

$\sin x \cos y + \cos x \sin y$

$x=0, y=1, z=2$

$y = \tan x$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3+1+n}$

$b^2 = C \cdot C_b$

$a^2 = C \cdot C_a$

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2$

$\sin^2 x +$

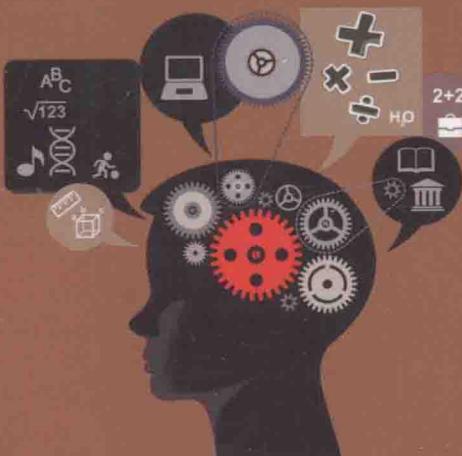
## 高分数学秘籍



顶尖名校超级思维训练法  
轻松掌握科学的运算方法和简捷的运算技巧

# 越玩越聪明的 哈佛数学

斗南〇主编



30天提高数学成绩

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x} = 1$

北京联合出版公司  
Beijing United Publishing Co., Ltd.

2014

$x + y + z = \lambda^2$

$\cos x$

$f(x) = 2$

越玩越聪明的

# 哈佛数学

斗南/主编



03002251076



北京联合出版公司  
Beijing United Publishing Co.,Ltd.

## 图书在版编目 (CIP) 数据

越玩越聪明的哈佛数学 / 斗南主编. —北京：北京联合出版公司，2014.6

ISBN 978-7-5502-3058-3

I . ①越… II . ①斗… III . ①数学—计算方法—普及读物 IV . ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 100600 号

## 越玩越聪明的哈佛数学

主 编：斗 南

责任编辑：王 巍 陈 昊

封面设计：李艾红

责任校对：贾 娟

图文制作：北京东方视点数据技术有限公司

---

北京联合出版公司出版

(北京市西城区德外大街 83 号楼 9 层 100088)

北京中创彩色印刷有限公司 新华书店经销

字数 238 千字 720 毫米×1000 毫米 1/16 14 印张

2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5502-3058-3

定价：19.80 元

---

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书部分或全部内容

版权所有，侵权必究

本书若有质量问题，请与本公司图书销售中心联系调换。电话：010-58815821

# 前言

创建于 1636 年的美国哈佛大学，被誉为“高等学府王冠上的宝石”，无论是学校的名气、设备、教授阵容，还是学生的综合素质，都堪称世界一流。哈佛大学是全世界顶尖大学之一，它为商界、政界、学术界以及科学界培育出了无数成功人士和时代巨子。对于哈佛大学这样的世界名校来说，培养学生建立一套行之有效 的学习方法，远远要比仅获得优异的成绩更加重要。

在数学领域，哈佛数学的巨大价值已经在世界范围内得到广泛的认可，现如今，一股哈佛数学研习的热潮在美国、西欧、东南亚等地不断掀起。哈佛数学之所以会广受欢迎，主要原因是它能轻巧地为人们开启智慧之门。首先，哈佛数学简单易学，即使没有任何数学基础的人也能在短时间内掌握它；其次，学习哈佛数学的过程充满趣味，它给人做游戏和变魔术般的娱乐体验，这种体验恰恰是传统数学教育所欠缺的；最后，也是最重要的一点，哈佛数学能够让学习者终有所收获——系统学习过哈佛数学的人能够获得敏感的思维、创新的意识、严谨的逻辑推理能力。

本书介绍了多种速算、简算、巧算方法，内容涉及加法、减法、乘法、除法、分数、平方、平方根、数学谜题、空间图形等方面，每种方法包括基本规则、例题解析、强化练习三个部分，对解题技巧做了规律性的概括和总结，或是巧妙地化繁为简，或是运用图形进行解析，尽可能明了地对数学计算予以阐释，将枯燥乏味的数字变得有趣，让你在享受乐趣的同时，全面发掘大脑潜能，提高分析问题和解决问题的能力。

对于书中介绍的平方、平方根等内容，可能你已经从学校的教育中积累了这样的感受——这些内容简单而枯燥。但是读了本书后，你会发现神奇的数字可以组合出新的、有趣的、令你难以置信的简单运算，由此更简捷地得出最终

答案。关于各个层面的几何问题，如从点到线、从线到面、从面到体，本书将这些内容按照“一维空间”“二维空间”“三维空间”的框架整理出来，用以激发右脑的能量，训练大家的观察力、形象思维能力、空间想象能力等。

“哈佛”蕴含了无限魅力的哈佛智慧、哈佛思维、哈佛精神。作为一种具有超强影响力的思维方式，“哈佛”使人们能真实地感到什么是哈佛校训所说的“与真理为友”。数学是锻炼思维的体操，学好数学，让你受益一生。

通过学习本书的内容，你不仅可以提高运算能力，培养浓厚的学习兴趣、良好的学习习惯和积极的思维品质，还可以全面提升发现、概括、总结数学计算方法的能力。掌握了书中介绍的解题方法，能让你在考试中快速、准确地算出答案，从而节约大量时间，取得优异的成绩；让你在实际应用中巧妙、简单地解决棘手的问题，从而赢得赞许，获得嘉奖。

接下来，就请打开书，走进神奇、有趣的哈佛数学殿堂吧！

# 目录

## 第一章

### 加法运算

第一节 补数思想之于加法 .....	2
第二节 分组凑整 .....	4
第三节 基准数加法 .....	6
第四节 把多加的减掉 .....	8
第五节 连续数字相加 .....	10
第六节 任意数求总和 .....	12
第七节 格子算 .....	16

## 第二章

### 减法运算

第一节 基本减法——转化为加法 .....	22
第二节 补数思想之于减法 .....	24
第三节 被减数与减数拆数凑整 .....	27
第四节 整百两侧的数相减 .....	29
第五节 加上多减的，减去少减的 .....	31

## 第三章

### 乘法运算

第一节 乘数是3 .....	34
第二节 乘数是4 .....	36
第三节 乘数是5 .....	38
第四节 乘数是6 .....	40

第五节	乘数是 7 .....	42
第六节	乘数是 8 .....	44
第七节	乘数是 9 .....	46
第八节	乘数是 11 .....	48
第九节	乘数是 12 .....	51
第十节	乘数是 15 .....	53
第十一节	神奇的三角魔方 .....	55
第十二节	结网计数法 .....	60

第四章**除法运算**

第一节	除数是 4 .....	66
第二节	除数是 5 .....	68
第三节	除数是 25 .....	70
第四节	除数是 125 .....	72
第五节	除数以 0.5 结尾 .....	74
第六节	被除数、除数都是偶数 .....	76
第七节	被除数大于 100 .....	78
第八节	被除数小于 100 .....	80
第九节	特殊除法竖式 .....	82

第五章**分数运算**

第一节	分子是 1，分母没有公约数的分数相加 .....	86
第二节	分子是 1，分母有公约数的分数相加 .....	88
第三节	分子不是 1 的分数相加 .....	90
第四节	被减数、减数均大于 $\frac{1}{2}$ .....	92
第五节	被减数是带分数 .....	94
第六节	整数部分相同的带分数相乘 .....	96
第七节	整数部分相邻，分数部分和为 1 的带分数相乘 .....	98

第六章**平方与平方根**

第一节	11 ~ 19 之间的数的平方 .....	102
-----	-----------------------	-----

## 目 录

第二节	26~49之间的数的平方	104
第三节	尾数是1或9的两位数的平方	106
第四节	个位是5的两位数的平方	108
第五节	十位是5的两位数的平方	110
第六节	91~99之间的数的平方	112
第七节	任意两位数的平方	114
第八节	任意三位数的平方	116
第九节	三位数的平方根	119

### 第七章

## 速算与简算

第一节	个位相同的两位数相乘	122
第二节	十位相同,个位相加为10的数相乘	124
第三节	十位相同的任意两位数相乘	127
第四节	个位是5的数和偶数相乘	130
第五节	与以9结尾的数相乘	132
第六节	差为2的两位数相乘	134
第七节	任意两位数相乘	136
第八节	至少有一个乘数接近100	138
第九节	101~109之间的两数相乘	141
第十节	三位数乘以两位数	144
第十一节	两个数中间存在整十、整百、整千数	146
第十二节	任意三位数相乘	149
第十三节	任意四位数相乘	152

### 第八章

## 巧算与精算

第一节	数字魔方	156
第二节	物不知数	162
第三节	分配与交易	167
第四节	一维空间——“线”	172
第五节	二维空间——“面”	179

## 第六章

第六节 三维空间——“体” ..... 187

**估算与检验**

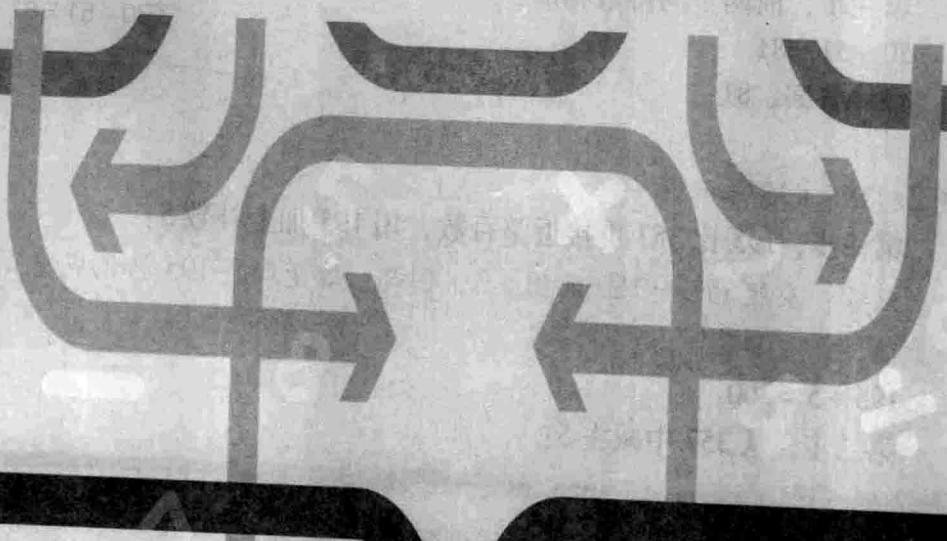
第一节 含 33 或 34 的乘法	192
第二节 含 49 或 51 的乘法	194
第三节 含 66 或 67 的乘法	196
第四节 除数是 33 或 34	198
第五节 除数是 49 或 51	200
第六节 除数是 66 或 67	202
第七节 除数是 9	204
第八节 除数是 11	206
第九节 数位和法	208
第十节 11 余数法	211

第一章

# 加法运算

不同于物理与化学，数学是最不花钱的科学。它不需要任何昂贵的设备，而只需要笔和纸。

——乔治·波利亚



**基本规则**

①两个加数中更接近整十、整百、整千，诸如此类的数加上它的补数。

②从另一个加数中减去这个补数。

③前两步的得数相加。

**例题解析**

**例 1：** $28 + 53 = ?$

第一步，28 比 53 更接近整十数，用 28 加上补数 2：

$$28 + 2 = 30$$

第二步，从 53 中减去 2：

$$53 - 2 = 51$$

第三步，前两步的得数相加：

$$30 + 51 = 81$$

最终答案：81

**计算步骤图示**

$$\textcircled{1} 28 + \boxed{2} = 30$$

$$\textcircled{2} 53 - \boxed{2} = 51$$

$$\textcircled{3} 30 + 51 = 81$$

**例 2：** $195 + 357 = ?$

第一步，195 比 357 更接近整百数，用 195 加上补数 5：

注意：虽然 357 和 360 只相差 3，但是，这道题将 195 转化成整百数会更简便。

$$195 + 5 = 200$$

第二步，从 357 中减去 5：

$$357 - 5 = 352$$

第三步，前两步的得数相加：

$$200 + 352 = 552$$

最终答案：552

### 计算步骤图示

$$\textcircled{1} 195 + \boxed{5} = 200$$

$$\textcircled{2} 357 - \boxed{5} = 352$$

$$\textcircled{3} 200 + 352 = 552$$

例 3： $9997 + 234 = ?$

第一步，9997 比 234 更接近整万数，用 9997 加上补数 3：

$$9997 + 3 = 10000$$

第二步，从 234 中减去 3：

$$234 - 3 = 231$$

第三步，前两步的得数相加：

$$10000 + 231 = 10231$$

最终答案：10231

### 计算步骤图示

$$\textcircled{1} 9997 + \boxed{3} = 10000$$

$$\textcircled{2} 234 - \boxed{3} = 231$$

$$\textcircled{3} 10000 + 231 = 10231$$

## 强化练习

$$\textcircled{1} 49 + 36 =$$

$$\textcircled{2} 98 + 27 =$$

$$\textcircled{3} 96 + 25 =$$

$$\textcircled{4} 109 + 57 =$$

$$\textcircled{5} 158 + 38 =$$

$$\textcircled{6} 1899 + 56 =$$

$$\textcircled{7} 2396 + 77 =$$

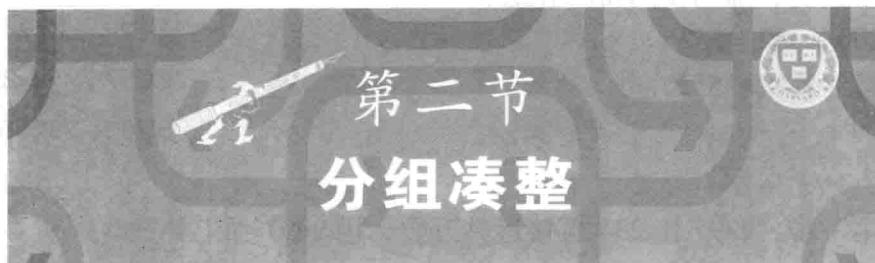
$$\textcircled{8} 3398 + 423 =$$

$$\textcircled{9} 4996 + 451 =$$

$$\textcircled{10} 9995 + 356 =$$

答案：

- ① 85 ② 125 ③ 121 ④ 166 ⑤ 196 ⑥ 1955 ⑦ 2473  
 ⑧ 3821 ⑨ 5447 ⑩ 10351



### 基本规则

根据加法交换律、加法结合律，把加数适当交换位置并分组结合，使运算简便。

### 例题解析

$$\text{例 1: } 46 + 39 + 85 + 61 + 15 + 54 = ?$$

第一步，运用加法交换率和加法结合率将原式重新组合，得出：

$$(46 + 54) + (39 + 61) + (85 + 15)$$

$$\begin{aligned} \text{第二步, } & (46 + 54) + (39 + 61) + (85 + 15) \\ &= 100 + 100 + 100 \end{aligned}$$

$$= 300$$

最终答案：300

$$\text{例 2: } 73 + 92 + 41 + 87 + 69 + 58 = ?$$

第一步，运用加法交换率和加法结合率将原式重新组合，得出：

$$(73 + 87) + (92 + 58) + (41 + 69)$$

$$\begin{aligned} \text{第二步, } & (73 + 87) + (92 + 58) + (41 + 69) \\ &= 160 + 150 + 110 \end{aligned}$$

$$= 420$$

最终答案：420

例3:  $37 + 85 + 153 + 63 + 15 + 147 = ?$

第一步, 运用加法交换率和加法结合率将原式重新组合, 得出:

$$(37 + 63) + (85 + 15) + (153 + 147)$$

$$\begin{aligned} \text{第二步, } & (37 + 63) + (85 + 15) + (153 + 147) \\ &= 100 + 100 + 300 \end{aligned}$$

$$= 500$$

最终答案: 500

### 强化练习

$$\textcircled{1} \quad 25 + 81 + 27 + 9 + 75 + 23 =$$

$$\textcircled{2} \quad 126 + 35 + 34 + 65 =$$

$$\textcircled{3} \quad 65 + 96 + 35 + 14 + 28 + 32 =$$

$$\textcircled{4} \quad 156 + 39 + 24 + 111 + 95 =$$

$$\textcircled{5} \quad 82 + 95 + 38 + 65 + 76 + 54 =$$

$$\textcircled{6} \quad 79 + 42 + 34 + 68 + 126 =$$

$$\textcircled{7} \quad 426 + 98 + 374 + 61 + 62 =$$

$$\textcircled{8} \quad 96 + 785 + 134 + 65 + 115 =$$

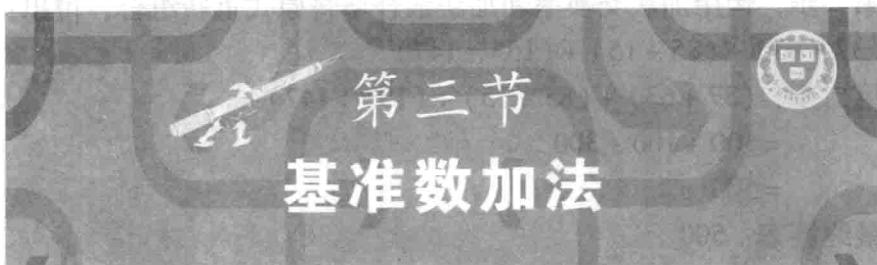
$$\textcircled{9} \quad 17 + 176 + 187 + 83 + 24 + 13 =$$

$$\textcircled{10} \quad 235 + 171 + 76 + 65 + 29 + 24 =$$

答案:

① 240 ② 260 ③ 270 ④ 425 ⑤ 410 ⑥ 349 ⑦ 1021

⑧ 1195 ⑨ 500 ⑩ 600



### 基本规则

遇到几个比较接近的数相加时，可以从这些数中间选择一个数作为计算的基础，这个数可以叫作“基准数”。计算的时候，找出每个数与基准数的差。大于基准数的部分作为加数，小于基准数的部分作为减数，然后把这些差累计起来。再加上基准数与项数的积，就是所求的结果。

### 例题解析

**例 1：** $72 + 75 + 70 + 67 + 69 + 74 + 68 + 73 = ?$

第一步，找出基准数 70，并求出基准数与项数的积：

$$70 \times 8 = 560$$

第二步，找出每个数与基准数的差。大于基准数的部分作为加数，小于基准数的部分作为减数，并且把这些差累计起来：

$$2 + 5 - 3 - 1 + 4 - 2 + 3 = 8$$

第三步，求和：

$$560 + 8 = 568$$

最终答案：568

**例 2：** $138 + 125 + 96 = ?$

第一步，找出基准数 100，并求出基准数与项数的积：

$$100 \times 3 = 300$$

第二步，找出每个数与基准数的差。大于基准数的部分作为加数，

小于基准数的部分作为减数，并且把这些差累计起来：

$$38 + 25 - 4 = 59$$

第三步，求和：

$$300 + 59 = 359$$

最终答案：359

**例 3：** $314 + 298 + 307 + 331 = ?$

第一步，找出基准数 300，并求出基准数与项数的积：

$$300 \times 4 = 1200$$

第二步，找出每个数与基准数的差。大于基准数的部分作为加数，小于基准数的部分作为减数，并且把这些差累计起来：

$$14 - 2 + 7 + 31 = 50$$

第三步，求和：

$$1200 + 50 = 1250$$

最终答案：1250

### 强化练习

$$\textcircled{1} \quad 56 + 49 + 58 + 46 + 53 + 42 =$$

$$\textcircled{2} \quad 81 + 79 + 77 + 83 + 86 + 75 =$$

$$\textcircled{3} \quad 93 + 117 + 105 + 96 + 95 =$$

$$\textcircled{4} \quad 35 + 26 + 34 + 29 + 30 + 25 =$$

$$\textcircled{5} \quad 62 + 69 + 58 + 53 + 65 + 54 =$$

$$\textcircled{6} \quad 77 + 75 + 64 + 69 + 79 + 62 =$$

$$\textcircled{7} \quad 203 + 195 + 197 + 208 + 220 =$$

$$\textcircled{8} \quad 525 + 497 + 506 + 486 + 517 =$$

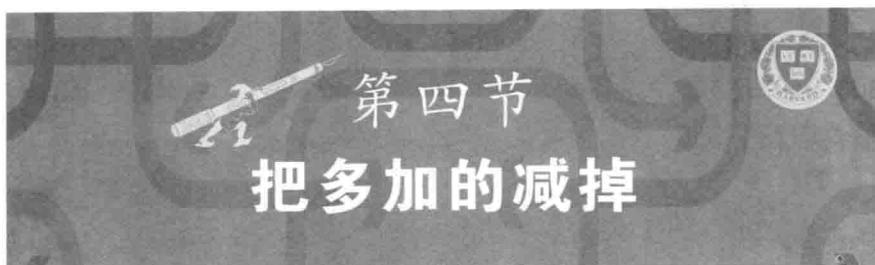
$$\textcircled{9} \quad 48 + 41 + 39 + 45 + 47 + 33 =$$

$$\textcircled{10} \quad 109 + 117 + 132 + 98 + 115 + 94 =$$

### 答案：

$$\textcircled{1} \quad 304 \quad \textcircled{2} \quad 481 \quad \textcircled{3} \quad 506 \quad \textcircled{4} \quad 179 \quad \textcircled{5} \quad 361 \quad \textcircled{6} \quad 426 \quad \textcircled{7} \quad 1023$$

$$\textcircled{8} \quad 2531 \quad \textcircled{9} \quad 253 \quad \textcircled{10} \quad 665$$

**基本规则**

遇到某些加数接近整十、整百、整千时，就先按照整十、整百、整千去加，然后再把多加的数减掉。

**例题解析**

**例 1：** $683 + 994 = ?$

第一步，观察各个加数，找出相近的整十、整百、整千：

994 接近 1000

第二步，其中的一个加数加上整十、整百或整千……然后减去多加的数：

$$\begin{aligned} & 683 + 994 \\ &= 683 + 1000 - 6 \\ &= 1683 - 6 \\ &= 1677 \end{aligned}$$

最终答案：1677

**例 2：** $525 + 1981 = ?$

第一步，观察各个加数，找出相近的整十、整百、整千：

1981 接近 2000

第二步，其中的一个加数加上整十、整百或整千……然后减去多加的数：

$$525 + 1981$$