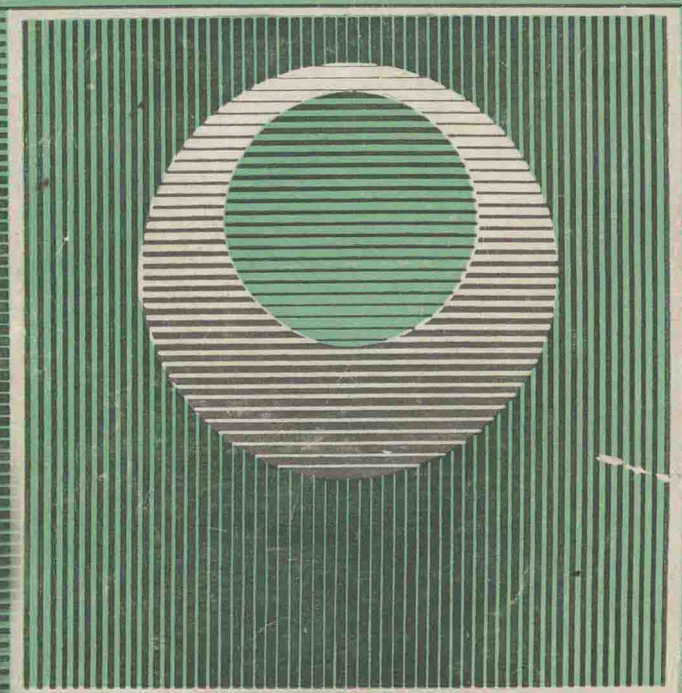




数学学习论

SHUXUEXUEXILUN SHUXUEXUEXILUN

● 宋秉信 著



四川重庆大学出版社

数学学习论

宋秉信 著

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书根据数学学科的特点和心理学基本原理,研究数学学习过程中心理因素的功能和识知规律。既简明地论述了数学的本质,现代学习理论与数学学习,又扼要地阐释了数学学习的内容、特点、动力理论以及数学学习的评价技术。可供高师院校数学专业、教育学院师资培训作为教材使用,也可供中学数学教师和数学教育研究工作者参阅,更是中学生及数学爱好者的参考读物。

数学学习论

宋秉信 著

责任编辑 章光裕

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

湘潭市彩色印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:9.5 字数:262千

1996年4月第1版 1996年4月第1次印刷

印数:1—1500

ISBN 7-5624-1182-4/O·131 定价:9.5元

(川)新登字 020 号

前 言

近些年来,国内外关于数学教育的研究范围日益拓广,涉及许多相邻或相关的学科领域,作为数学教育学的的一个分支——《数学学习论》,随着数学教育科学的发展,它将成为一门相对独立的科学而展现在人们的面前。

数学教育学一般应由数学的课程论,教学论与学习论三部分组成。多年来,人们多把注意力集中在对数学教材教法的研究上,就是说只注意研究怎样教?教什么?而忽视了对“学法”的研究。数学可以理解作为一种思维活动,即数学活动,或者理解为这种活动的结果——理论。相应地,对数学学习也有两种理解,前者是数学活动的学习,后者是数学理论的学习。我们认为,在学校的数学学习主要是指数学活动的学习,就是使学生学会进行数学活动,即会把实际问题化为数学问题,把数学问题逐级模式化,形成数学理论系统,从而形成数学能力和数学概念,获得数学修养。

众所周知,教学活动是教与学的双边活动,教与学是难以截然分开的,本书认为,数学学习论在突出学习论的同时,也应与教学论有机的结合起来,成为一个完整的体系。这一观点无疑是本书突出的一个特点。

为适应我国改革开放以来经济的飞速发展,必须给数学教育及数学学习以新的生命力,要以新的思想、新的理论和新的方法来阐述数学学习论中的基本问题。

目前,在数学教育中(当然也包括数学学习活动)存在着如

下一些问题亟待解决：

第一，各级教育行政部门虽一再强调，学校教育应由应试教育向素质教育转变，而且确实也取得了一些成绩。但是，还有不少地区和学校仍死死抱住“升学率”不放。有的变换其手法，搞什么“及格率”等，致使许多数学课不是强调学习数学的基础理论，基本思想和基本方法等数学的本质，而是代之以一类呆板、僵死的解题术、猜题术。即人们为之痛恨的“题海战术”。不顾学生的心理发展，不讲究认知规律，必然会影响学生的身心健康与智力的发展。

第二，近几年来，由于过分地强调智力因素的教学，而忽视非智力因素的教育。在数学学习中，不注意激发学生的学习兴趣、动机和对待学习数学的态度，更不注重培养学生的数学的技能与技巧，其结果使许多学生感到数学学习是一件最苦的差事，厌恶数学。当然，这种“厌学”现象除上述所指的原因外，种种社会因素也起到了很大的作用。

第三，在教学改革中，人们只把注意力集中在教材教法的改革上，积累了不少的宝贵经验，出版了许多论著，而对于学法则涉及的不多，很少能见到较为完整的指导数学学习的理论书籍。

第四、至今，在数学学习的评价问题上，我们还缺乏必要的科学评价手段，仍沿袭着考试这一套法宝。由一次考试来定学生之终身，实则是荒唐、不科学的。

综上所述，对这些问题不加以彻底解决，不仅会严重地影响着数学教学与数学学习质量的提高，而且也影响着学生的身心的一般发展和智能的正常开发。要解决这些问题，需要靠所有数学教育工作者艰辛的劳动和不懈的努力。本书仅在这方面作一些有益的尝试和探讨。

在本书的撰写过程中，作者力求做到：

1. 尽量避免泛泛而谈，开门见山将数学学习论所研究的对

象、任务、特点、方法等展现在读者面前。

2. 在阐述数学学习的几种理论时,注意将数学本质与本学科的特点相结合,现代数学理论与数学学习理论相结合。

3. 在论述数学学习的基本内容时,尽量做到理论与学习实际相结合,有分析、有比较,以期达到使读者记得住、用得着。

4. 简单地介绍了一些数学学习活动的评价理论,目的是起到抛砖引玉的作用,期望使评价理论更加完善、实用。

本书的撰写,曾得到湘潭教育学院领导,南京东南大学朱起定教授、湘潭师院王子兴教授、我院胡运坤老师的热情鼓励和大力支持。重庆大学黄世芳、彭宁同志在仔细审阅本书过程中非常热忱地给予了帮助,使本书增色许多,在此,谨向他们表示衷心感谢。

本书写作的过程中参考过的主要书目开列在书后,有的资料并作了重点引用,作者向这些著作或论文的作者一并致谢。

由于该学科目前仍处在探索阶段,加之笔者学识浅薄,难免有不足之处,敬请专家、学者和同行对书中的缺点和错误给予批评、指正。

作者

1992年9月于湘潭

序 言

数学,现在已发展成为分支众多的庞大系统,数学作为一门反映现实世界的数量关系和空间形式的科学,它和其他自然科学一样,已经成为理解自然和征服自然的强大武器。但是由于数学本身的高度抽象性和严谨的逻辑性,致使它的各个分支比较难以为学习者所理解。从这个意义上讲,数学的教育及其规律的研究就显得极为重要了,这样一门研究数学教育规律的科学就是人们所讲的数学教育学。

数学教育学是教育学、心理学、逻辑学、数学、哲学、思维科学和数学史等学科的交叉学科,近年来,数学教育学得到迅速发展,已经初步形成一个学科群,它包括教学论、学习论、课程论、方法论等多个分支。

教育的对象是学生,教的目的是为了使学生会学。因此,本书以“学习论”作为主题。本书作者从数学学习的几个基本理论出发,论述了数学的本质,分析了数学学习的内容和方法、数学概念的学习、数学命题的学习、数学学习的能力因素、数学学习的记忆与迁移和数学学习的评价技术等一些重要概念,深入地探讨了数学学习的内在规律性。立论有据、论证清晰。本书做到了论述的科学性、准确性、实用性和兴趣性。是一本值得一读的好书;本书章节分明、实例典型,便于讲授和学习;本书还有深入浅出、通俗易懂的特点,便于青年读者的阅读和参考。

本书作者宋秉信副教授从事数学教学三十余年,经验丰富,见解独特。书中的许多见解均属于他本人的创新。应该说,这本书是一本颇具特色的书。

朱起定

1996年元月于湘潭大学

目 录

第一章 引论	(1)
§ 1.1 数学学习论的研究对象和任务	(2)
§ 1.2 数学学习论的特点及研究方法	(7)
第二章 指导数学学习的几种理论	(13)
§ 2.1 学习的概念	(13)
§ 2.2 学生的学习	(16)
§ 2.3 学习的过程及其基本规律	(19)
§ 2.4 指导数学学习的几种理论	(25)
第三章 数学学习的特点、对象和分类	(52)
§ 3.1 数学学习的特点	(52)
§ 3.2 数学学习的对象与分类	(59)
第四章 数学概念的学习	(67)
§ 4.1 数学概念的学习过程	(67)
§ 4.2 数学概念的学习方式	(86)
§ 4.3 数学概念的理解	(97)
§ 4.4 影响数学概念学习的因素	(111)
第五章 数学命题、数学技能与问题解决的学习	(116)
§ 5.1 数学命题的学习	(116)
§ 5.2 数学技能的形成	(130)
§ 5.3 数学问题解决	(139)
第六章 数学能力结构分析	(173)
§ 6.1 智能的概念	(173)
§ 6.2 数学能力的概念	(192)

第七章 非智力因素与数学学习·····	(203)
§ 7.1 数学学习的动力因素概述 ·····	(203)
§ 7.2 如何激发和培养数学学习的动力 ·····	(210)
§ 7.3 非智力因素与数学学习的关系 ·····	(221)
第八章 数学学习的记忆与迁移·····	(239)
§ 8.1 数学学习的记忆方法 ·····	(239)
§ 8.2 数学学习中的保持与遗忘 ·····	(256)
§ 8.3 数学学习的迁移 ·····	(263)
§ 8.4 促进正迁移的有效条件 ·····	(269)
第九章 数学学习评价·····	(273)
§ 9.1 数学学习活动评价的一般理论 ·····	(273)
§ 9.2 数学学习的测试方法 ·····	(281)
§ 9.3 学生数学成绩的评定 ·····	(286)
§ 9.4 学习评价的方法及评价结果的利用 ·····	(289)

第一章 引 论

当前数学教育的改革,已成为世界各国瞩目的问题。美国把在中学数学教学中,教会学生分析问题和自己解决问题,作为80年代数学教育的“行动纲领”,把培养能力作为当前中小学数学教育的主要目标。在我国,有许多有远见卓识的专家学者一再提醒人们,不能把学生教成死记硬背现成知识的“读书型”的书生,而应着力培养他们成为“会学”,并且能“学会”的、充分发挥其心理因素的主观能动性的、能学以致用、创造知识,掌握未来科学技术的“开拓型”的青年一代,使数学知识能以适应日益发展着的新科学技术的学习与研究。

数学学习论是数学教育学的一个分支,随着数学教育科学的不断发展,它将逐步得以完善并成为一门相对独立的科学。数学教育的基本形式是数学教学。从所周知,教学过程是教与学的双边活动的过程。为了完善学生的思维结构、达到掌握数学知识、提高数学能力的目的,不仅要充分发挥教学过程中教师的主导作用,而且还要发挥学生的主体作用。教育家叶圣陶说过“教是为了不教”。教学就是给学生提供学习的机会和可供选择的最佳学习方法。

在这一章里,我们将扼要论述数学学习论的研究对象、任务,阐述数学学习论的特点及研究方法。

§ 1.1 数学学习论的研究对象和任务

任何一门学科如果不揭示这门学科的客观规律,就会失去它存在的价值,就不能成其为一门科学。数学学习论要成为科学,首先在于要坚持研究数学学习过程中的客观规律。

其实,数学学习论要成为科学,应有自己独特的研究对象。

毛泽东在《矛盾论》中说过,科学研究的区分,就是根据科学对象所具有的特殊的矛盾性。因此,对于某一现象的领域所特有的某一种矛盾的研究,就构成某一门科学的对象。数学活动中的矛盾是复杂的、多方面的,但就数学教学活动而言最根本的矛盾是数学的教与学的矛盾。因此,可以认为数学学习论是研究数学学习过程中的心理现象和规律的科学。通过对数学学习过程的分析,一方面揭示数学概念及命题的学习、技能形成和问题解决等各种学习的性质、方式、方法及其心理规律;另一方面,探讨制约数学学习的各种因素及相互关系,这便是数学学习论的两大任务。

数学学习论的研究对象是数学学习。这是既不同于数学,又不同于方法论或教学论的研究对象。学习论,即学习心理学,“一般是指经验和行为的获得、保持及其改变方面的心理研究”的科学,也就是研究学习的性质及其形成的科学。它以学习的实质、类型、结构、学习动机、学习条件、学习迁移、学习评价等一般学习的性质为研究对象,探讨学习情境中的各种心理现象及其变化,研究知识的获得和保持等方面的心理特点和基本规律。通过对各类学习过程的讨论,提炼出学习的原则和方法,以有效地促进学习。

我们的数学学习论中的数学学习,既是就数学教学过程中教师教的角度而言的,又是就教学过程中学生学习而言的。从广义上讲,数学学习应包括大、中、小学的数学学习,但我们将它限制在中学数学学习上,因此,我们所论及的数学学习论实质上是中学数学学习论,我们认为,数学学习论的研究内容主要应集中在以下六个方面:

一、数学学习的意义,特点和分类

学习是人们获得知识的唯一途径,人的心理和行为的发展基本上是学习的结果。为了研究学习,从古到今人们付出了巨大的劳动,在我国改革开放的新的历史条件下,研究学习不但具有时代意义,而且对数学教学也起着指导作用。那么,什么是学习?什么是数学的学习?如何利用学习的理论,科学地指导数学学习?这就需要我们研究学习与数学学习的概念,研究它们的实质和特点。并对数学学习以科学的分类。

二、数学学习的一般过程

数学的研究对象也就是“什么是数学”。数学,象其他各门科学一样,是随着人类社会的实践而萌发,并随着社会的进步而发展的。但与其他科学相比,数学又有着自身的特点,这就是高度的抽象性、严谨的逻辑性和应用的广泛性。数学的特点决定了数学的学习不同于其他科学的学习。了解数学的学习过程,包括数学学习过程的结构、特点以及数学学习中学生的认知结构的变化及其规律是我们研究数学学习中的心理现象和规律的首要任务。

三、数学学习的特殊过程

作为数学学习的形式,主要是数学概念学习、命题学习、数学技能与数学思维的形成和问题解决的学习,研究这些学习的特殊过程就具有十分重要的意义。对于数学学习的特殊过程的研究、既要探讨学习的过程结构,又要分析学习的条件和制约因

素,其目的是要以心理规律为依据,总结出有关学习的原则、方式和方法。

四、数学学习的动机

学习动机是直接推动学生进行学习的一种内部动力。它产生于对学习的需要。现代心理学研究表明,学习动力并非是某种单一的结构,而是由各种动力因素组成的一个系统。研究数学学习动机主要有两个方面的问题:一是学习需要,学习兴趣等内部的心理因素;二是学习目标、家庭与社会影响等外部因素。

五、数学学习的记忆与迁移

迁移和记忆都是学习心理学的重要内容。在数学学习论中,主要是研究数学学习的保持与遗忘的规律、记忆的方法与技巧,迁移规律及促进正迁移的有效条件。

六、数学学习的评价

研究数学学习的评价,主要集中在评价的概念、分类、功能及方法步骤等几个方面,以利于改善和优化数学学习的过程。

上面我们论述了数学学习论的研究对象和内容,需要指出的是数学学习论是一门边缘科学,它是数学、教学论、学习论、心理学、逻辑学、教育学等科学的交叉学科,又是与系统论、信息论、控制论、数学方法论、思维科学等学科有关的科学。但就其科学性质来说,它既属于数学教育学中的一个独立的、综合性的应用学科,是数学教育心理学的重要组成部分,又属于数学学科的交叉学科。

根据数学学习论的科学属性,它应肩负着自然科学教育和人文科学教育的双重任务,具体地说,数学学习论的任务是:

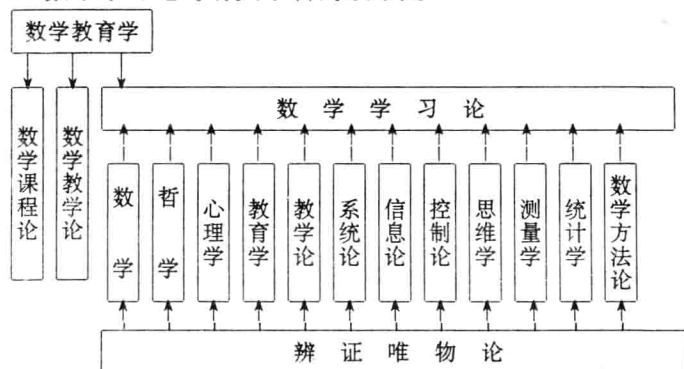
(1)以辩证唯物主义为指导,以社会提出的培养目标为依据,从研究“数学学习”这个对象出发,综合运用与它有关的学科的原理和方法,揭示数学处于一定发展水平时期数学学习的客观规律。探讨提高数学学习效果和方法。

(2)面对新技术革命的挑战,为适应世界进入信息社会的发展要求:面向未来,为 21 世纪培养人才,寻求改变中学数学学习的方法和路子。

(3)考虑到作为高师院校数学系(科)的一门基础课程,应该使学生具有从事中学数学教学、指导和研究数学学习的能力,因此,必须打下坚实的理论基础。

从以上任务可以看出,数学学习论的研究,既要坚持理论的方向,更要突出应用的特点。

数学学习论与有关学科的联系是:



数学学习论既然是数学、哲学、心理学、教育学、教学论等科学的交叉学科,为了深入认识数学学习论的学科性质,需要注意它同有关学科的具体关系。

(1)数学学习论作为一门独立的学科,应当有自己的理论体系,应着重揭示学生学习数学知识、掌握数学技能、发展数学能力、形成思想品德和个性的心理规律,发展学生在数学学习中区别于其他学科学习的心理机制,这就离不开对数学自身的对象、特点、理论和方法的分析研究。

(2)哲学是世界观,也是认识论。马克思主义的世界观与认

识论又是认识世界和改造世界的根本方法。因此,马克思主义哲学是世界观、认识论和方法论的统一,是最一般的方法论。数学的学习过程是一种特殊的认识过程,作为研究数学学习过程的科学,数学学习论是科学认识规律在数学学习领域中的高度概括和总结,它的全部理论和研究方法都不可能离开马克思主义哲学思想的指导。

数学与形式逻辑、辩证逻辑的关系都是十分密切的,有许多课题需要在数学学习论中加以研究。如在理论上,如何使逻辑思维与数学学习互相促进。关于初、高中生逻辑严格性要求及如何加强数学学习中的逻辑思维训练等。

(3)教育心理学是研究教育过程中的心理现象及其变化规律的科学。数学学习作为一种特殊的教育过程,数学学习心理学无疑是数学教育心理学的重要组成部分。因此,普通心理学、教育心理学、发展心理学以及社会心理学是数学学习论的丰富源泉。

我们知道,创造能力,非智力因素都属于心理学的范畴。数学教学改革在这个范畴中的研究,反映了面向中学数学教学实际的数学学习论必须具有“心理学化”的特点。事实上,数学学习论的课题如不考虑受教育者心理和他们的实际思维水平是不可能解决的。因此,数学学习论的研究中将充分利用现代心理学的科研成果。例如,心理学家J·S·布鲁纳(Bruner)的“认知—发现”理论;D·P·奥苏伯尔(Ausubel)的“认知—接受”理论,为数学学习过程的探索提供理论依据。

(4)学生的数学学习是在学校教育的情境中和教师的指导下进行的。研究数学学习的心理问题,必须贯彻教育学的基本原理,才能促进教育和教学目标的实现。同时,还要注意到作为数学学习的理论,不仅要应用现代数学教学论的基本原理,而且要为数学教学论提供素材和理论依据。因此,数学学习论与教育学

以及教学论紧密相连。

数学方法论是研究和讨论数学的发展规律,数学的思想方法以及数学中的发现、发明与创新等法则的一门科学。数学家徐利治教授认为,研究数学方法论的目的无非是两个:一是进行科学研究,二是指导数学教育的改革。张楚廷教授认为学习数学方法论,既是为了学好数学,又是学习数学本身。

还要着重指出,数学学习论与系统论、信息论、控制论有着较为密切的关系。系统论、信息论、控制论是相互关联的科学群,被人们简称为“三论”。它们是伴随着现代科学技术而必然诞生的科学方法。它们不仅指导现代科学技术的研究,也指导着数学学习理论的研究。

§ 1.2 数学学习论的特点及研究方法

中学数学学习论的特点是由该学科的性质决定的。从前面的简述,即可看出有如下几个特点:

一、数学学习论是一门具有高度综合性的独立的学科

数学学习论是在唯物辩证法的指导下,综合运用数学、教育学、心理学、方法论、逻辑学、系统论、信息论、控制论等诸多学科的基本观点和基本原理,根据数学学科的特点来研究中学数学学习过程的基本规律和心理现象的一门学科。它的内容与以上学科密切相关。由此可见,它确是一门综合性的学科。

但是,数学学习论并不是以相关学科的基本原理简单地加以数学实例而“拼凑”成的。它是在发展过程中逐步形成了自己的理论体系。它的根基稳稳地扎在数学、学习心理学这两块土壤之中,因此,它又是一门独立的学科。

二、数学学习论与实践的关系十分直接

如前所述,这门学科是以中学数学学习过程中的心理现象和规律为其研究对象。它的理论必须能够直接指导中学数学的实际教学和研究工作,并受到检验。另一方面,数学学习过程是一个复杂的心理过程,它与数学教学一样是一种创造性的工作。广大数学教师和学生,在数学教育,数学学习的实践中定会不断探索和创造新的成功的经验。这门学科又必须吸收这些新的实践经验并使之上升为理论。

三、数学学习论永远处在发展过程之中

这门学科的研究必然受到学习心理学和教育心理学原理指导。如前所述,心理学理论是研究人的心理活动规律的。人的心理活动太复杂了,何况人也是随着社会和时代的进步在不断改造着、进化着。教育理论又具有十分强的社会性和时代性,这是人所共知的。因此,教育理论和心理学理论始终处在不断发展,不断完善的过程中,永无止境。自然,以其理论为指导的数学学习论更是如此。

数学学习论同其它任何新兴学科一样具有开放的学科体系,随着数学教育的发展,它所研究的内容必然会得到不断的调整和充实,这是一切科学发展的共同规律。

各门科学都有自己的研究对象,从而也具有展现学科特点的研究方法。数学学习论是一门实验科学,又是一门实践性很强的理论科学。研究方法的问题,对于它的理论建设和学科发展更具有特殊重要的作用。一门科学只有成功地运用数学时,才算真正达到了完善的地步。数学为其他科学提供了思维工具,使其精确化,数学学习论本身当然要尽可能运用数学方法。我们要建立科学的数学学习论,就必须尽可能将定性分析与定量分析结合起来。所谓定性分析,是指区分、鉴定事物的质;所谓定量分析,是指认识测定事物的量。可以认为,定性分析是揭示数学学习规