大学实验教学系列
DAXUESHIYANJIAOXUEXILIE

大学物理实验

主编 兰 铖 崔金刚
主审 苏润洲

DAXUE SHIYANJIAOXUE XILIE

HEUP 哈尔滨工程大学出版社

大学实验教学系列
DAXUESHIYANJIAOXUEXILIE

大学物理实验

主编 兰 铖 崔金刚
主审 苏润洲

HEUP 哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书结合教学实际，在历年所用教材的基础上精选了包括力学、热学、电学等方面的基本实验，以及传感器、数码等现代测量技术实验，开阔了学生视野，使学生养成动手实验的好习惯，建立进一步学习的信心。

本书可作为农、林及理工类院校各专业的大学物理实验教材，也可供其他相关人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/兰铖，崔金刚主编. —哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2014.1

ISBN 978-7-5661-0745-9

Ⅰ.大… Ⅱ.①兰…②崔… Ⅲ.①物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 010832 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
经　　销 新华书店
印　　刷 哈尔滨市石桥印务有限公司
开　　本 787mm×1 092mm　1/16
印　　张 11.75
字　　数 282 千字
版　　次 2014 年 1 月第 1 版
印　　次 2014 年 1 月第 1 次印刷
定　　价 22.00 元

http://www.hrbeupress.com
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前　言

大学物理实验课是高等学校对学生进行科学实验基本训练的必修课程,也是学生接受系统实验方法与实验技能训练的重要课程。大学物理实验覆盖面广,具有丰富的实验思想、方法和手段,是培养学生科学实验能力,提高科学素质的重要手段。它在激发学生创新意识和提高综合应用能力等方面具有其他课程不可替代的作用。

进入21世纪以来,大学物理实验课教学面临改革和创新,施行实验室开放式教学要求对教学体系、教学内容、教学方法和教学手段进行深入改革,担负起培养学生创新精神、创新意识和创新能力的任务。

近年来,东北林业大学物理实验中心对大学物理实验课教学体系进行了重大改革,施行了实验室开放式教学,对原有实验项目内容进行了整合,对相应实验仪器进行了更新换代,增加了许多具有时代气息的新实验项目。本教材正是在总结近几年教学工作的基础上编写而成的,它凝聚了东北林业大学物理实验中心全体任课教师和实验技术人员长期共同努力的心血,是近几年教学改革成果的结晶。他们是(按姓氏笔画排序):马永轩、王永胜、王淑嫦、兰铖、刘维、李景奎、苏润洲、吴淑杰、武亚斌、周阿庚、赵晏、戚大伟、崔金刚、魏崇。

本书由兰铖、崔金刚任主编,苏润洲任主审。本书在编写过程中得到了许多同志的帮助,同时参阅了兄弟院校的有关教材,在此表示衷心的感谢。

由于我们水平有限,加之时间紧,书中难免存在疏漏和不妥之处,望读者和各位同仁批评指正。

编　者

2014年1月

目 录

绪论　实验数据处理基础知识

一、物理实验课的地位、作用和教学任务

物理学本质上是一门实验科学，无论是物理规律的发现，还是物理理论的验证，都离不开物理实验。例如，赫兹的电磁波实验使麦克斯韦电磁场理论获得普遍承认；杨氏干涉实验使光的波动学说得以确立；卢瑟福的 α 粒子散射实验揭开了原子的秘密；近代高能粒子对撞实验使人们深入到物质的深层——原子核和基本粒子的内部——来探索其规律性，等等。可以说，没有物理实验，就没有物理学本身。

物理实验是科学实验的先驱，体现了大多数科学实验的共性，在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。

物理实验课是高等理工科院校对学生进行科学实验基本训练的必修基础课程，是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端。物理实验的知识、方法和技能是学生进行后继实践训练的基础，也是毕业后从事各项科学研究和工程实践的基础。物理实验课覆盖面广，具有丰富的实验思想、方法和手段，同时能提供综合性很强的基本实验技能训练，是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要基础课程。它在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际和适应科技发展的综合应用能力等方面起到其他实践类课程不可替代的作用。

物理实验课的具体任务如下：

(1) 培养学生的基本科学实验技能，提高学生的科学实验基本素质，使学生初步掌握实验科学的思想、方法和基本手段；

(2) 培养学生的科学思维和创新意识，使学生掌握实验研究的基本方法，提高学生分析问题、解决问题的能力和创新的能力；

(3) 提高学生的科学素养，培养学生理论联系实际和实事求是的科学作风，认真严谨的科学态度，积极主动的探索精神，遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

对科学实验能力培养的基本要求包括以下几方面：

(1) 独立学习的能力　能够自行阅读与钻研实验教材和资料，必要时自行查阅相关文献资料，掌握实验原理及方法，做好实验前的准备；

(2) 独立进行实验操作的能力　能够借助教材或仪器说明书，正确使用常用仪器及辅助设备，独立完成实验内容，逐步形成自主实验的基本能力；

(3) 分析与研究的能力　能够融合实验原理、设计思想、实验方法及相关的理论知识，对实验结果进行分析、判断、归纳与综合，通过实验掌握对物理现象和物理规律进行研究的基本方法，具有初步的分析与研究的能力；

(4) 书写表达能力　掌握科学与工程实践中普遍使用的数据处理与分析方法，建立误差与不确定度的概念，正确记录和处理实验数据，绘制曲线，分析说明实验结果，撰写合格的实验报告，逐步培养科学技术报告和科学论文的写作能力；

(5)理论联系实际的能力　能够在实验中发现问题、分析问题,并学习解决问题的科学方法,逐步提高综合运用所学知识和技能解决实际问题的能力;

(6)创新与实验设计的能力　能够完成符合规范要求的设计性、综合性实验,能进行初步的具有研究性或创意性内容的实验,逐步培养创新能力。

二、物理实验课的三个基本环节

1. 实验前的预习

课前认真预习好教材,通过阅读实验教材和有关的参考资料,弄清实验的目的、原理、所要使用的仪器和测量方法,了解实验的主要步骤及注意事项等。在此基础上写出预习报告。预习报告应简明扼要地写出实验名称、实验任务(目的)、实验基本原理(包括使用的主要测量公式)、必要的原理图或光路图、关键实验步骤(提纲性的)等内容,并准备好原始实验数据记录表格。

2. 实验操作

做实验不是简单地测量几个数据,计算出结果就行,也不能把这一重要实践过程看成是只动手不动脑的机械操作。通过实验的实践,要有意识地培养自己使用和调节仪器的本领、精密正确的测量技能、善于观察和分析实验现象的科学素养、整洁清楚地作实验记录(包括实验中发现的问题、观察到的现象、原始测量数据等)的良好习惯,并逐步培养自己设计实验的能力。在实验过程中不仅要动手进行操作和测量,还必须积极地动脑筋思考,珍惜操作的机会。记录实验数据时不能使用铅笔。实验完毕,数据应交给教师审查签字,再将仪器、凳子归整好以后,才能离开实验室。

此外,在实验过程中要遵守操作规程,注意安全。

3. 数据处理与实验报告

实验报告是实验工作的最后环节,是整个实验工作的重要组成部分。通过撰写实验报告,学生可以锻炼科学技术报告的写作能力和总结工作的能力,这是未来从事任何工作都需要的能力。

实验报告应包括实验名称、目的、原理摘要及计算公式、简图、仪器、实际的主要步骤、记录及数据表格、数据处理(必要时可编程序上微机处理)、不确定度估计、实验结论和讨论或回答思考题。实验报告要求一律使用统一印制的报告用纸,画曲线须用坐标纸。报告在叙述上力求文字通顺,简单明了,用语准确,字迹工整,图表规矩,结果表达正确,把遇到的问题和见解做力所能及的分析、讨论,也可提出改进实验设计及方法的建议。

三、测量误差与实验数据处理基础知识

(一)测量与测量误差

1. 测量

用实验的方法找出物理量量值的过程叫做测量。量值是指用数和适宜的单位表示的量,例如,1.5 m,17.5 ℃,3.5 kg 等。从测量方法出发来分类,可将测量分为直接测量和间接测量。

(1)直接测量。凡使用量仪或量具直接测得(读出)被测量值的测量,叫做直接测量,如

用米尺测量长度，用温度计测量温度，用秒表测量时间，以及用电表测量电流和电压等。

(2)间接测量。很多物理量，没有直接测量的仪器，常常需要根据一些物理原理、公式，由直接测量量计算出所要求的物理量，这种用间接的方法得到被测量数值的测量，称为间接测量。如测量圆柱体体积时，由直接测量测出圆柱体的直径 D 和高度 h，然后根据公式

$$V = \frac{\pi}{4}D^2h \tag{0-1}$$

计算出体积 V。圆柱体体积的测量即为间接测量。

同时，对同一个量进行多次测量时，根据所用器具是否一致还分等精度测量和不等精度测量。

2. 测量的误差

测量结果都具有误差，误差自始至终存在于一切科学实验和测量的过程之中。任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察力等都不可能做到绝对严密，这就使测量不可避免地伴随有误差产生。因此，分析测量可能产生的各种误差，尽可能地消除其影响，并对测量结果中未能消除的误差作出估计，就是物理实验和许多科学实验中必不可少的工作。

测量误差就是测量结果（通常称测量值）与被测量的真值（或约定真值）的差值。测量误差的大小反映了测量结果的准确度，测量误差可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示。设被测量的真值为 a，测量值为 x，误差为 ε，则

$$\varepsilon = |x - a| \tag{0-2}$$

相对误差

$$E = \frac{\varepsilon}{a} \times 100\% \tag{0-3}$$

被测量的真值是一个理想概念，一般说来真值是不知道的，因而在实际测量中常用被测量的实际值或修正过的算术平均值来代替真值，称为约定真值。由于真值一般为未知值，所以一般情况下是不能计算误差的，只有在少数情况下可以用准确度足够高的实际值来作为测量量的约定真值，这时才能计算误差。

(二)误差的分类及其简要处理方法

测量中的误差主要分为三类：系统误差、随机误差和过失(粗大)误差。系统误差又分为可定系统误差和未定系统误差。各类误差的性质不同，处理方法也不同。

1. 系统误差

系统误差是指由测量系统本身带来的误差。可定系统误差则是指在每次测量中都具有一定大小、一定符号，或按一定规律变化的测量误差分量。未定系统误差则是由目前还不能发现的原因造成的由测量系统带来的误差分量。

可定系统误差的出现一般有较明确的原因，常见的有如下四个方面：

(1)仪器误差。这是由于所用器具本身缺陷或未按规定条件使用而产生的误差。如仪器的刻度不准，零点的刻度未调好，砝码的标称质量未校准等。

(2)方法误差(理论误差)。这是由于实验方法和理论不完善引起的误差，如电学测量中未考虑电表内阻的影响等。

(3)装置误差。这是由于所用装置调整不完善而产生的误差。如天平未调水平，光路不同轴，电磁学测量中存在接触电阻、接触电势等。

(4)个人误差。这是由于观测者感觉器官和运动器官反应灵敏度引入的误差。如使用停表时操作不及时，则会造成超前或滞后的时间误差。

为了减少可定系统误差对实验结果的影响，应在实验中不断地改进和提高实验者的实验操作技术，积累经验，找出其产生的原因，并设法将其减小到最低限度。在某些情况下存在一些消除和减小可定系统误差的方法。

(1)对测量结果引入修正值

这通常包括两方面内容，一是对仪器或仪表引入修正值，这可通过与准确级别高的仪器或仪表作比较而获得；二是根据理论分析，导出补正公式，对测量结果引入修正量。例如，精密称衡的空气浮力补正，量热学实验中的热量补正等。

(2)选择适当的测量方法

适当的测量方法可以使可定系统误差被抵消，从而不将其带入测量结果之中。常用的方法有以下几种。

①对换法：就是将测量中的某些条件(例如：被测物的位置)相互交换，使产生系统误差的原因对测量的结果起相反的作用，从而抵消了系统误差。如用滑线电桥测量电阻时把被测电阻与标准电阻交换位置进行测量的方法，在天平使用中的复秤法等。

②补偿法：如量热实验中采用加冰降温的办法使系统的初温低于室温以补偿升温时的散热损失，又如用电阻应变片测量磁致伸缩时的热补偿等。

③替代法：即在一定的条件下，用某一已知量替换被测量以达到消除系统误差目的的方法。例如，用电桥精确测量电阻时，为了消除仪器误差对测量结果的影响，就可以采用替代法，不过这里要求“指零”仪器应有较高的灵敏度。

④半周期偶数测量法：按正弦曲线变化的周期性系统误差(如测角仪的偏心差)可用半周期偶数测量法予以消除。这种误差在0°，180°，360°处为零，而在任何差半个周期的两个对应点处误差的绝对值相等而符号相反，因此，若每次都在相差半个周期处测两个值，并以平均值作为测量结果就可以消除这种系统误差。在测角仪器(如分光仪、量糖计等)上广泛使用此种方法。

2. 随机误差

随机误差是在对同一被测量在重复性条件下进行多次测量的过程中，绝对值与符号以不可预知的方式变化着的测量误差的分量。这里，重复性条件包括相同的测量程序、相同的观测者、在相同的条件下使用相同的测量仪器、相同地点、在短时间内重复测量等。随机误差是由实验中各处因素的微小变动性引起的。例如实验装置和测量机构在各次测量调整操作上的变动性，测量仪器指示数值上的变动性，以及观测者本人在判断和估计该数上的变动性，等等。这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生涨落变化，这种变化量就是各次测量的随机误差。

随机误差的出现，就某一次测量值来说是没有规律的，其大小和方向都是不可预知的，但对于一个量进行足够多次的测量，就会发现随机误差是按一定的统计规律分布的。常见的一种情况是正方向误差和负方向误差出现的次数大体相等，数值较小的误差出现的次数较多，很大的误差在没有错误的情况下通常不出现。这一规律在测量次数越多时表现得越明显，这就是被称为正态分布律的一种分布规律，在数理统计中对它有充分的研究。

随机误差具有如下的分布特性：

(1)在多次测量时，正负随机误差大致可以抵消，因而用多次测量的算术平均值表示测量结果可以减小随机误差的影响。

(2)测量值的分散程序直接体现随机误差的大小，测量值越分散，测量的随机误差就越

大。因此，必须对测量的随机误差作出估计才能表示出测量的精密度。

对测量中的随机误差作估计的方法有多种。科学实验中常用标准偏差来估计测量的随机误差，n 个测量值是 $X_1, X_2, \cdots, X_n$，那么，它们的算术平均值是

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \quad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{0-4}$$

可以证明，测量值的算术平均值最接近被测量的真值。

每一次测量值 X_i 与平均值 $\overline{X}$ 之差叫做残差，即

$$v_i = X_i - \overline{X} \quad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{0-5}$$

显然，这些残差有正有负，有大有小。

测量值 X_i 的分散性可用实验标准偏差 S 来表征，S 可用下面的贝塞尔公式来计算：

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(v_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}} \tag{0-6}$$

S 的值直接体现了随机误差的分布特征。S 值小就表示测量值很密集，即测量的精密度高；S 值大就表示测量值很分散，即测量的精密度低。

现在很多袖珍计算器（如 SHARP 函数型）具有计算实验标准偏差的统计功能，具体步骤如下：①开机；②按“2ndF”键；③按“STAT”键；④每输入一个数据 x_i，按一次“M +”键；⑤数据全部输入后，按“$S(\sigma)$”键得 S；按“$\overline{X}$”键得 $\overline{X}$。在数据处理中，要计算 S 时，只需将 n 个测量值按上述规定的操作步骤输入计算器，即可得出 $\overline{X}$ 及 S。

3. 过失误差与粗差

在测量过程中很可能出现用测量时的客观条件不能解释为合理的那些误差，称为过失误差。这是由于测量者在观测、记录和整理数据的过程中，粗心大意、疲劳等原因造成的。它的出现，会明显歪曲实验结果，应在实验中尽量避免，如果出现了应予以剔除。

多次测量得到的一系列数据中，有时往往会出现一个或几个偏离较大的数据，即粗差。这通常是由于实验条件或电源参数的突然变动影响所致，可以根据随机误差所遵循的统计规律对其取舍。下面介绍两种常见的剔除方法。

（1）拉依达准则

随机误差服从正态分布的规律，因而高达 99.73% 的测量值应该落在算术平均值附近 $\pm 3S$ 的范围内。因而如果发现测量值与算术平均值的差值为

$$|v_i| > 3S \tag{0-7}$$

应对此测量值予以剔除。这种以 3S 为界确定数据取舍的准则就称为拉依达准则。拉依达准则一般只适用于次数大于 10 次的测量。

（2）肖维聂准则

肖维聂准则考虑了测量次数对判别值的影响。设对一物理量等精度测量 n 次，当测量值与算术平均值的差值为

$$|v_i| > kS \tag{0-8}$$

应对此测量值予以剔除。上式中 k 为修正参数，不同测量次数下的修正值如表 0-1 所示。

表 0－1　粗差剔除的肖维聂准则参数表

n	k	n	k	n	k
4	1.53	10	1.96	16	2.16
5	1.65	11	2.00	17	2.18
6	1.73	12	2.04	18	2.20
7	1.79	13	2.07	19	2.22
8	1.86	14	2.10	20	2.24
9	1.92	15	2.13		

（三）不确定度

1. 不确定度的定义

在实际测量过程中，影响测量结果精确度的既有测量的系统误差，也有测量的随机误差，我们需要分别估算它们的大小，然后进行误差的综合，用测量的精确度全面评价测量结果。

1981 年 10 月第 17 届国际计量委员会大会通过决议，建议采用“不确定度”作为测量结果正确程度的评价。1991 年 8 月国家计量监督局颁布的关于《测量误差及数据处理》技术规范中也明确提出“对标准差以及系统误差中不可掌握的部分的估计，是测量不确定度评定的主要对象。”所谓不确定度，就是由于测量误差的存在而对被测量量值不能肯定的程度，即具有一定置信概率的误差估值的绝对值。根据误差的分类和分析其产生的原因，不确定度 Δ 应该包含两个方面：

①多次重复测量中用统计方法计算的 A 类不确定度，用 Δ_A 表示；

②用其他非统计方法估算的 B 类不确定度，例如仪器误差、未定系统误差的估值等，用 Δ_B 表示。

最后将 A，B 两类不确定度合成后，用合成不确定度作为测量值正确程度的评价，即

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \tag{0-9}$$

其中 A，B 两类不确定度的计算，不同的置信概率计算方法不同。

在比较两个不同测量结果时，单就不确定度绝对值的大小还无法公正评价测量结果的优劣。例如要评价两个长度测量值的优劣，一个是测量一条公路的长度 $L = 5\,000.0$ m，一个是测量一件衣服的长度 $L = 0.6$ m，若不确定度同样为 0.1 m，常识告诉我们这样的不确定度对一条公路来说不会造成什么影响，但是对一件合身的服装来讲确是一个无法容忍的错误。由此可以看出引入相对不确定度是必要的，定义相对不确定度为

$$E = \frac{\Delta}{x} \times 100\% \tag{0-10}$$

在上述例子中，公路长度测量的相对不确定度为 0.002%，而衣服长度测量的相对不确定度为 16.7%，显然前者的测量精度优于后者。

如对物理量 X 的测量结果，可以最后表达成 $X = \overline{X} \pm \Delta$（单位）或 $X = \overline{X}(1 \pm E)$（单位），这表明真值以一定的置信概率落在（$\overline{X} - \Delta, \overline{X} + \Delta$）区间内。

在实验中，为了比较测量值与理论值或公称值的偏差程度，还可引入百分差。百分差是

将测量值 x 与公称值 x_0 比较，得百分差为

$$E_0 = \frac{|x - x_0|}{x_0} \times 100\% \tag{0-11}$$

2. A 类不确定度的估算

多次测量往往呈现一定的离散性，A 类不确定度就是对这类离散性做出评价。主要包含了随机误差、可以用统计规律估算的系统误差等。

当 A 类不确定度为正态分布时，测量值的离散程度可以用标准差 σ 表示，根据标准差的定义

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2}{n}} \tag{0-12}$$

由于在有限多次测量中，上式中的真值 a 无法确定，我们取多次测量得到的一组物理量 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 为一组抽样值，在样本空间内可用算术平均值代替真值，则根据统计理论标准差 σ 的无偏估值 S（简称标准偏差）为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{0-13}$$

与公式(0－6)一样，标准偏差 S 是评估测量值离散程度的特征量。对一组测量值而言，标准偏差小表示该组测量值的离散程度低，测量值的精密度高；标准偏差大表示该组测量值的离散程度高，测量值的精密度低，但是应该注意，标准偏差 S 并不表示测量值与平均值的偏差，而只是对测量值离散程度的一种评估。从统计意义上讲，测量值落在 $(\bar{x} - S, \bar{x} + S)$ 区间内的概率 $P = 0.683$，即测量值在算术平均值附近 $\pm S$ 范围内的可能性为 68.3%；落在 $(\bar{x} - 3S, \bar{x} + 3S)$ 区间内的概率 $P = 0.9973$，因此常常将 $3S$ 称为 A 类极限误差。几乎所有测量值都不会超出真值最佳估值附近 $\pm 3S$ 范围。我们将标准偏差所表示的区间称为置信区间，相应的概率 P_α 称为置信度。

算术平均值作为真值的最佳估值依然有一定的离散性，由于在计算待测量的算术平均值时，各测量量的随机误差相互抵消，因而算术平均值的离散程度要比测量值的离散程度小得多。为了研究算术平均值的离散程度，我们将算术平均值与真值的差称作残差。由于真值不可确定，残差无法直接计算，只能根据正态分布的统计理论对残差进行估算。理论分析可以证明，算术平均值残差的无偏估值 $s_{\bar{x}}$ 为

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{0-14}$$

$s_{\bar{x}}$ 又称为算术平均值的标准偏差，算术平均值的标准偏差是测量值标准差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$，这表明增加测量次数 n 可以提高测量值的精度。随着 n 的增大，标准偏差 $s_{\bar{x}}$ 减小，当 $n > 10$ 时标准偏差 $s_{\bar{x}}$ 的减小变得十分缓慢，因此通常取 6～10 次测量次数为佳。测量次数过多，将会延长测量时间，增大环境或电源波动造成实验误差的机会，而这时随机误差的减小已不明显。当然测量次数不同，将会得到不同的近似结果。

当随机误差服从正态分布时，取 A 类不确定度为

$$
\begin{cases}
\Delta_A = s_{\bar{x}}(P = 0.683) \\
\Delta_A = 3s_{\bar{x}}(P = 0.997) \\
\Delta_A = t_\alpha s_{\bar{x}}(P = P_\alpha)
\end{cases}
\tag{0-15}
$$

t_α 是与分布律和置信度相关的参数。A 类不确定度并不表示测量值与真值的差，标准偏差 $s_{\bar{x}}$ 也不是测量值与平均值的偏差，它已不是原来意义上的误差，而是对算术平均值偏离真值的一种评估，是不确定的程度。

根据 A 类不确定度(1 - 15)式可将测量结果表达为

$$
x = \bar{x} \pm t_\alpha s_{\bar{x}} \tag{0-16}
$$

式中的 t_α 与误差的分布律和置信度有关。当测量次数较多时，随机误差呈正态分布。$t_\alpha = 1$ 时的置信度 $P = 0.683$，表示待测物理量算术平均值 $\bar{x}$ 偏离真值的范围不超过 $\pm s_{\bar{x}}$ 的可能性为 68.3%；$t_\alpha \approx 3$ 时的置信度 $P = 0.997\,3$，表示待测物理量算术平均值 $\bar{x}$ 偏离真值的范围不超过 $\pm 3s_{\bar{x}}$ 的可能性为 99.73%。

对于不同的置信度 P_α 和测量次数 n，可以通过查阅表 0 - 2 求得参数 t_α。

表 0 - 2　不同置信度下参数 t_α 与测量次数的关系

P_α \ n	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
0.683	1.20	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03
0.90	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.90	1.86	1.83	1.76	1.73
0.95	4.30	3.18	2.78	2.57	2.46	2.37	2.31	2.26	2.15	2.09
0.99	9.93	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	2.98	2.86

本书采用置信度 $P = 0.683$ 的概率计算 A 类不确定度，即

$$
\Delta_A = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{0-17}
$$

3. B 类不确定度的估算

B 类不确定度是指用非统计方法计算的误差分量，它通常是指仪器误差和一些特殊估测的极限误差。

所谓仪器误差是指正确使用的情况下仪器示值的最大误差，通常用 $\Delta_{仪}$ 表示。仪器误差包含随机误差和系统误差，它由仪表制造厂商采用精确度更高的测量仪表检测并考虑一定的误差余量后给出，它是仪表的一个重要指标。仪器误差通常用级别表示为

仪器误差 = 级别 × 量程

仪器误差的具体计算可查阅所用仪器量具的使用说明。对于精度级别较低的仪表(0.5 级以下)，仪器误差主要表现为系统误差；对于精度级别较高的仪表(0.2 级以上)，仪器误差主要表现接近随机误差。仪器误差是可能出现误差的极限值，无法确定误差的真实大小与符号，仍属于 B 类不确定度范畴。

在实验中由于实验条件的限制，或者由于没有在规定条件下使用仪器，无法保证仪器误

差不大于出厂时给定的误差限制，例如弯曲的卷尺、电极的接触电势等，这时需要根据实际情况估计其误差限。对于一些低精度仪器无法确切地给出仪器误差，也常常取仪表量具的最小分度值或感量作为误差限。

在教学中我们约定，正确使用仪器时的仪器误差限 $\Delta_{仪}$ 可按如下原则来确定。

(1)对可估读测量数据的仪器　$\Delta_{仪}$ = 最小刻度的 1/2

比如，米尺的最小刻度为 1 mm，则米尺的 $\Delta_{仪}=0.5$ mm。

(2)对不可估读测量数据的仪器　$\Delta_{仪}$ = 仪器最小分辨读数

比如，分辨率为 0.05 mm 的游标卡尺，则其 $\Delta_{仪}=0.05$ mm；分辨率为 0.02 mm 的游标卡尺，则其 $\Delta_{仪}=0.02$ mm；分辨率为 1′的分光计，其 $\Delta_{仪}$ 为 1′；各类数字式仪表，$\Delta_{仪}$ = 仪器最小读数。

(3)对有仪器说明书或注明仪器精度等级的仪器 $\Delta_{仪}$ 按仪器说明书计算

比如，螺旋测微器(0～50 mm)，$\Delta_{仪}=0.004$ mm；电磁仪表(指针式电流表、电压表)$\Delta_{仪}=AK\%$(A 为量程，K 为仪表精度等级)。

其他情形，$\Delta_{仪}$ 由实验室给出。

若估计误差概率分布是均匀分布，根据均匀分布理论，其不确定度 B 类分量 Δ_B 为

$$\Delta_B = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{0-18}$$

4. 直接测量结果的表达

测量的目的是要得出待测物理量的客观量值，由于无法避免测量误差，因此测量值总是存在一定的离散性。表达一个实验结果，既要找出真值的最佳估值，也要对所测结果的可靠程度作出评价。无论直接测量还是间接测量，最后表达式都应有最佳值、不确定度、单位三要素。

(1)单次测量结果的表达

在有些实验中，由于是在动态中测量的，不容许对被测量做重复测量；也有些实验的准确程度要求不高，或经实验室事前分析 A 类分量远远小于仪器的误差限，即 $\Delta_A \ll \Delta_{仪}$；或在间接测量中，其中某一物理量相对不确定度对最后的结果影响很小。在这些情况下可以对被测量只测一次。对于单次测量获得的测量值 X，一般地说不可避免地含有随机误差以及可能存在的显著的系统误差。但公式中的 S 只能用贝塞耳公式计算，$n=1$ 时的 S 值发散，因而单次测量不能用统计方法计算 A 类分量，而仅取 B 类分量也不科学，故简单地取总不确定度等于 $\Delta_{仪}$，这是一种粗略的简化的数据处理方法。

(2)多次测量结果的表达

如果实验中可定系统误差已经修正到可以忽略的程度，或者可以只考虑随机误差对测量的影响时，在剔除粗差后用多次测量的算术平均值作为测量值的最佳估值。

①首先得到一个测量列：即在重复性条件下对某量进行测量后所得的一组测量值。假设只存在随机误差，各测量值间稍有不同。

②计算平均值：一测量列 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的算术平均值为

$$\overline{X} = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)/n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

③计算残差：残差是指测量值 X_i 与平均值 $\overline{X}$ 之差，即

$$v_i = X_i - \overline{X}$$

此时可以按异常数据剔除原则(如肖维聂准则)剔除粗差,再重新计算。

④计算标准偏差:根据数理统计理论,当实验次数为 n 时总体标准误差的估计值用贝赛尔公式计算,用 S 表示,即

$$S = \sqrt{\sum (X_i - X)^2/(n-1)}$$

⑤A 类不确定度 $$\Delta_A = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n(n-1)}}$$

⑥B 类不确定度 $$\Delta_B = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}$$

⑦总不确定度:两类分量用方和根法合成,即

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$$

总相对不确定度 $$E(X) = \frac{\Delta}{\overline{X}} \times 100\%$$

⑧最后结果表达式 $X = \overline{X} \pm \Delta$(单位)或 $X = \overline{X}(1 \pm E)$(单位)。

5. 间接测量结果的表达

(1)真值的估算

事实上有许多物理量是无法直接进行测量的,只能通过对一些量的测量,再由物理量相互间的关系间接推得结果。假设间接测量量 $y = f(x_1, x_2, \cdots)$,其中 $x_1, x_2, \cdots$ 为直接测量量。如果 $\overline{x}_1, \overline{x}_2, \cdots$ 为直接测量量真值的最佳估值,则间接测量量的最佳估值为

$$\overline{y} = f(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \cdots) \tag{0-19}$$

(2)间接测量量不确定度的传递

假设间接测量量 $y = f(x_1, x_2, \cdots)$,式中 $x_1, x_2, \cdots$ 为直接测量量,在尽可能修正可定系统误差后,剩下每一个直接测量量的不确定度分别为 $\Delta_1, \Delta_2, \cdots$。与直接测量量一样,间接测量量的估值依然是一个离散量,当我们对它的正确程度进行评估时,可以引入间接测量量的不确定度。与标准差的方差合成相类似,可以证明间接测量量的合成不确定度也同样以方差合成传递,即

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \Delta_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \Delta_2^2 + \cdots} \tag{0-20}$$

当函数 $y = f(x_1, x_2, \cdots)$ 中各测量量之间是乘除关系,如果将函数两侧取对数后求相对不确定度,会使方差的合成更加简便。可以证明相对不确定度为

$$E = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2 \Delta_1^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2 \Delta_2^2 + \cdots} \tag{0-21}$$

在使用不确定度方差合成公式时应该注意,在同一计算公式中所有不确定度的置信度应该相同,所得合成不确定度的置信度也相同。在不作特别说明时,置信度通常取 0.683。

间接测量结果的不确定度的计算过程可分为三步:

①先计算各直接测量量 X_k 的不确定度 Δ_{X_k} 和 E;

②根据函数关系 $Y = f(X_k)$,由 Y 的全微分式,写出不确定度传递公式(通常使用相对不确定度传递公式比较方便);

③计算 Y 的不确定度 Δ_Y 或者相对不确定度 $E(Y)$，并表达结果

$$Y=\overline{Y}[1\pm E(Y)]=\overline{Y}\pm\Delta_Y(\text{单位})$$

为帮助不熟悉偏导数计算的同学进行理解，下面给出几种常见函数的间接测量不确定度传递公式，其他情况则依此类推：

①$Y=x_1\pm x_2$

$$\Delta_Y=\sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial x_1}\Delta_{x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial Y}{\partial x_2}\Delta_{x_2}\right)^2}=\sqrt{(\Delta_{x_1})^2+(\Delta_{x_2})^2} \tag{0-22}$$

②$Y=x_1x_2$

$$E(Y)=\frac{\Delta_Y}{\overline{Y}}=\sqrt{\left(\frac{\Delta_{x_1}}{\overline{x}_1}\right)^2+\left(\frac{\Delta_{x_2}}{\overline{x}_2}\right)^2} \tag{0-23}$$

③$Y=\dfrac{x_1}{x_2}$

$$\frac{\Delta_Y}{\overline{Y}}=\sqrt{\left(\frac{\Delta_{x_1}}{\overline{x}_1}\right)^2+\left(\frac{\Delta_{x_2}}{\overline{x}_2}\right)^2} \tag{0-24}$$

④$N=\dfrac{3x^4}{y^3/\sqrt{z}}$

$$\frac{\Delta_N}{\overline{N}}=\sqrt{\left(\frac{4\Delta_x}{\overline{x}}\right)^2+\left(\frac{3\Delta_y}{\overline{y}}\right)^2+\left(\frac{\Delta_z}{2\overline{z}}\right)^2} \tag{0-25}$$

四、实验数据的有效位数

（一）有效位数的概念

在实验中所测的被测量的数值都是含有误差的，对这些数值不能任意取舍，应反映出测量值的准确度。例如，用 300 mm 长的毫米分度钢尺测量某物体的长度，正确的读法是除了确切地读出钢尺上有刻线的位数之外，还应估计一位，即读到$\frac{1}{10}$ mm。比如，测出某物长度是 143.5 mm，这表明 143 是确切的数字，而最后的“5”是估计数字，前面的三位是准确数字，后面一位是存疑数字。所以，准确数字和 1 ~ 2 位存疑数字的全体称为有效数字。

国家标准 GB8170 - 1987 中对有效位数的定义为：对没有小数位且以若干个零结尾的数值，从非零数字最左一位向右数得到的位数减去无效零（即仅为定位用的零）的个数，就是有效位数；对其他十进位数，从非零数字最左一位向右数而得到的位数，就是有效位数。

（二）有效位数的确定规则

实验数据的有效位数的确定是实验数据处理中的一个重要问题。下面分读数、运算和结果表示三个环节来讨论有效位数的确定。

1. 原始数据有效位数的确定

通过仪表、量具直接读取的数据称为原始数据，它的位数一定要充分反映计量器具的准确度，要把计量器具所能读出或估出的位数全读出来（通常由准确数字与一位估读数字组成）。

（1）游标类量具，如游标卡尺、带游标的千分尺、分光仪角度游标度盘等，一般应读到游