

三维点采样模型的 几何处理和形状造型

缪永伟 肖春霞 著



科学出版社

三维点采样模型的几何处理 和形状造型

繆永伟 肖春霞 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是介绍三维点采样模型数字几何处理的一本专著。全书对三维点采样模型几何处理和形状造型的一些核心领域进行了详细介绍,包括点采样模型几何处理中的基本问题、点采样模型的参数化方法、点采样模型的分片方法、点采样模型的光顺去噪方法、点采样模型的简化重采样方法、点采样模型的形状修复和纹理合成方法、点采样模型的形状造型方法、点采样模型的形状变形方法等,这些内容构成了一个较完整的点采样模型数字几何处理框架,书中所提出算法下实现的大量应用实例验证了算法的有效性、实用性和通用性。

本书可以作为高等学校计算机、应用数学、机械工程、电子工程、航空、造船、轻工等专业高年级本科生或研究生的参考书,也可供计算机图形学、计算机辅助设计、数字娱乐、文物保护等领域的科技人员阅读。

图书在版编目(CIP)数据

三维点采样模型的几何处理和形状造型 / 缪永伟, 肖春霞著.

—北京: 科学出版社, 2014.9

ISBN 978-7-03-041894-4

I. ①三… II. ①缪… ②肖… III. ①计算机图形学
IV. ①TP391.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 211409 号

责任编辑: 任 静 田 悦 责任校对: 张怡君

责任印制: 肖 兴 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 9 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2014 年 9 月第一次印刷 印张: 12 3/4 插页: 10

字数: 242 000

定价: 64.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

序

栩栩如生、神态各异的角色和动漫形象使计算机动画和游戏充满了神奇的魅力。同样，在游览历史遗迹时，人们也常常为文物历经千年风雨仍留存的丰富细节所惊叹。如何构建具有复杂细节的角色外形？如何记录和保存历史文物的沧桑外貌？上述问题对基于曲线、曲面表示的传统几何造型技术构成了极大的挑战。

随着三维扫描技术的日益普及和广泛采用，人们可通过精细的三维扫描设备获取物体表面的大量三维采样点，然后基于这些采样点准确地重构物体表面细节。新的建模技术使得数字几何处理技术诞生并发展。

在复杂外形建模的众多方法中，网格模型是目前最流行的表示方法。在该模型中，采集到的表面离散采样点被连接成覆盖物体外形的三维网格。经过多年的发展，网格模型在光顺去噪、形状编辑、分片及参数化、多分辨率表示、实时绘制等方面形成了一整套成熟的技术，并被广泛采用。但对网格模型进行数字几何处理时需要时刻维持模型的拓扑一致性；对具有丰富细节的物体，其网格模型的构建将导致极为庞大的数据结构，所占用的存储量和计算量十分惊人。在这种形势下，直接基于离散点的三维物体表示方法因其造型简洁、表达能力强成为人们关注的热点。

与基于连续面片表示的网格模型不同，点表示模型仅仅在物体表面的离散采样点处记录了物体的几何信息。因此点表示模型面对的基本问题是如何基于这些离散的采样点重构表面的局部几何形状，如何估计离散采样点处表面的微分几何性质(如法向、曲率等)，如何对点模型表面进行分片和参数化，如何对其进行形状调节和几何编辑等。此外，由于在点采样过程中不可避免地存在噪声、空洞以及局部信息缺失，对点采样信息的预处理也是一个十分重要的问题。

本书对三维离散点采样模型几何处理和形状造型的基本理论和算法做了较全面的介绍，不仅涉及点采样模型的微分属性估计、参数化、分片、光顺去噪、重采样、形状修复、多尺度分析、几何编辑和形状变形等问题，而且涉及采样点邻域选取、特征分析和检测、表面细节迁移与调控等深层次问题，书中给出的大量实验图例展示了所介绍方法的有效性和实用性。本书作者长期从事数字几何处理方面的研究，书中的许多内容反映了他们多年的研究积累和成果。

尽管数字几何处理研究已开展近二十年，但国内关于这一领域的系统性的学术专著仍十分鲜见。希望本书的出版能帮助读者全面掌握点采样模型数字几何处理的基本理论和方法，激发新的学术思想，推动本领域的继续发展。

彭群生

浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室

2014 年 9 月

前 言

随着工业界应用需求的不断增加和数字化生产与消费的长期驱动，三维数字几何模型大量出现并得到了广泛使用，推动了学术界对三维数字模型的获取和存储、几何处理、形状造型、真实感绘制等方面开展研究，促进新的研究领域——数字几何处理（Digital Geometry Processing, DGP）的产生和快速发展。这门从 20 世纪 90 年代中后期发展起来的学科，已成为计算机图形学、计算机辅助设计、计算机视觉、数字信号处理等学科的研究热点。

随着三维数字扫描仪几何获取能力的不断增强，将现实世界中高度复杂的物体数字化成三维几何模型已经成为可能。现代三维扫描设备，如激光测距扫描仪和光学扫描仪，能够获取模型表面大量的离散采样点数据。由三维扫描仪获取的数字几何在医学辅助诊断、数字娱乐、工业设计、医药卫生、航天模拟、电子商务、文物保护等方面获得了广泛的应用。为了构建理想的三维场景，通常需要对从现实世界获取的或手工生成的原始数据进行处理，这就涉及三维物体曲面表示的几何处理和形状造型。

面向以离散采样点为表面表达方式的三维点采样模型的数字几何处理，由于三维采样点数据获取方便、数据结构简单等优点，已成为计算机图形学中的一个重要的研究领域。在作者多年来从事基于点的图形学研究与应用的基础上，结合其研究成果，本书对三维点采样模型几何处理和形状造型的一些核心领域进行了详细介绍，构成了一个较完整的点采样模型数字几何处理框架，书中所提出算法下实现的大量应用实例验证了算法的有效性、实用性和通用性。

本书受国家自然科学基金项目(61272309、61070126)和浙江省自然科学基金项目(Y1100837)资助出版。在本书的编写过程中，得到浙江大学彭群生教授、冯结青教授、金小刚教授等的大力支持和指导。在此，特向多年来关心和支持我们开展图形学研究的专家和学者表示衷心感谢。

由于作者水平有限，书中的疏漏在所难免，望读者能够给予批评指正。

作 者

2014 年 5 月于杭州

目 录

序

前言

第 1 章	绪论	1
1.1	三维数字几何数据的表达方法	1
1.1.1	三角网格表示	2
1.1.2	离散采样点(点元)表示	2
1.2	点采样模型的计算机生成流程	4
1.2.1	三维数据获取	4
1.2.2	曲面重建和表示	5
1.2.3	几何处理和形状造型	8
1.2.4	基于点的绘制	8
1.3	点采样模型几何处理和形状造型	9
1.3.1	三维扫描数据点的获取	10
1.3.2	点采样模型预处理	11
1.3.3	表面属性分析	13
1.3.4	特征提取	14
1.3.5	曲面简化和重采样	15
1.3.6	形状造型	16
1.3.7	纹理合成	18
1.3.8	点采样模型的动画	18
1.4	全书内容组织结构	19
第 2 章	点采样模型几何处理中的基本问题	21
2.1	采样点邻域的选取	21
2.1.1	欧氏邻域	22
2.1.2	K -最近点邻域	22
2.1.3	投影邻域	22
2.2	Meanshift 邻域选取	23
2.3	点采样模型的微分属性估计	26
2.4	基于能量极小原理的曲率估计	28
2.4.1	基于面元的曲率估计	28

2.4.2	基于点云的曲率估计	30
2.5	基于投影方法的微分属性估计	31
2.5.1	微分几何理论	31
2.5.2	主曲率和主方向计算	32
2.5.3	算法截线的法曲率	33
2.5.4	投影方法	33
2.5.5	实验结果	34
2.6	本章小结	36
第 3 章	点采样模型参数化方法	38
3.1	三维模型参数化	38
3.2	点采样模型参数化	40
3.3	点采样模型调和映射参数化	40
3.3.1	点采样模型参数化方法	40
3.3.2	基于调和映射球面中值性质的权因子构造	42
3.3.3	调和映射参数化中权因子的确定	44
3.3.4	实验结果和讨论	44
3.4	基于统计的分片参数化方法	46
3.4.1	多维尺度分析参数化方法	46
3.4.2	实验结果与讨论	47
3.5	本章小结	49
第 4 章	点采样模型的分片方法	50
4.1	三维模型的分片概述	50
4.2	三维模型的分片方法	51
4.3	基于聚类的点采样模型分片方法	52
4.4	基于 Level Set 的交互式区域分割方法	55
4.4.1	Level Set 方法	55
4.4.2	点采样模型测地线求取和交互式区域分割	56
4.5	本章小结	62
第 5 章	点采样模型的光顺去噪方法	64
5.1	三维模型的光顺去噪	64
5.2	基于平衡曲率流方程的点采样模型光顺算法	65
5.2.1	鲁棒的各向异性流	66
5.2.2	保体积流	69
5.2.3	动态平衡曲率流	70

5.2.4	实验结果与讨论	73
5.3	点采样模型的非局部去噪算法	75
5.3.1	非局部去噪基本原理	75
5.3.2	点采样模型采样点几何灰度值	76
5.3.3	点采样模型 NL-Means 去噪算法	77
5.3.4	聚类加速计算	79
5.3.5	实验结果与讨论	80
5.4	本章小结	83
第 6 章	点采样模型的简化重采样方法	84
6.1	大规模点采样模型的简化	84
6.2	三维模型的简化重采样	85
6.3	自适应带宽 Meanshift 理论和方法	86
6.4	基于 Meanshift 聚类的点采样模型简化重采样	89
6.4.1	Meanshift 局部模式点的层次聚类	90
6.4.2	曲面 Splat 面元表示	90
6.4.3	实验结果与讨论	90
6.5	基于 Gaussian 球细分的形状 Isophotic $L^{2,1}$ 误差分析	96
6.6	基于 Gaussian 球映射的点采样模型简化重采样	99
6.6.1	特征敏感重采样算法框架	99
6.6.2	利用索引扩散的采样点初始聚类	100
6.6.3	合并孤立采样点	102
6.6.4	优化聚类生成正则化的圆盘形聚类	102
6.6.5	生成简化代表面元	103
6.6.6	利用椭圆 Splatting 技术绘制简化点采样模型	103
6.6.7	实验结果与讨论	104
6.7	本章小结	108
第 7 章	点采样模型的形状修复和纹理合成方法	110
7.1	三维模型的形状修复和纹理合成概述	110
7.2	三维模型的形状修复	112
7.3	点采样模型的纹理修复	113
7.4	点采样模型的几何修复	115
7.4.1	模型几何细节编码	115
7.4.2	基于上下文的几何修复	116
7.4.3	结构扩散的几何修复	117
7.4.4	几何克隆技术	118

7.4.5	实验结果与讨论	119
7.5	纹理合成相关工作	119
7.6	基于 EM 算法的图像纹理合成	120
7.7	点采样模型纹理合成预处理	121
7.7.1	点采样模型均匀聚类剖分	121
7.7.2	具有重叠区域的计算单元块构建	122
7.7.3	三维表面纹理方向场的建立	122
7.7.4	计算单元块的局部参数化	123
7.8	基于全局优化的点采样模型纹理合成	124
7.8.1	点采样表面上纹理能量方程的建立和求解	124
7.8.2	基于流场引导的可控纹理合成	127
7.8.3	纹理表面的几何粗糙感	128
7.8.4	实验结果	129
7.9	本章小结	130
第 8 章	点采样模型的形状造型方法	131
8.1	三维模型的编辑造型	131
8.2	点采样模型的形状造型系统	131
8.3	点采样模型的多分辨率形状编辑	132
8.3.1	多分辨率基曲面定义	133
8.3.2	几何细节表示	136
8.3.3	基于几何细节映射的几何造型	136
8.3.4	几何细节迁移	139
8.3.5	实验结果与讨论	142
8.4	点采样模型的高频细节调控	143
8.4.1	理论基础	143
8.4.2	高频几何细节定义	144
8.4.3	高频几何细节调控	147
8.5	点采样模型的保持高频细节编辑	154
8.5.1	生成简约采样点集	154
8.5.2	保细节编辑简约采样点集	155
8.5.3	扩散变形场	157
8.5.4	实验结果	158
8.6	本章小结	161
第 9 章	点采样模型的形状变形方法	162
9.1	三维模型的形状变形	162

9.2	点采样模型的静态建模和动态造型	163
9.3	点采样模型的保细节形状编辑	163
9.3.1	法向几何细节定义	163
9.3.2	点采样模型的保细节编辑	165
9.3.3	实验结果	166
9.4	点采样模型的形状 Morphing	167
9.4.1	大规模点采样模型数据的参数化	168
9.4.2	特征点匹配	168
9.4.3	参数域类聚合并和映射生成	170
9.4.4	Morphing 路径问题	171
9.5	点采样模型 Morphing 中动态重采样	172
9.6	基于分片的点采样模型 Morphing	172
9.6.1	点采样模型 Morphing	172
9.6.2	实验结果与讨论	173
9.7	本章小结	175
第 10 章	总结与展望	176
10.1	总结	176
10.2	工作展望	178
参考文献		180
彩图		193

第 1 章 绪 论

继 20 世纪 70 年代出现数字声音, 80 年代出现数字图像和 90 年代早期出现数字视频之后, 90 年代晚期出现的三维数字几何已经成为工业界和学术界广泛关注的第四种数字化媒体。随着获取三维数据的计算机硬件设备和软件技术的不断发展, 加上与计算机网络技术的日益融合, 三维数字几何在医学辅助诊断、数字娱乐、工业设计、医药卫生、航天模拟、电子商务、文物保护等领域获得了广泛的应用, 产生了越来越深远的影响。面向三维几何数据的数字几何处理已成为计算机图形学、计算机辅助设计、计算机视觉、数字信号处理等学科的研究热点。在这一领域中, 新概念、新理论、新技术、新算法、新工具正在不断涌现、方兴未艾, 人们有理由相信三维数字几何作为一种崭新的数字化媒体将改变现代数字多媒体和网络通信的基础结构, 进而影响到社会生活的各个方面。

继以三角网格模型为研究对象的网格数字几何处理之后, 以离散采样点为表面表达方式的三维点采样模型由于其数据获取方便、数据结构简单等优点, 已成为计算机图形学中的一个重要的研究领域(胡国飞, 2005; 苗兰芳, 2005; 肖春霞, 2006; 缪永伟, 2007, 2009)。三维点采样模型数字几何处理的深入研究和广泛应用, 迫切需要从理论到实践的升华、迫切需要对新概念的确切理解和学术认同来获取成熟实用的新算法、新技术。然而作为新的几何曲面表达形式, 与传统的数字图像处理和视频处理等相当成熟的技术相比, 点采样模型的数字几何处理尚处在一个发展阶段。本书从几何处理和形状造型两个角度, 对三维点采样模型数字几何处理的一些核心领域进行了介绍和深入研究, 初步构成了一个完整的点采样模型数字几何处理框架, 书中所提出算法下实现的大量数字几何处理应用实例验证了算法的有效性、实用性和通用性。

1.1 三维数字几何数据的表达方法

在数字几何处理中一个基本的问题是如何选取合适的曲面表示方式, 即通过什么样的数学描述方式在计算机上表示一个三维物体的表面。在过去的数十年中, 面向不同的应用领域, 研究者提出了多种不同的曲面表示方式。例如, 在汽车和飞机等机械设计领域主要采用非均匀有理 B 样条曲面(NURBS) (Farin, 2002); 在医学应用领域通常采用水平集(level set) (Museth et al., 2002)、径向基函数(radial base function) (Velho et al., 2002)等隐式曲面表示方法; 然而在游戏、电影等工业领域人们则主要采用曲面的多边形表示方法。在这些表达方法中, 曲面的三角网格表示方法由于其数据结构相

对简单, 处理方便而占有主导地位(DeRose et al., 1998; Botsch et al., 2007)。然而, 曲面的离散采样点(点元)表示方法作为一种最新的三维几何表面表示方法获得了学术界和工业界的广泛关注(Gross et al., 2007)。下面分别对这两种表示方法进行介绍。

1.1.1 三角网格表示

在许多工业应用和商业软件(如 Alias、Softimage、Maya 和 3DMAX 等)中, 三角网格是一种常用的几何物体表面的表示形式, 特别是在处理性能要求较高的应用中, 三角网格已取代了传统的 NURBS 曲面等曲面表示形式, 主要原因有以下几个方面。

(1) 三角网格具有强大的物体表面表示能力, 任何拓扑和任意形状模型外表面都能用三角网格进行表示, 而且这种表示方式不需要满足复杂的片内光滑条件。

(2) 对三角面片的几何处理和绘制已得到高速图形硬件的支持。

尽管三角网格作为一种简单实用的曲面表示方式在几何造型等领域中表现出其特有的优势, 然而, 随着现在实际使用的三角网格模型数据量越来越大, 所表现的几何模型越来越复杂, 三角网格表示方法也表现出了其局限性和不足, 有些甚至是难以克服的困难。

(1) 三角网格模型需要基于三维扫描仪等设备的原始采样点数据进行曲面重建而获得, 由于采样点数据含有噪声, 采样曲面包含裂缝, 加上原始数据量巨大, 有的甚至有数亿个点(Levoy et al., 2000), 所以现有的曲面网格重建算法难以取得满意的效果而且计算量巨大。

(2) 大多数三角网格的几何处理算法需要维护二维流形表面的拓扑一致性, 从而使这些算法变得复杂。例如, 在网格模型简化时, 对删去一个顶点的空洞区域需要进行重新三角化; 而频繁变形的模型表面则需进行动态的局部网格重建来避免极度变形后出现的网格过度拉伸和扭曲现象(Kobbelt et al., 2000; 周昆, 2002)。

(3) 从绘制的角度来看, 由于三维网格模型的数据量越来越大, 而显示器的分辨率却没有以相应的速度跟进, 数百万个三角形的网格模型投影到计算机屏幕上后, 一个屏幕像素可能含有多个待绘制的三角形, 此时采用传统的累加光栅化三角网格算法进行绘制已失去了意义, 导致现有的高速网格图形硬件难以发挥其优势。对于高度复杂的几何模型基于采样点的绘制将是一种更好的绘制算法。

由于三维网格模型建模和绘制的上述缺点, 研究者提出了一种基于离散采样点的三维模型表面表示方法(Gross et al., 2007)。

1.1.2 离散采样点(点元)表示

在计算机图形学领域, 离散采样点(点元)表示作为一种新的曲面表示方法引起了学术界的极大关注, 对三维点采样模型的有效表示、几何处理、形状造型和绘制已有了相当多的研究。例如, 国际电气和电子工程师协会(IEEE)和欧洲图形学学会(Eurographics)联合主办的基于点的图形学研讨会(Symposium on Point-Based Graphics)

已经连续举行了多届。人们之所以对三维点采样模型产生了极大兴趣,除了三角网格表示方法所面临的困境,主要还有如下四个原因。

(1)在当前计算机图形学应用中涉及的三角网格模型的数据量呈几何数增长。利用计算机进行有效管理、处理、操作如此庞大数量级的网格模型的拓扑连接关系需要巨大的开销,使得人们开始质疑三角网格作为三维图形基本表示单元的前景。

(2)先进的三维数字照相机和三维扫描仪系统不仅能获取现实世界中复杂物体的几何信息,还能获取表面外观属性(appearance)如物体表面颜色纹理信息等,通过这些技术生成巨大数量的表面采样点。犹如图像中像素作为其基本的数字单元一样,这些表面采样点便构成了三维物体几何和外观属性的基石。人们希望直接基于这些离散采样点来表示复杂的三维几何模型,并能直接对点采样模型进行编辑造型,从而避免通过烦琐的曲面重建来获得三角网格模型。

(3)点采样模型已拥有成熟的绘制技术,例如, Qsplat 方法、椭圆加权平均(Ellipse Weighted Average, EWA)方法等,它们已经能够快速生成高质量的绘制效果,可支持交互式编辑和造型操作,这使得学术界更加坚信点元作为曲面表示基元的巨大前景。

(4)基于稠密采样和成熟的绘制技术,点采样模型可以比网格模型表示更加丰富的表面细节。尤其在处理一些复杂三维模型(如三维雕塑模型)时,采用点采样模型是一种更理想的表示方法。

三维点采样模型通常采用离散的采样点集来表示连续的三维物体外表面。具体地说,在连续的模型外表面上,按一定的规则(如均匀采样、基于曲率变化的采样等)进行采样,产生一系列称为曲面采样点的三维点坐标 $p_i (i=1,2,\dots,n)$, 其中 n 为采样点数目,每一采样点 p_i 可能附加有法向量、表面外观属性(如纹理颜色)和其他材料属性等。这样的曲面称为点采样曲面(point-sampled surface)或点集曲面(point set surface),由离散采样点集表示的模型称为点采样模型或点集模型,也简称为点模型(point-sampled model 或 point-sampled geometry)。三维模型表面的三角网格和点元表示如图 1.1 所示。

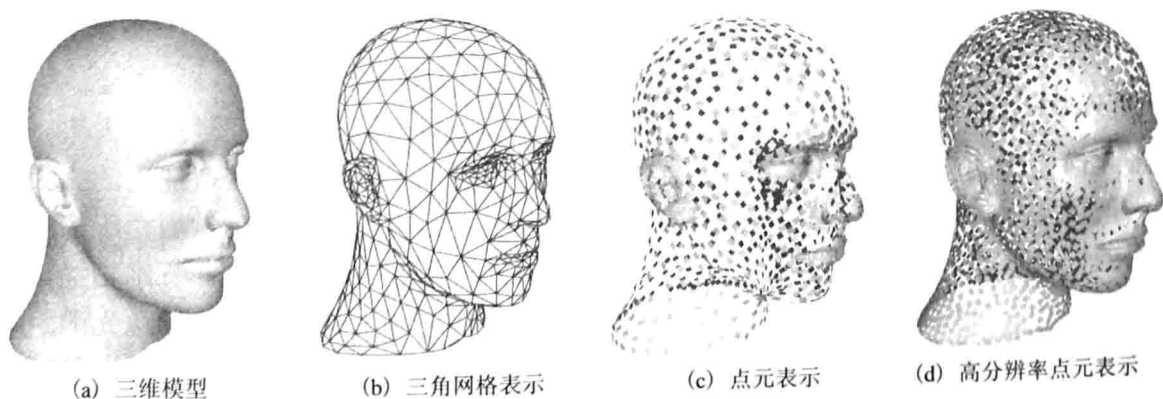


图 1.1 三维模型表面的三角网格和点元表示

下面将介绍三维点采样模型在计算机中的生成流程，包括三维数据获取、曲面重建和表示、几何处理和形状造型、基于点的绘制等。

1.2 点采样模型的计算机生成流程

一般地说，有两种方式可以获取三维数据：一种方法是通过交互的曲面造型软件和算法构建；另一种方法即采用三维扫描仪等设备对物理模型进行离散采样。随着所需三维几何模型越来越复杂，由于第一种方法耗时且难以构建现实世界中的物理模型，第二种方法逐渐占据主导地位。市场上大量出现的各种档次的三维扫描仪的几何获取能力和数据质量已足以满足实际应用的需求。

基于三维扫描技术的点采样模型计算机生成流程如图 1.2 所示(Pauly, 2003)。首先三维扫描仪对物理模型进行数字化采样获得该模型的原始扫描数据，然后通过适当的曲面表示方法对这些原始数据进行局部重建以获取局部几何信息，并方便后续的几何处理和形状造型，最后采用适当的绘制方法将造型结果绘制并显示在计算机屏幕上。在后续各小节中将对这些步骤加以详细论述。

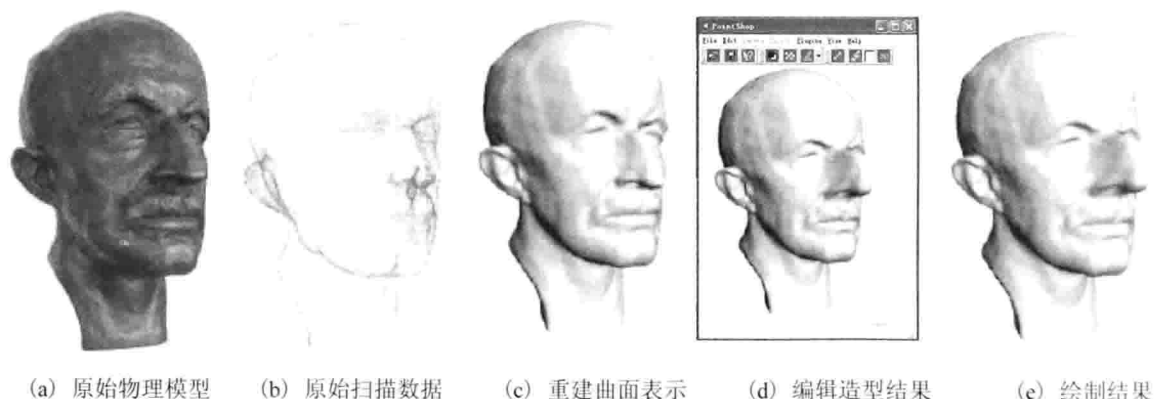
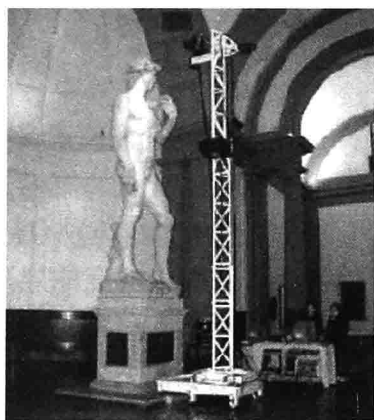


图 1.2 三维点采样模型的计算机生成流程

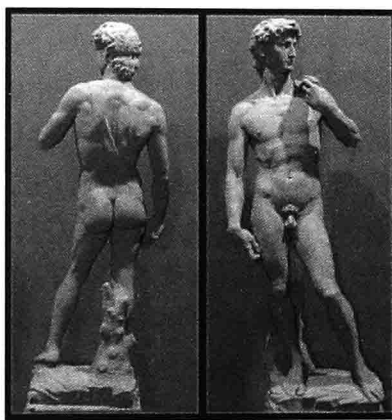
1.2.1 三维数据获取

尽管几何造型技术已经发展了多年，但手工制造几何模型的烦琐过程大大阻碍了三维几何模型的应用。由于各种档次的三维扫描仪提供的三维数据获取能力的大大发展，把现实世界中的物体数字化成三维几何模型已经不再困难。这个领域由于商业上实用的硬件和软件技术使得获取三维数据和几何外观属性变得更容易。三维扫描设备作为获取物理模型表面数字化表示的广泛使用的工具，常用的扫描仪包括激光测距扫描仪(Levoy et al., 2000)和结构化的光学扫描仪(structured light scanners)(Gruss et al., 1992)。三维扫描仪应用的一个著名例子是斯坦福大学的数字米开朗基罗计划(Levoy et al., 2000)(图 1.3)，该项目通过一整套三维扫描硬件和三维重建软件系统完成了一些

大型雕塑(如 David 模型)的数字化过程,整个工程动用了 22 人和 480 个扫描仪,主扫描仪高 7.5m, 重达 800kg, 最高扫描精度为 0.29mm, 完成 1080 人时工程量,扫描生成的 David 雕塑模型包括 400 万个采样点,总数据量达到 32GB。



(a) 3D 实物扫描示意图



(b) David 雕塑模型包括 400 万个采样点

图 1.3 斯坦福大学的数字米开朗基罗计划

采用扫描仪获取的数据通常为离散的采样点集,基于不同的采样设备,每个点通常还包含一些属性,如颜色、材质和测量自信度等。对高度复杂的模型(如自交、卷曲的模型)进行扫描时,由于扫描设备的局限性,获取的几何模型可能不完整,即模型会包含孔洞和裂缝等缺陷,相应的表面颜色纹理也会有所缺失;此外获取的模型可能包含外围线(outlines)、浮游点或偏离于原始曲面的噪声等,如图 1.4 所示。因此获取的原始数据需要进行预处理(Weyrich et al., 2004)以获得满意的结果,便于随后的几何处理和绘制等。

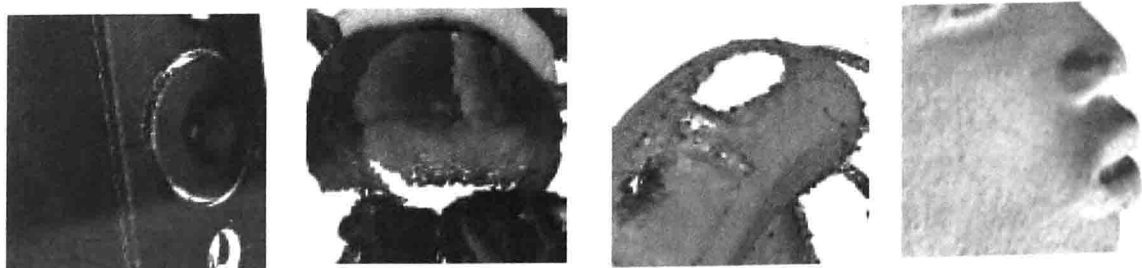


图 1.4 三维扫描仪获取的有缺陷的扫描数据

1.2.2 曲面重建和表示

由于扫描获取到的数据是离散点云和附在点上的相关属性,需要将离散点转化为适当的表现形式,例如,三角网格模型表示和点采样模型表示等,才能将原始数据在计算机上显示出来。

曲面重建是几何造型和计算几何中的一个重要研究领域(Hoppe et al., 1992;

Curless et al., 1996; Eck et al., 1996; Amenta et al., 1998)。假设原始曲面是一个二维光滑流形，曲面重建的目标是为这些离散的采样点云构建一个连续的曲面。基于点元的几何表示方法其基元是离散点集，包括每个点的三维坐标 p_i 、对应的法向 n_i 和附有的颜色与材质属性等，下面介绍几种典型的点采样模型表示方式。

1. 基于纯采样点元的表示

在基于纯采样点元的表达方式中，三维模型表面的采样点是纯几何意义上的点，即只有几何位置、法向，但没有点的面积。点的法向也可通过对采样点邻域内采样点集合的协方差分析法(covariance analysis)计算得到，再通过最小生成树方法(Hoppe et al., 1992)为所有点元获取全局一致的法向，其中采样点邻域可通过采样点的层次空间剖分技术(K-D 树、BSP 树和八叉树等)来计算。根据逼近理论，点云实际上是真实物体表面的一种分片常数的表面逼近，相对于每个坐标分量函数，如果在模型表面采样点之间具有平均空间，则其逼近误差为 $O(h)$ (Davis, 1975)。这意味着表面几何形状的逼近误差由采样点之间的空间距离决定，因此采样率必须与表面面积相适应，即使在平坦表面区域也与边、角点等曲折区域有着同样采样密度。相同面积内采样点数越小，其平均空间越大，其逼近误差也越大。事实上，采样点数与逼近误差的平方成反比。基于纯采样点元的表达方法首先被 Grossman 等(1998)用到点采样模型绘制中，但由于其巨大的存储量和其他缺点(Kobbelt et al., 2004)，人们需要一种更好的点采样模型表示方法。

2. 表面面元 Splats 表示

对于由离散采样点表示的三维模型，为了绘制出视觉上连续的图像，Zwicker 等 (2001a) 提出了面向绘制的表面面元 Splats 表示，这种面元在相邻采样点之间架起一座桥梁。在这种方式中，每个采样点与它的法向、半径定义了物体空间中的一个圆盘，如图 1.5 所示。



图 1.5 点元的面元 Splats 表示(Zwicker et al., 2001a)

椭圆面元提供了一种相对于表面曲率的自适应局部优化表示，这种面元由两个切向轴和它们各自相应的半径所定义。如果这两个轴和表面主曲率方向一致并且其半径