2K}} = \frac{O_2K \cdot \cos \alpha_{k2}}{O_1K \cdot \cos \alpha_{k1}} \dots\dots\dots (d)$$

再从几何关系推导,过 O_1 、 O_2 分别作公法线nn的垂直线,交nn于 N_1 及 N_2 两点,则得

$$O_2K \cdot \cos \alpha_{k2} = O_2N_2, \quad O_1K \cdot \cos \alpha_{k1} = O_1N_1.$$

又因 $\triangle O_1PN_1 \sim \triangle O_2PN_2$, 故(d)式可写为

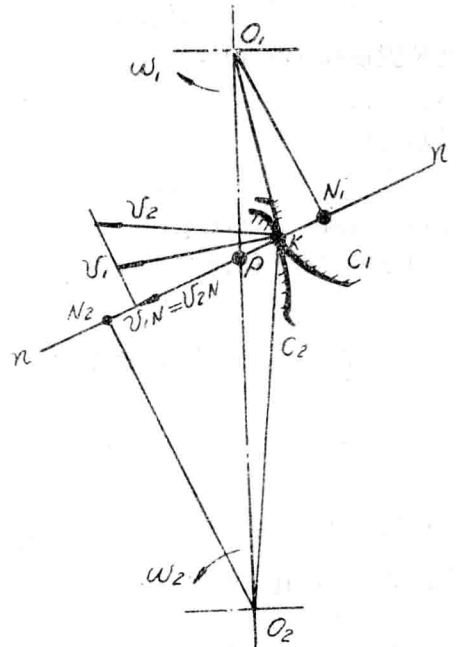


图 1—5 齿廓啮合基本定律

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{O_2 P}{O_1 P} \quad \therefore i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P} \dots\dots\dots (1-3)$$

此式(式1—3)表明,如要求两齿轮的瞬时传动比为常数,则应使 $\frac{O_2 P}{O_1 P}$ 为常数。而当齿轮副在箱体中安装之后,两齿轮的轴心线 O_1 及 O_2 便为定点,即 $O_1 O_2$ 为定长,既然要求 $\frac{O_2 P}{O_1 P}$ 为常数,则必须使P点在连心线上为一定点。

此定点P是两啮合齿廓接触点的公法线与连心线的交点,此点称为节点。

由此得出结论:欲使两齿轮的瞬时传动比为一常数,则不论两齿轮齿廓(渐开线)在任何位置接触(啮合),过接触点(啮合点)的公法线都必须通过两齿轮连心线上固定点P。这就是齿廓啮合基本定律。这个基本定律贯穿在本书内容的许多概念之中,对于我们理解齿轮精度标准十分有用。

从几何关系可以推论啮合性能,试设想,例如,上述齿轮副的其中一个齿轮,若其基圆半径或基圆中心位置发生了变动,可想而知,则无法保持这对齿轮瞬时传动比不变,从而必然引起传动不平稳、振动及噪声。

§ 3. 一对渐开线齿轮正确啮合的条件

由上述推论已经得知齿廓啮合基本定律 $i = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \text{常数}$ 。

根据齿廓啮合基本定律 $i = \frac{O_2 P}{O_1 P}$ 为常数这一基本要求,渐开线圆柱齿轮为什么能够满足这一基本要求?具备什么条件的渐开线齿轮才能满足 $i = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \text{常数}$ 呢?见图1—6。

前面已经证明,两齿轮基圆的内公切线只有一条,一对渐开线齿廓在任何位置接触(啮合),其啮合点的公法线与上述基圆内公切线重合,即啮合总是在这条公法线 $N_1 N_2$ 上,我们称 $N_1 N_2$ 为啮合线(图1—6)。

设前面的一对轮齿在L点接触,如果后面的一对轮齿也处在啮合线上,就应该在M点接触,这样才能满足接触点都在啮合线上的这一要求。这时,轮1相邻两齿的同侧齿廓在公法线上的距离 $L_1 M_1$,就应等于轮2相邻两齿的同侧齿廓在公法线上的距离 $L_2 M_2$,即

$$L_1 M_1 = L_2 M_2$$

试设想,如果 $L_1 M_1 > L_2 M_2$ 或 $L_1 M_1 < L_2 M_2$,则传动中轮齿替换时将发生撞击。所以必须保持 $L_1 M_1 = L_2 M_2$ 。而 $L_1 M_1$ 或 $L_2 M_2$ 为二齿轮相邻两齿同侧齿廓在公法线上所量得的距离,称为法节,也就是说二齿轮法节应该相等。

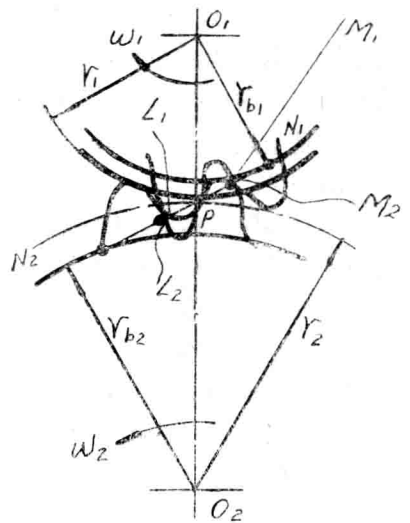


图1—6
渐开线齿轮正确啮合的条件

根据渐开线特性, 法节与基节相等。注意, 基节与周节是两个不同的概念, 基节是基圆上齿距简称基节, 以 P_b 表示; 周节是分度圆上齿距, 简称周节, 以 P 表示。当标准齿轮在标准安装情况下, 节圆与分度圆重合, 此时, 周节也可以说是节圆上的齿距。基节与周节的关系为 $P_b = P \cos \alpha$

$$\text{令 } P_{b1} = P_{b2} \quad \text{而 } P_{b1} = P_{t1} \cos \alpha_1 = \pi m_1 \cos \alpha_1$$

$$P_{b2} = P_{t2} \cos \alpha_2 = \pi m_2 \cos \alpha_2$$

代入, 整理得 $m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2 \dots\dots\dots (1-4)$

式中 (式 1-4), m_1 、 m_2 及 α_1 、 α_2 分别为两齿轮的模数及分度圆上压力角 (齿形角), 由于 m 及 α 均已经标准化, 故上式的左、右方的“乘积相等”外, 还必须使两齿轮的模数 m 和齿形角 α 分别相等, 即必须满足下述条件:

$$m_1 = m_2$$

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

式中 $m = \frac{P}{\pi}$, 而基节 P_b 与周节 P_t 的关系为 $P_b = P_t \cos \alpha$, 可见当齿轮的周节 P_t 基节 P_b 或分度圆上压力角 α (标准齿轮 $\alpha = 20^\circ$) 有误差时, 必将引起齿轮传动不平稳。

§ 4. 斜齿圆柱齿轮齿廓的形成和啮合特点

1. 斜齿渐开线螺旋面的形成

前面我们所谈的渐开线只是就齿轮的端面而言, 实际上, 齿轮总是有一定宽度的, 当考虑实际齿轮宽度时, 前面讲的基圆就成为基圆柱, 前面讲的发生线就成为发生面了。当发生面在基圆柱上无滑动的纯滚动时, 平面上平行于轴线 OO 的直线 KK 就扫出了渐开线曲面, 如图 1-7 所示, 这就是直齿轮渐开线齿面。

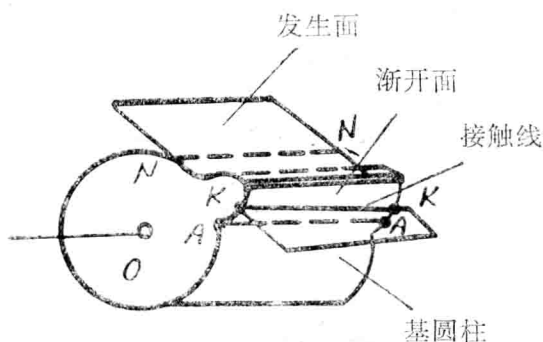


图 1-7 直齿渐开线齿面

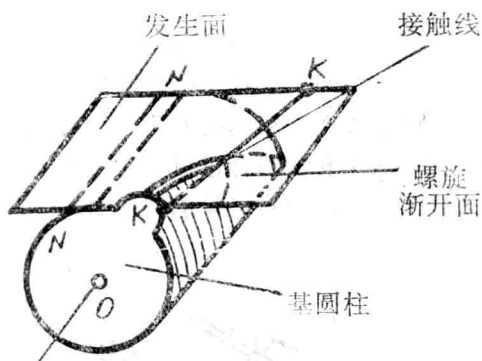


图 1-8 斜齿渐开线螺旋面

斜齿圆柱齿轮的齿廓形成原理和直齿的一样, 也是发生面在基圆柱上作纯滚动, 所不同的是直线 KK 与轴线方向不平行, 而是倾斜了一个 β_b 的角度, 如图 1-8 所示。当发生面沿基圆柱作纯滚动时, 斜直线 KK 上的每一点都画出一条渐开线来, 这些渐开线组合在一起, 便构成了斜齿的齿廓曲面。由于这些渐开线是由同一个基圆柱上产生的, 所以它们的形状是一样的, 不过起点不相同罢了。当发生面作纯滚动时, 斜直线 KK 是依次和基圆柱相切的, 所以各渐开线的起点就在基圆柱上形成了一条螺旋线 $\Lambda\Lambda$ 。因此, 斜直线 KK 所扫出的齿面就

叫做渐开线螺旋面。起点螺旋线 $\Lambda\Lambda$ 的螺旋角，就是斜直线 $\overline{KK}$ 与 $\overline{NN}$ 之间的夹角 β_b 。基圆螺旋角 β_b 越大，轮齿的倾斜程度就越厉害，如果 $\beta_b = 0$ ，就变成一个直齿圆柱齿轮了。

2. 斜齿圆柱齿轮的啮合特点

直齿圆柱齿轮传动时，如图1—9(a)所示，齿面上的接触线沿啮合平面（两基圆柱面的内公切面）移动，并且移动时保持与齿轮轴线平行。斜齿圆柱齿轮传动时，如图1—9(b)所示，齿面上的接触线 $\overline{KK}$ 也是沿啮合平面（两基圆柱面的内公切面）移动，但是 $\overline{KK}$ 线不与齿轮轴线平行，而是与轴线的方向成 β_b 角。

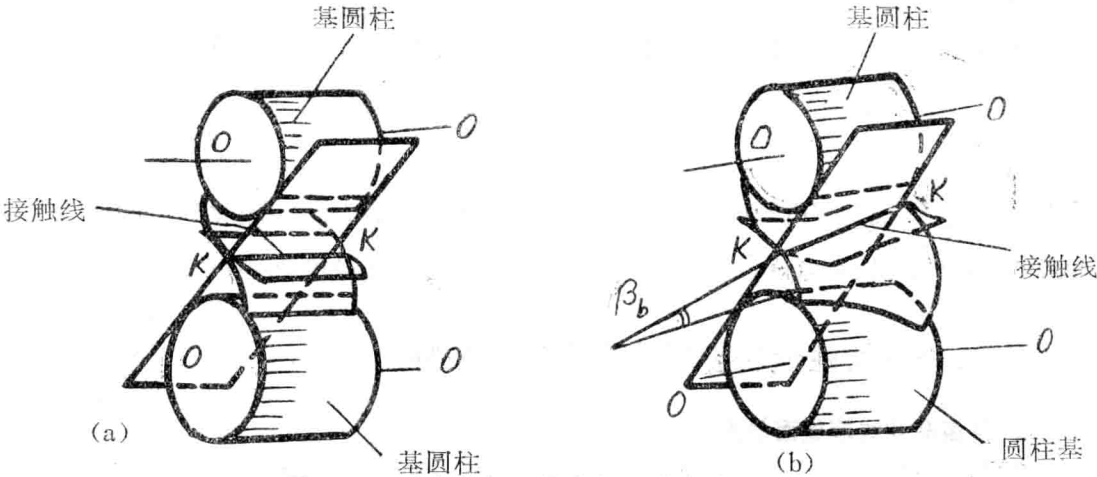


图1—9 直齿轮、斜齿轮的啮合过程

如果齿轮1为主动轮，齿轮2为从动轮，则轮齿从开始啮合到终了时，在从动轮的齿面上形成的接触线痕迹，直齿轮如图1—10(a)所示，各条接触线1、2、3、4的长度都相等，且平行于齿轮轴线。斜齿轮的接触线如图1—10(b)所示，为1、2、3、4，即从动轮齿由齿顶开始进入啮合，齿面上的接触线先由短变长，然后又由长变短，直到脱开啮合为止。因此，每一轮齿所受的载荷，也是由小到大，又由大到小，可见斜齿轮不象直齿轮那样接触线以全长突然接入啮合而又突然地使接触线（全长）脱开啮合，故斜齿轮传动平稳。此外斜齿轮在啮合过程中，由于轮齿是螺旋形的，在啮合区内齿面上的接触线总长要比直齿轮者为大，故斜齿轮承载能力较大。

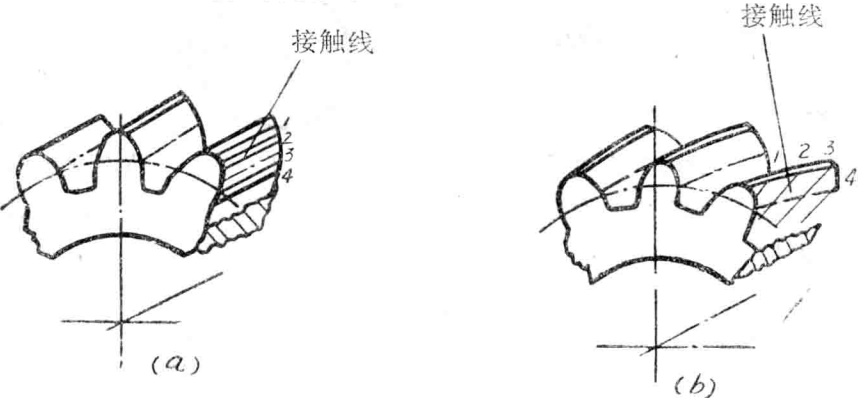


图1—10 直齿轮、斜齿轮的接触线

3. 斜齿圆柱齿轮连续传动的条件

直齿圆柱齿轮正常传动必需满足两个条件即模数相等, 压力角相等。实质上就是基节相等。如图 1—11 所示, 基节不相等的齿轮无法正常啮合。对于斜齿轮传动, 除基节相等 $P_{b1} = P_{b2}$ 外, 还必须螺旋角 β 相等。外啮合齿轮, 其 β 大小相等, 方向相反, $\beta_1 = -\beta$; 内啮合齿轮, 其 β 大小相等, 方向相同, $\beta_1 = \beta_2$ 。必须指出, 上述这些条件只是啮合传动的必要条件, 而其充分条件还必需使重合度大于 1, 即 $\epsilon > 1$ 。

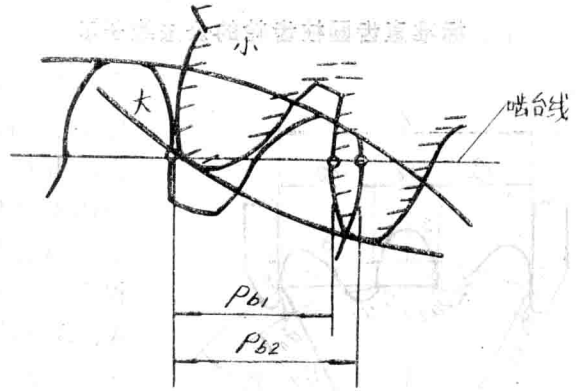


图 1—11 基节 P_b 不相等的齿轮无法正常啮合

如图 1—12 所示, 上图为直齿轮, 下图为斜齿轮。图中直线 B_2B_2 和 B_1B_1 之间的区域为轮齿的啮合区。对直齿轮传动来说, 轮齿在 B_2B_2 处开始进入啮合, 到 B_1B_1 处完全退出啮合, 其重合度为 $\epsilon_\alpha = \frac{L}{P_b}$ 。

对斜齿轮传动来说, 其轮齿也是在 B_2B_2 处开始进入啮合, 但到 B_1B_1 处时, 仅是轮齿的一端开始退出啮合, 而到整个轮齿全部退出啮合时还需要继续啮合传动一段 $\Delta L = B \tan \beta$, 因而斜齿轮传动的重合度较直齿轮传动的要大一些。显然, 增大的部分应该是多出来的这一段啮合线长度 ΔL 与端面基节 P_b 的比值 ($\frac{\Delta L}{P_b}$), 即

$$\epsilon_\beta = \frac{\Delta L}{P_b} = \frac{B \tan \beta}{P_b}$$

将参数代换, 得

$$\epsilon_\beta = \frac{B \tan \beta \cos \alpha_t}{P_t \cos \alpha_t} = \frac{B \frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{\frac{P_n}{\cos \beta}} = \frac{B \sin \beta}{\pi m_n}, \dots \dots \dots (1-5)$$

至于斜齿轮传动的端面重合度 ϵ_α 和端面尺寸相同的直齿传动的重合度 ϵ_α 是相同的。所以斜齿轮传动的重合度 ϵ 应为上述 ϵ_α 与 ϵ_β 二者之和, 即

$$\epsilon = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta \dots \dots \dots (1-6)$$

结论: 对于直齿轮传动, 其重合度必须大于 1, 即 $\epsilon_\alpha > 1$ 。而对于斜齿轮传动, 由上式 (式 1—6) 可知, 比直齿轮传动的重合度大一些, 而且当 β 或 B 增大时, ϵ 也随之增大, 实际上斜齿轮的重合度可达到 2 或 2 以上。一般所说的宽斜齿轮, 其轴向重合度 (注意: 指轴向) 大于 1.25。所以, 斜齿轮传动的平稳性及承载能力都较高, 因而更适用于高速重载传动。

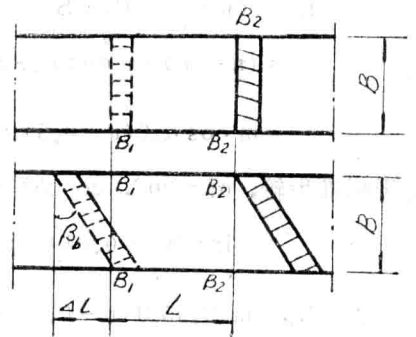


图 1—12 啮合区图

§5. 公法线长度的概念及计算

1. 标准直齿圆柱齿轮的公法线长度

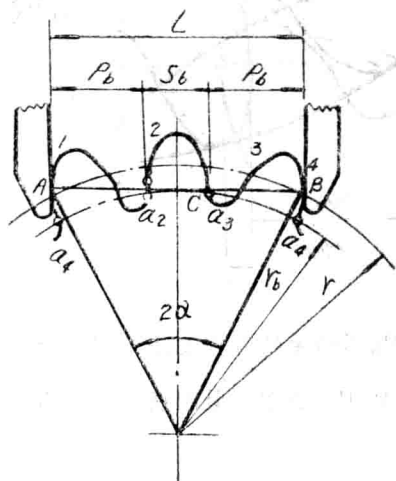


图 1—13 公法线长度的测量

图 1—13 是用公法线千分尺测量标准齿轮公法线长度 L_w 的情形。A 点和 B 点是两卡脚和齿廓 1 和齿廓 4 的切点，由渐开线的性质可知，连接 A、B 两点间的直线与基圆相切于 C 点，于是 $\overline{AC}$ 是齿廓 1 的法线， $\overline{BC}$ 是齿廓 4 的法线，所以 $\overline{AB}$ 就是齿廓 1 和齿廓 4 的公法线。根据渐开线形成的原理，当 $\overline{AB}$ 在基圆上作纯滚动时，A、B 两端就画出了渐开线 1 和渐开线 4，由此可见，齿廓 1 和 4 的公法线长度各处都是相等的，即两卡脚间的距离 $\overline{AB}$ ，并且必定等于基圆上被滚过的弧长 $\widehat{a_1 a_4}$ ，即

$$L_w = \overline{AB} = \widehat{a_1 a_4} = \widehat{a_1 a_2} + \widehat{a_2 a_3} + \widehat{a_3 a_4} \cdots \quad (1-7)$$

$$\text{式中} \quad \widehat{a_1 a_2} = P_b, \quad \widehat{a_3 a_4} = P_b, \quad \widehat{a_2 a_3} = S_b$$

$$\therefore L_w = 2P_b + S_b$$

$$\text{式中} \quad P_b = \pi m \cos \alpha_o$$

$$S_b = mz \cos \alpha_o \left(\frac{S_o}{mz} + \text{inv } \alpha_o \right)$$

$$\text{标准齿轮 } S_o = \frac{\pi m}{2}$$

$$\therefore L_w = 2\pi m \cos \alpha_o + mz \cos \alpha_o \left(\frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha_o \right)$$

上式是卡尺跨 3 个齿量得的公法线长度。若跨 n 个齿，则得公法线长度的普遍式为：

$$L = (n-1) P_b + S_b$$

$$= (n-1) \pi m \cos \alpha_o + mz \cos \alpha_o \left(\frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha_o \right)$$

$$= m \cos \alpha_o [(n-0.5)\pi + z \text{inv } \alpha_o]$$

对于标准齿轮， $\alpha_o = 20^\circ$ ， $\cos 20^\circ = 0.9396$

$$\text{inv } 20^\circ = 0.014$$

$$\therefore L_w = m [2.9521(n-0.5) + 0.014z] \quad (1-8)$$

$$\text{式中, } n = \frac{1}{9}z + 0.5 \quad (1-9)$$

跨齿数 n 选择的原则是：必须使卡尺的卡脚与齿廓中部相切，对于标准齿轮，要求相切于分度圆附近。如果跨齿数 n 太多，卡脚就会在齿廓顶部接触；如果跨齿数 n 太少，卡脚就会在齿廓根部接触。由于齿顶常有倒棱，齿根有时不是渐开线，故所量得的公法线长度不易准确。

从公法线长度公式的推导过程可见，公法线长度的误差实质上是反映啮合线长度的变动，也就是反映齿廓在基圆圆周上的位置误差，反映齿轮的转角误差。

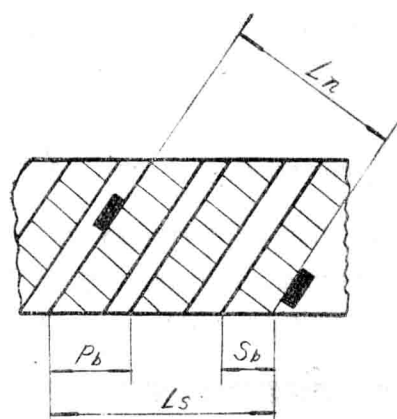


图 1—14 斜齿轮公法线长度

2. 标准斜齿圆柱齿轮的公法线长度

斜齿轮公法线长度只能在法面上测量，所以我们要计算出法面公法线长度。

如图 1—14所示，将斜齿轮的基圆柱面展开，由图中可见，法面公法长度 L_n 与端面公法线长度 L_s 的关系：

$$L_n = L_s \cos \beta_b$$

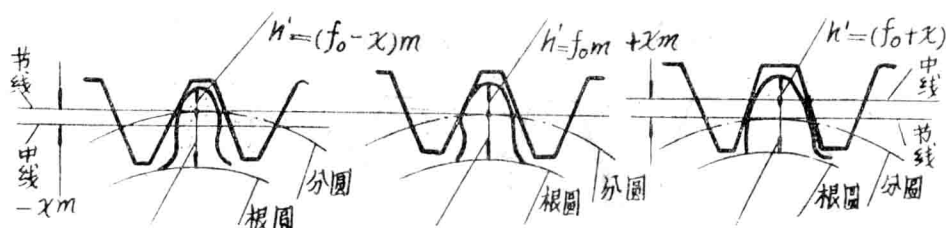
故标准斜齿轮公法线长度为：

$$L_n = m [2.9521(n - 0.5) + 0.014z] \cos \beta_b \dots\dots\dots (1-10)$$

§ 6. 变位齿轮及其分度圆齿厚、公法线长度

1. 变位齿轮概念

用滚刀或齿条插刀加工渐开线标准齿轮；当切削深度还没有达到标准值时，则其齿厚大于标准齿轮的齿厚；当切削深度超过标准值时，则其齿厚小于标准齿轮的齿厚，这种采用吃刀量大于或小于标准值所得到的齿轮，从广义上讲就是变位齿轮。切齿刀相对于被加工标准齿轮的位置是远离齿坯中心而向外的，称为正变位；相反，切齿刀相对于标准齿轮的位置向齿坯中心移近的，称为负变位，如图 1—15所示。



(a) 负变位
 $X < 0$

(b) 标准齿轮
 $X = 0$

(c) 正变位
 $X > 0$

图 1—15 标准齿轮与变位齿轮

变位齿轮表现明显的外观特征是齿厚发生了变化。变位齿轮的分度圆上的压力角、模数未变，因而周节未变，仍为 $P = \pi m$ ，但是正变位齿厚变厚了，其分度圆齿厚大于标准齿轮 $\frac{\pi m}{2}$ ，而负变位则小于 $\frac{\pi m}{2}$ 。

变位齿轮的分度圆半径、基圆半径未变（∵模数、齿数、压力角未变，故 $r = \frac{mz}{2}$ ， $r_b = \frac{mz}{2} \cos \alpha$ 都不变），和标准齿轮的一样。但由于切齿刀具的中线移动了位置，故变位齿轮的齿高中部（称为变位圆）不在分度圆处。正变位齿轮的齿高中部在分度圆之外，即 $d_{v正} = d + 2xm$ ，式中脚注 v 是德文Verschiebung的第一个字母，意为变位；负变位齿轮的 V 圆（齿高中部处之圆）在分度圆之内， $d_{v负} = d - 2xm$ 。

2. 变位齿轮的分度圆齿厚

变位齿轮的分度圆齿厚变化，如图 1—16 所示（图中为正变位）：
标准齿轮分度圆上的齿厚 S 。

$$S = \frac{\pi m}{2} \dots\dots\dots (1-11)$$

正变位齿轮分度圆上的齿厚 $S_{v正}$

$$S_{v正} = \frac{\pi m}{2} + 2x m \operatorname{tg} \alpha_o \dots\dots\dots (1-12)$$

负变位齿轮分度圆上的齿厚 $S_{v负}$

$$S_{v负} = \frac{\pi m}{2} - 2x m \operatorname{tg} \alpha_o \dots\dots\dots (1-13)$$

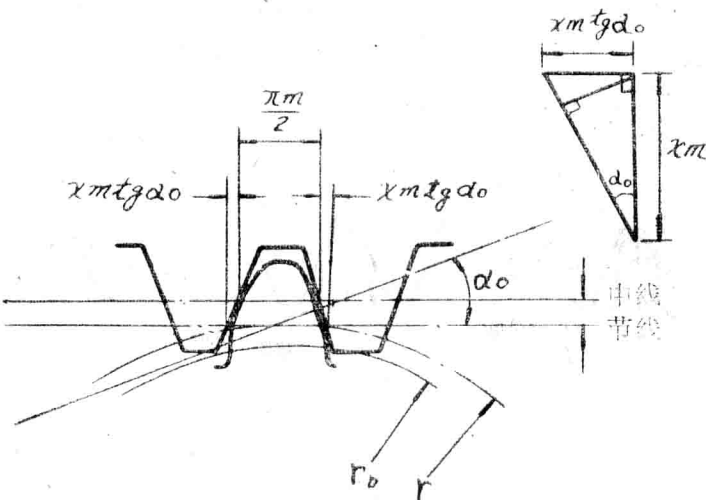


图 1—16 正变位齿轮分度圆齿厚