GAILÜLUN YU SHULI TONGJI

普通高等教育经济管理科学规划教材

概率论与数理统计

江海峰　庄　健　刘竹林　编著

中国科学技术大学出版社

普通高等教育经济管理科学系列教材

概率论与数理统计

江海峰　庄　健　刘竹林　编著

安徽大学图书馆
* 藏　书 *
www.lib.ahu.edu.cn

中国科学技术大学出版社
·合　肥·

内 容 简 介

本书是普通高等教育经济学和管理学各专业(包括经济统计学方向)的本科生数学基础教材之一,共有9章内容.第1~4章为概率论部分,分别是第1章随机事件与概率、第2章随机变量及其分布、第3章随机变量的数字特征、第4章大数定律与中心极限定理.第5~8章为数理统计部分,分别是第5章抽样分布、第6章参数估计、第7章假设检验和第8章方差分析.第9章介绍MATLAB在概率论与数理统计中的应用.前8章都配有适当数量的习题,部分习题来自近几年的考研题目,并配有答案,以满足不同层次读者的需要.

本书既可以作为经济和管理类各专业的本科生教材,也可以作为理工科非数学专业本科学生的教学参考书,同时还可以供其他相关人员学习时参考.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/江海峰,庄健,刘竹林编著.—合肥:中国科学技术大学出版社,2013.1

ISBN 978-7-312-02980-6

Ⅰ.概… Ⅱ.①江… ②庄… ③刘… Ⅲ.①概率论—高等学校—教材 ②数理统计—高等学校—教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第005917号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路96号,230026
网址:http://press.ustc.edu.cn
印刷 合肥市宏基印刷有限公司
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 710 mm×960 mm 1/16
印张 22
字数 430千
版次 2013年1月第1版
印次 2013年1月第1次印刷
定价 32.00元

前　　言

本书是为经济学和管理学各专业(包括经济统计学方向)的本科生编写的“概率论与数理统计”教材.“概率论与数理统计”是一门非常实用的工具性学科，也是学习许多其他课程如“计量经济学”“应用多元统计”“时间序列分析”“预测与决策”的基础课程.学习本教材需要先修完“高等数学”和“线性代数”.目前这方面的教材很多，和其他同类型教材相比，本教材有以下几个特色：

(1) 适合经济学和管理学各专业学生的学习.本教材涵盖了经济学和管理学各专业所需的概率论和数理统计学的基础知识，教师和学生可以根据各自的情况做适当的取舍.鉴于经济学和管理学各专业都开设了“计量经济学”，所以本书省略了回归分析的内容.需要说明的是，为了满足经济统计学专业的需要，编者增加了条件期望、特征函数和多维正态分布的内容.介绍条件期望是为以后学习时间序列的预测奠定基础.特征函数是研究随机变量基本而有效的工具，在经济学领域的概率统计问题的研究中有着广泛的应用，是经济统计专业的学生必须掌握的概率论基础知识，同时特征函数也是学习多维正态分布的基础.使用本书学习特征函数，不需要具备复变函数的知识，书中介绍了所涉及的复变函数的基本概念和结论，对需要较多复变函数知识的定理，编者不加证明地直接引用，但对定理的实际意义给出了充分的说明.另外，多维正态分布在经济学和管理学领域的重要性是不言而喻的.还必须说明的是，作为经济统计专业的学生，只知道结论是不够的，必须有概率论和统计学的基本训练，为以后学习统计学各分支的内容、开发研究新的经济统计方法打下基础，所以编者对本书中绝大部分的性质和定理都给出了证明或证明思路，但许多证明都标注星号，对经济学和管理学其他专业的学生可以不要求掌握.最后要说明的是，本书的内容除了回归分析外也涵盖了理工科非数学专业所需的概率论和数理统计的基础知识，同时所举的部分例题和许多习题都来自工业和自然科学，因此本书也可以作为理工科非数学专业的教学参考书.

(2) 适合各层次学生的学习.对于同一门课程，由于专业和学习目标的不同，不同学生有不同的学习期望，对“概率论与数理统计”这门课程而言，有的学生希望自己能深入熟练地掌握这门课，有的学生只需要一般的了解.作为一本教材，编者认为它必须能兼顾不同学生的学习要求.为此本书中编者做了这样的尝试，把讲授

的内容分为两部分：一部分是最基本的，主要是基本的概念、结论和容易理解的推导证明，对这些内容力求说明阐述详尽易懂；另一部分内容是提高性的，以满足希望深入学习的学生的需要，同样对这部分内容，也力求做到深入浅出、通俗易懂，方便学生自学．另外，在习题中还安排了一定数量的历届考研的题目，以满足准备考研的学生的需要．考虑到目前许多高校的数量经济、金融和管理工程专业的硕士课程都开设“测度论和现代概率论”这门课，为了满足将来准备进一步深造的学生的需要，本书介绍了概率的公理化结构、随机变量和随机变量函数的严格定义．书中主要说明了为什么要把样本空间的 σ 代数作为事件域，为何要把随机变量定义为概率空间上的可测函数，而一般的近代概率论书中都没有这样的说明．编者这样做的目的是在初等概率论和现代概率论之间架起一座桥梁，使这些学生在刚开始学习现代概率论时不会感到迷茫和费解．

(3) 深入浅出的说明与详细完整的推导证明相结合，力求内容完整．本书对每个概念的来龙去脉都做了深入浅出的说明．以概率这个概念为例，先从随机事件的频率稳定性引入概率的雏形，从频率的有限可加性得出概率也应满足有限可加性这个结论，从而引入了有限可加概率的定义，并在此基础上得到了古典概型的概率计算公式；接着再引入几何概率的概念，并说明几何概率定义的合理性；以后又举例说明几何概率具有可列可加性，从而得到了可列可加概率的定义．在引入了事件域和概率空间的概念后，把古典概率和几何概率统一为事件域上的可列可加测度，最后得到了概率的完整定义．同时本书也对每个概念都浅显易懂地说明它的实际背景和意义，比如条件概率、事件的独立性和随机变量的独立性等概念就是如此．同样，对定理和公式也是这样做的，如贝叶斯公式、描述特征函数与随机变量分布的关系定理和中心极限定理等，编者都详尽地说明了它们的实际意义．这样做可以使学生对抽象的概念和结论有直观的理解．另一方面，对公式、定理的推导和证明，本书也尽可能做到详细完整，并在语言叙述上力求通顺，适合学生自学，比如求两个随机变量之和的概率密度函数，许多教材对其中的变量替换没给出具体的推导，学生往往看不懂，本书则给出了完整的推导过程，对有一定难度的证明更是如此．现在许多教材都存在这样的缺陷：一方面，对定义和定理不说明它们的实际含义和意义，就数学论数学；另一方面，推导证明省略了许多关键的中间过程，其结果是学生既不能理解定义、定理的理论含义与实际意义，也不明白它们是怎么得到的．编者认为这种写法是不妥的，所以在编写本书时，编者尽量避免犯这样的错误．

另外，“概率论与数理统计”是应用性很强的数学分支，通过学习概率统计，学生可以了解怎样从现实问题中抽象出数学概念，归纳出这些数学概念背后的数学原理，建立一套数学理论来分析解决实际问题．因此把深入浅出的说明和详细完整的推导证明结合起来是学习“概率论与数理统计”的有效方法，其实这也是学习其

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

他应用数学课程的有效方法. 另外在内容安排上，力求系统完整，例如，在第 7 章中增加了第二类错误概率的计算；在第 8 章中增加了方差的齐次性检验和多重比较.

(4) 适应科学计算软件日益普及的趋势. “概率论与数理统计”中涉及大量的数值计算问题，随着个人计算机性能的不断提高，面向个人计算机的科学计算软件日益普及，人们可以直接在个人计算机上使用这些软件来解决这些计算问题. 为此，本书做了有益的尝试，例如，在第 7 章除了介绍传统的基于分位数的假设检验方法外还介绍了 P 值检验法；在第 4 章给出了中心极限定理的计算机模拟结果；在第 7 章介绍犯第二类错误概率的计算时，采用蒙特卡罗法给出了演示结果；此外还单独编写一章介绍如何使用 MATLAB 软件来解决本书各个章节中出现的计算问题.

综上所述，编者力求把本教材编写成这样的一本教科书：如果不看标注星号的内容，本书是一本浅显易懂的概率统计入门书，适合大多数学生的需要；如果加上标注星号的部分，本书就是一本深入浅出、适合自学的具有丰富内容和一定深度的概率统计教材，以满足肯钻研、想深入学习的学生和以后准备考研的学生的需要. 但由于编者的水平有限，本书离这个目标还有一段距离，需要在今后的使用过程中不断修改和完善.

本书共分为 9 章，第 1 章为随机事件与概率，主要介绍随机事件、概率和概率空间、条件概率、事件的独立性、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式. 第 2 章为随机变量及其分布，主要介绍随机变量的定义、常见离散型随机变量的概率分布律和连续型随机变量的概率密度函数、随机变量的函数、随机变量的条件概率分布和条件概率密度函数、随机变量的独立性以及多维随机变量. 第 3 章为随机变量的数字特征，主要介绍随机变量的期望、方差、协方差、相关系数以及随机变量的特征函数等. 第 4 章为大数定律与中心极限定理，主要介绍切比雪夫不等式和常见的几种大数定律及中心极限定理. 第 5 章为抽样分布，主要介绍统计量的概念、三个常见的抽样分布以及基于正态分布总体下关于样本均值、样本方差统计量的抽样分布. 第 6 章为参数估计，主要介绍参数点点估计方法和基于正态分布总体下期望与方差的区间估计方法以及非正态分布总体下参数的区间估计. 第 7 章为假设检验，主要介绍假设检验中的基本概念和原理、正态分布总体下参数假设检验、假设检验的区间估计方法和犯第二类错误的概率以及非参数假设检验. 第 8 章为方差分析，主要介绍单因素、双因素方差分析的基本模型、原理与应用，还增加了方差的齐次性检验和多重比较内容. 第 9 章为 MATLAB 在概率论与数理统计中的应用.

本书的前言、第 1 章和第 2 章初稿由庄健编写，第 3 章初稿由刘竹林编写，第 4 章和第 5 章初稿由陈启明编写，第 6 章初稿由董梅生编写，第 7 章初稿由江海峰编写，第 8 章初稿由余明江编写，第 9 章初稿由吴小华编写. 本书各章最后由江海峰

和庄健修改定稿，其中第 8 章的定理 8.2、定理 8.4 和定理 8.6 的证明由江海峰给出，并由江海峰对全书做最后的校对.

此外，研究生李健对全书公式的编辑做了大量的工作，研究生吴瑞柳、张伟和段存章也为本教材的编写做了一定的工作，中国科学技术大学有关专家对本书的出版给予了大力支持，在此一并表示衷心的感谢.

限于编者的水平，书中疏漏和不当之处在所难免，恳请同行、专家、学者、读者不吝赐教，以便我们在将来再版时予以修正和进一步完善，从而使本书内容日臻完善.

编　者

2012 年 9 月

目　　录

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第 1 章　随机事件与概率

本章从随机试验开始，介绍研究随机现象的基本方法. 我们首先介绍随机试验、随机事件及其运算、概率测度等基本概念，然后给出概率论的公理化结构和概率空间的概念，接着讲解条件概率和事件的独立性，同时介绍全概率公式和贝叶斯公式.

1.1　随机事件及其关系

1.1.1　随机事件的概念

在自然界以及人类的工农业生产和经济社会活动中存在两种现象：一种是在一定条件下必然发生或不发生的现象. 如在一个标准大气压下，水加热到 100 ℃就一定沸腾，不沸腾是不可能的，这样的现象称为确定性现象；另一种是在一定的条件下某个结果可能发生也可能不发生，或有多种可能结果的现象. 如我们测量一个机械零件的尺寸，即使在同样条件下，由于受各种无法人为控制的偶然因素的影响，每次测量的结果都不完全一样，这样的现象称为随机现象.

研究随机现象的第一步就是研究随机试验，这是最简单的随机现象. 一个试验，如果满足以下三点：

(1) 可以在同样条件下重复进行；

(2) 试验的结果多于一个；

(3) 在试验前，其结果是不可知的，一般只知道是几个结果中的一个或在某个范围内，或只知道有某种可能性，而试验进行之后，结果是明确的.

我们就称这种试验为随机试验. 如抛硬币试验，其结果可能是正面朝上，也可能是反面朝上，在抛之前我们无法断言是正面朝上还是反面朝上，但抛了之后就知道是正面朝上还是反面朝上了，所以这是一个随机试验. 还有从袋里摸球，假设袋

中有三个球，两个红球和一个白球，球的大小、形状和质量都相同，在摸球之前，摸出的是红球还是白球是不知道的，但摸出之后，便知道是红球还是白球，因此这也是一个随机试验.

随机试验的结果称为样本点，常用 ω 表示，称所有可能结果的集合为样本空间，常用 Ω 表示. 如在抛硬币的试验中，样本点是"正面"和"反面"，样本空间是集合{正面，反面}. 若记 ω_1 = "正面"，ω_2 = "反面"，则样本空间是 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2\}$. 在摸球的试验中，样本点是"红球"和"白球"，则样本空间是 Ω = {红球，白球}.

再考察复杂一些的随机试验. 假设连续抛三次硬币，观察每次出现正面还是反面，这显然是个随机试验，因为试验结果在试验前是未知的，试验进行之后，结果是确定的. 这个试验共有八个结果，即八个样本点：

"正正正"，"正反正"，"正正反"，"正反反"
"反正正"，"反反正"，"反正反"，"反反反"

记

ω_1 = "正正正"，ω_2 = "正反正"，ω_3 = "正正反"，ω_4 = "正反反"
ω_5 = "反正正"，ω_6 = "反反正"，ω_7 = "反正反"，ω_8 = "反反反"

则样本空间为

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_8\}$$

在随机试验中，如果我们所关心的结果可以表示为样本点的集合，这个结果就被称为随机事件，简称为事件. 事件常用大写字母 A,B,C 等表示. 例如在连续抛三次硬币的试验中，如果我们关心的是"恰好出现两次正面"这个事件，则满足这样条件的样本点是

ω_2 = "正反正"，ω_3 = "正正反"，ω_5 = "反正正"

显然 $\{\omega_2,\omega_3,\omega_5\}$ 是样本空间 Ω 的一个子集. 因此一个事件 A 是样本空间 Ω 的一个子集. 如果某次试验结果为 $\omega\in\{\omega_2,\omega_3,\omega_5\}$，则发生事件"恰好出现两次正面". 反之，若出现"恰好出现两次正面"事件，则必有样本点 $\omega\in\{\omega_2,\omega_3,\omega_5\}$. 因此事件 A 发生，当且仅当试验结果，即样本点 $\omega\in A$. 但需要说明的是，样本空间的子集未必都能看作是一个事件，这将在后面的讨论中看到. 样本点本身也可以看作是事件，这时可以把样本点看作是单点集，称为基本事件，而包含两个或两个以上的样本点的事件称为复合事件. 另外，不管随机试验的结果是什么，都有 $\omega\in\Omega$，所以样本空间可以看成一个特殊的事件，称为必然事件. 又因为对任意 ω 都有 $\omega\notin\varnothing$ 成立，这样，空集也被看作是事件，这也是一个特殊的事件，称为不可能事件.

在上面的随机试验中，样本空间的样本点个数是有限的，现在我们考虑样本点的数目是无限的情形. 考察这样的随机试验，测量某一时刻落在地面某个区域上的放射性粒子的数目，这是一个随机试验. 因为粒子的数目为整数，所以样本空间为

$\Omega=\{0,1,2,\cdots\}$，这样的样本空间是无穷可数的，或称为是可列的．又如测量每天的最高气温，这也是一个随机试验，最高气温可以取实数，所以样本点可以是$(-\infty,+\infty)$上的点，样本空间为 $\Omega=(-\infty,+\infty)$，这个样本空间是无穷不可数的．

1.1.2　随机事件的运算

我们从随机现象出发提出了随机试验的概念，进而引出了样本点和样本空间的概念，又由样本点的集合出发定义了随机事件．现在我们考察随机事件的运算和它们之间的关系．在以后的讨论中，我们用同一个符号，如 A 同时表示一个随机事件和它所对应的样本空间的子集．常见的随机事件的关系和运算有如下几种：

1．事件的包含

如果事件 A 的样本点都是事件 B 的样本点，则称事件 B 包含事件 A，记作 $A\subset B$．因为若 $\omega\in A$，则 $\omega\in B$，所以 $A\subset B$ 的概率论意义是：事件 A 发生必然导致事件 B 发生．考察前面连续抛三次硬币的例子．记 $A=$“恰好连续出现两次正面”，$B=$“恰好出现两次正面”，则 $A=\{$正正反，反正正$\}$，$B=\{$正反正，正正反，反正正$\}$，所以 $A\subset B$．特别地，如果 $A\subset B$，又有 $A\supset B$，则称事件 A 等于事件 B，记作 $A=B$．

2．事件的对立

设 A 为一个事件，由样本空间 Ω 中的所有不包含在事件 A 中的样本点构成的事件称为事件 A 的逆事件或对立事件，记作 $\bar{A}$，即 $\bar{A}=\{\omega:\omega\notin A\}$．这时，若 $\omega\in A$，必有 $\omega\notin\bar{A}$；若 $\omega\in\bar{A}$，必有 $\omega\notin A$．在抛三次硬币的试验中，记 $A=$“恰好出现两次正面”，则

$$A=\{\text{正反正，正正反，反正正}\}$$

$$\bar{A}=\{\text{正正正，反正反，正反反，反反正，反反反}\}$$

3．事件的交

由同时属于事件 A 和事件 B 的样本点构成的事件称为事件 A 与事件 B 的交，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{\omega:\omega\in A$ 且 $\omega\in B\}$．若 $\omega\in A\cap B$，则 $\omega\in A$ 且 $\omega\in B$，故若 $A\cap B$ 发生，则事件 A 和事件 B 都发生．为简洁起见，$A\cap B$ 也记为 AB．

4．事件的并

由所有属于事件 A 和事件 B 的样本点的全体构成的事件称为事件 A 与事件 B 的并，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{\omega:\omega\in A$ 或 $\omega\in B\}$．若 $\omega\in A\cup B$，则 $\omega\in A$ 或 $\omega\in B$．换言之，事件 $A\cup B$ 发生表示事件 A 和事件 B 中至少有一个发生．

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com