



考研数学专项决胜

概率论与数理统计快速通关

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会◎编著

购书 **三重
大礼**

1. 1160元名师在线课程
2. 1880元YY在线课程
3. 海量增值资料下载

offcn 中公·考研

考研数学专项决胜

概率论与数理统计快速通关

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会◎编著

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

考研数学专项决胜. 概率论与数理统计快速通关 / 全国硕士研究生入学统一考试研究委员会编著.
—北京:世界图书出版公司北京公司,2014.2

ISBN 978-7-5100-7578-0

I. ①考… II. ①全… III. ①概率论-研究生-入学考试-自学参考资料 ②数理统计-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①Q13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 026499 号

考研数学专项决胜·概率论与数理统计快速通关

编 著: 全国硕士研究生入学统一考试研究委员会

责任编辑: 夏 丹 孙志荣

装帧设计: 中公教育图书设计中心

出 版: 世界图书出版公司北京公司

出 版 人: 张跃明

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(地址: 北京朝内大街 137 号 邮编: 100010 电话: 64077922)

销 售: 各地新华书店

印 刷: 三河市鑫利来印装有限公司

开 本: 850 mm×1168 mm 1/16

印 张: 12.5

字 数: 240 千

版 次: 2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷

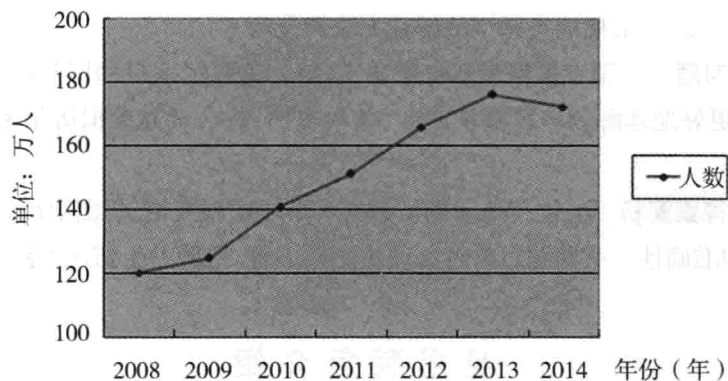
ISBN 978-7-5100-7578-0

定 价: 26.00 元

版权所有 翻印必究

专项深度复习 数学一次通关

近几年,全国硕士研究生入学统一考试竞争日趋激烈,2008年全国硕士研究生入学统一考试共有120余万考生,历经短短6年的时间,截至2014年报考人数就已经攀升到172万人。与“考研热”持续升温紧密伴随的必然是竞争的日趋激烈与备考难度的逐年上升,而初试作为考研这场战争的第一场战役,自然是广大考生的兵家必争之地。作为考研三大公共科目之一,考研数学的分数直接决定了初试总分的高低。因为,相对于其他两门公共课,考研数学对总分贡献的权重更大。因此,基础扎实、综合应用能力较强的考生更容易通过数学拉开差距,确立优势,为冲刺理想的高校奠定基础。



2008年~2014年研究生入学考试报考人数统计图

那么,如何备考才能取得数学高分?这就要求考生对考研数学的命题规律、考查方向和试题特点有准确的把握,对考研数学所要求的知识有高度的认识与理解。而要实现上述目标,就必须经过深度的专项复习与训练。为此,我们精心编写了“考研数学专项决胜”系列丛书,包括《考研数学专项决胜·高等数学快速通关(数学一、二适用)》《考研数学专项决胜·微积分快速通关(数学三适用)》《考研数学专项决胜·线性代数快速通关》《考研数学专项决胜·概率论与数理统计快速通关》。

本系列丛书严格按照教育部制定的最新考研数学大纲要求和最新精神编写,力求为考研学子带来最全面的考试复习内容和最高效的学习方法。

丛书结构说明

本系列丛书以独特的视角建立完善的理论体系和方法体系,内容通俗易懂、浑然一体。丛书分册的每章均由以下七个部分构成:

■ **学习提要** ■ 提纲挈领地总结本章的主要内容,根据历年考试中命题特点指明本章知识点在考试中的重要程度,详细说明各章的复习目标,分析本章的重点、难点以及与其他章节的联系,并给出合理的备考建议。

■ 考试要求 ■ 与最新考研数学大纲中的考试要求完全对接,并对数一、数二、数三考试大纲不同的地方进行详细批注,更有针对性。其中,以上标“①”“②”“③”的形式标示数一、数二、数三单独测查的考点,让考生明确复习方向及复习重点,做到有的放矢。

■ 读图记考点 ■ 将大纲中所有考点以框架图的形式呈现,方便读者从宏观把握关键考点及考点的内在联系。依据大纲中“了解”“理解”“掌握”等不同程度的要求进行标记,其中要求“了解”的考点不标记,要求“理解”的考点标记“☆”,要求“掌握”和“会”的考点标记“★”,考生通过读图的形式,轻轻松松记考点。

■ 核心知识全解 ■ 从最基础的角度切入,对大纲所要求的概念、性质、定理、公式进行了全面的呈现和解析,完全契合大纲,无超纲和脱纲内容;对相似点进行对比,对易错点进行标注,注重知识点之间的衔接关联,既细致深入,又突出要点。

■ 经典题型与方法技巧 ■ 精选经典例题,按照题型进行科学归类,通过典型例题的分析解读,洞悉考试命题规律、总结考试应对策略。方法技巧部分点出了题目涉及的考点、解题思路、注意事项等,帮助考生做到举一反三,掌握同类题型的解题方法和技巧。

■ 本章同步练习题 ■ 编者根据最新命题动向,精心编写了适量的同步练习题,以便考生能通过系统的解题训练,更好地理解 and 掌握基本内容、基本解题方法,全真模拟历年考题,达到巩固、强化与提高的目的。

■ 同步练习题答案解析 ■ 同步练习题的答案和解析清晰简洁,思路明确,过程深入浅出,助力考生提高解题速度和准确性。有些题目的解法注重一题多解,帮助考生拓展思路,累积方法。

丛书特色介绍

特色一 重视基本概念和基本运算

相对于其他学科,考研数学更加重视对基本概念的理解和基本运算的掌握,每年都有很多考生在最基础的问题上丢分。鉴于此,本套丛书更加注重对知识点精确的阐述和清晰的解释,对重要的概念、性质和定理都从不同侧面帮助考生进行理解。

特色二 重视知识体系的系统搭建

考研数学考查的是考生在数学应用中的综合能力,需要考生系统把握学科知识体系,综合运用所学基本知识分析问题、解决问题。因此,考生不能仅仅满足于对单一考点的逐个把握,更重要的是要掌握知识点之间的联系,建立总体的知识框架。因此,在“读图记考点”部分,编者对考点进行了精准解析和系统梳理。同时,在“核心知识全解”部分,除了讲解核心考点之外,更加注重对知识点之间结合点的阐释,力求为考生呈现一个清晰、完整的逻辑知识体系,为综合运用打好基础。

特色三 重视思想方法的归纳和总结

本书在每一节中都有对本部分考点的解析和方法技巧的总结,并且对所有例题的重要思想方法进行归类,帮助考生把握题目中各个知识模块间的内在联系,并掌握相应的解题思路。通过不断积累解题经验和归纳方法技巧,考生在考试中能更快地找到解题的切入点。

特色四 重视复习效果的测查

本书在每一章的最后,有针对本章主要内容和考点精选的习题,使考生保持足够的训练量,提高

考生解题的熟练度和准确度。所选习题附在各章之后,考生可通过独立解题,熟悉基本概念、基本理论和基本方法在解题过程中的应用;还可对照答案解析,查找错误原因和存在的薄弱环节,及时调整复习侧重点。

本系列丛书是考研应试者的良师益友,也是各类院校的学生自学数学、提高数学水平和教师进行教学辅导的极有价值的参考书。殷切期待广大读者对丛书提出宝贵意见,促进我们更快成长,让丛书更好地帮助广大考生。

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会

二〇一四年五月于北京

目录

contents

第一章 随机事件和概率

学习提要	1
考试要求	1
读图记考点	2
核心知识全解	3
一、随机事件	3
(一) 随机事件的相关概念	3
(二) 事件的关系及运算	3
(三) 事件运算的性质	5
二、随机事件的概率	5
(一) 概率的相关概念	5
(二) 概率的性质	6
(三) 概率的类型	6
三、事件的独立性	7
(一) 事件的独立性的概念	7
(二) 独立事件的性质	7
(三) 独立重复事件的概念	7
(四) 伯努利概型	8
经典题型与方法技巧	8
一、随机事件	8
题型 1——利用随机事件相关概念解题	8
题型 2——利用事件关系及性质解题	8
二、随机事件的概率	9
题型 1——利用概率的性质解题	9
题型 2——有关古典型概率的题目	10
题型 3——有关几何型概率的题目	11
题型 4——有关条件概率的题目	12
三、事件的独立性	15
题型 1——用事件独立性进行概率计算	15
题型 2——有关独立重复试验(伯努利概型)的概率计算	15
本章同步练习题	16
一、选择题	16

二、填空题	17
三、解答题	18
同步练习题答案解析	19
一、选择题	19
二、填空题	20
三、解答题	22

第二章 随机变量及其分布

学习提要	25
考试要求	25
读图记考点	26
核心知识全解	27
一、随机变量分布函数	27
(一) 随机变量的概念	27
(二) 随机变量分布函数的概念	27
(三) 随机变量分布函数的性质	27
(四) 随机变量分布函数与事件概率间的关系	27
二、离散型随机变量	27
(一) 离散型随机变量的相关概念	27
(二) 离散型随机变量的分布函数和概率分布	28
(三) 事件的概率	28
(四) 常见的离散型分布	28
三、连续型随机变量	29
(一) 连续型随机变量的相关概念及性质	29
(二) 连续型随机变量的概率	30
(三) 常见的连续型分布	30
四、随机变量函数的概率分布	32
(一) 离散型随机变量函数的概率分布	32
(二) 连续型随机变量函数的概率分布	32
经典题型与方法技巧	33
一、随机变量分布函数	33
题型 1——随机变量分布函数的性质	33
题型 2——随机变量事件概率的计算	33
二、离散型随机变量	35
题型 1——离散型随机变量的分布律	35
题型 2——常见的离散型分布	35
三、连续型随机变量	39
题型 1——连续型随机变量概率密度的概念及其性质	39
题型 2——常见的连续型分布	41
四、随机变量函数的概率分布	43

题型1——离散型随机变量函数的概率分布	43
题型2——连续型随机变量函数的概率分布	44
本章同步练习题	46
一、选择题	46
二、填空题	47
三、解答题	48
同步练习题答案解析	49
一、选择题	49
二、填空题	50
三、解答题	51

第三章 多维随机变量及其分布

学习提要	53
考试要求	53
读图记考点	54
核心知识全解	55
一、多维随机变量的相关概念及性质	55
(一)二维随机变量及其联合分布函数	55
(二) n 维随机变量及其联合分布函数	55
二、二维离散型随机变量	56
(一)二维离散型随机变量的概念	56
(二)二维离散型随机变量的联合概率分布	56
(三)二维离散型随机变量的边缘概率分布	56
(四)二维离散型随机变量的条件概率分布	56
三、二维连续型随机变量	57
(一)二维连续型随机变量及其概率密度的概念与性质	57
(二)二维连续型随机变量的边缘概率密度	57
(三)二维连续型随机变量的条件概率密度及条件分布函数	57
(四)二维连续型随机变量的均匀分布	58
(五)二维连续型随机变量的正态分布	58
四、随机变量的独立性	59
(一)二维随机变量的独立性	59
(二)多维随机变量的独立性	59
五、两个随机变量函数的分布	60
(一)两个随机变量函数的概念及其分布的一般公式	60
(二)二维离散型随机变量函数的分布	60
(三)二维连续型随机变量函数的分布	60
(四)几个常用二维连续型随机变量函数的分布	61
经典题型与方法技巧	63
一、多维随机变量的相关概念及性质	63

题型 1——二维随机变量的相关概念	63
题型 2——二维随机变量联合分布函数的性质	63
二、二维离散型随机变量	64
题型 1——有关联合概率分布的题目	64
题型 2——有关边缘概率分布的题目	65
题型 3——有关条件概率分布的题目	66
三、二维连续型随机变量	66
题型 1——有关联合概率密度及联合分布函数的题目	66
题型 2——有关边缘概率密度的题目	67
题型 3——有关条件概率密度的题目	68
题型 4——二维连续型随机变量的两个常见分布	69
四、随机变量的独立性	71
题型 1——二维离散型随机变量的独立性	71
题型 2——二维连续型随机变量的独立性	72
五、两个随机变量函数的分布	74
题型 1——有关和分布函数 $Z = X + Y$ 的题目	74
题型 2——有关积分布函数 $Z = XY$ 的题目	75
题型 3——有关 $\max\{X, Y\}$ 分布的题目	76
题型 4——有关 $\min\{X, Y\}$ 分布的题目	76
本章同步练习题	77
一、选择题	77
二、填空题	78
三、解答题	79
同步练习题答案解析	80
一、选择题	80
二、填空题	82
三、解答题	85

第四章 随机变量的数字特征

学习提要	91
考试要求	91
读图记考点	92
核心知识全解	93
一、数学期望	93
(一) 随机变量数学期望的概念与性质	93
(二) 随机变量函数的数学期望	93
二、方差	94
(一) 方差及标准差的概念	94
(二) 方差的计算公式	94
(三) 方差的性质	94

(四)切比雪夫不等式	94
三、常见随机变量的数学期望和方差	94
四、协方差与相关系数	95
(一)协方差	95
(二)相关系数	95
五、矩、协方差矩阵的相关概念	96
(一)原点矩、中心矩与混合矩的概念	96
(二)协方差矩阵的概念	96
经典题型与方法技巧	97
一、数学期望	97
题型1——利用数学期望的概念与性质解题	97
题型2——计算随机变量函数的数学期望	99
二、方差	102
题型1——利用方差的计算公式解题	102
题型2——利用方差的性质解题	102
题型3——利用切比雪夫不等式解题	104
三、常见随机变量的数学期望和方差	104
四、协方差与相关系数	106
题型1——与协方差有关的题目	106
题型2——与相关系数有关的题目	108
五、矩、协方差矩阵	109
本章同步练习题	110
一、选择题	110
二、填空题	111
三、解答题	112
同步练习题答案解析	112
一、选择题	112
二、填空题	114
三、解答题	115

第五章 大数定律和中心极限定理

学习提要	119
考试要求	119
读图记考点	120
核心知识全解	121
一、大数定律	121
(一)依概率收敛的概念	121
(二)切比雪夫大数定律	121
(三)辛钦大数定律(弱大数定律)	121
(四)伯努利大数定律	121

二、中心极限定理	121
(一) 棣莫弗—拉普拉斯中心极限定理(二项分布以正态分布为极限分布)	121
(二) 列维—林德伯格定理(独立同分布的中心极限定理)	121
经典题型与方法技巧	122
一、大数定律	122
题型1——与切比雪夫大数定律有关的题目	122
题型2——与伯努利大数定律有关的题目	123
题型3——与辛钦大数定律有关的题目	123
二、中心极限定理	124
题型1——利用棣莫弗—拉普拉斯中心极限定理解题	124
题型2——利用列维—林德伯格中心极限定理解题	124
本章同步练习题	125
一、选择题	125
二、填空题	126
三、解答题	126
同步练习题答案解析	126
一、选择题	126
二、填空题	128
三、解答题	129

第六章 数理统计的基本概念

学习提要	131
考试要求	131
读图记考点	132
核心知识全解	133
一、总体与样本	133
(一) 与总体和样本相关的概念	133
(二) 简单随机样本的概率分布	133
二、统计量	133
(一) 统计量与观察值的概念	133
(二) 常用统计量	133
三、抽样分布	134
(一) 三大抽样分布	134
(二) 总体的样本均值与样本方差的分布	137
(三) 最大、最小次序统计量的分布	137
经典题型与方法技巧	138
一、总体与样本	138
题型1——有关总体与样本概念的题目	138
题型2——有关简单随机样本的概率分布的题目	138
二、统计量	139

三、抽样分布	141
题型 1——有关三大抽样分布的题目	141
题型 2——总体的样本均值与样本方差的分布	144
本章同步练习题	146
一、选择题	146
二、填空题	146
三、解答题	147
同步练习题答案解析	147
一、选择题	147
二、填空题	148
三、解答题	149

第七章 参数估计

学习提要	151
考试要求	151
读图记考点	152
核心知识全解	153
一、点估计	153
(一) 相关概念	153
(二) 基本方法	153
(三) 估计量的评选标准(数一)	154
(四) 重要结论	155
二、区间估计(数一)	155
(一) 置信区间的概念和求解步骤	155
(二) 正态总体均值与方差的区间估计	155
经典题型与方法技巧	158
一、点估计	158
题型 1——点估计值的计算	158
题型 2——应用矩估计法解题	158
题型 3——应用最大似然估计法解题	161
题型 4——与估计量的评价标准有关的题目(数一)	164
二、区间估计(数一)	166
题型 1——单个正态总体均值的区间估计	166
题型 2——单个正态总体方差的区间估计	167
题型 3——两个正态总体均值的区间估计	167
题型 4——两个正态总体方差的区间估计	168
本章同步练习题	168
一、选择题	168
二、填空题	169
三、解答题	169

同步练习题答案解析	170
一、选择题	170
二、填空题	171
三、解答题	171

第八章 假设检验^①

学习提要	175
考试要求	175
读图记考点	176
核心知识全解	177
一、假设检验	177
(一) 假设检验的基本概念	177
(二) 显著性检验的基本思想	177
(三) 假设检验的基本步骤	177
(四) 假设检验的两类错误	177
二、正态总体的假设检验	178
(一) 单个正态总体均值和方差的假设检验	178
(二) 两个正态总体均值和方差的假设检验	178
经典题型与方法技巧	179
一、假设检验	179
题型 1——有关假设检验的基本步骤的题目	179
题型 2——有关假设检验可能产生的两类错误的题目	179
二、正态总体的假设检验	180
题型 1——单个正态总体假设检验的题目	180
题型 2——两个正态总体假设检验的题目	181
本章同步练习题	183
一、选择题	183
二、填空题	183
三、解答题	184
同步练习题答案解析	184
一、选择题	184
二、填空题	184
三、解答题	185

第一章

随机事件和概率

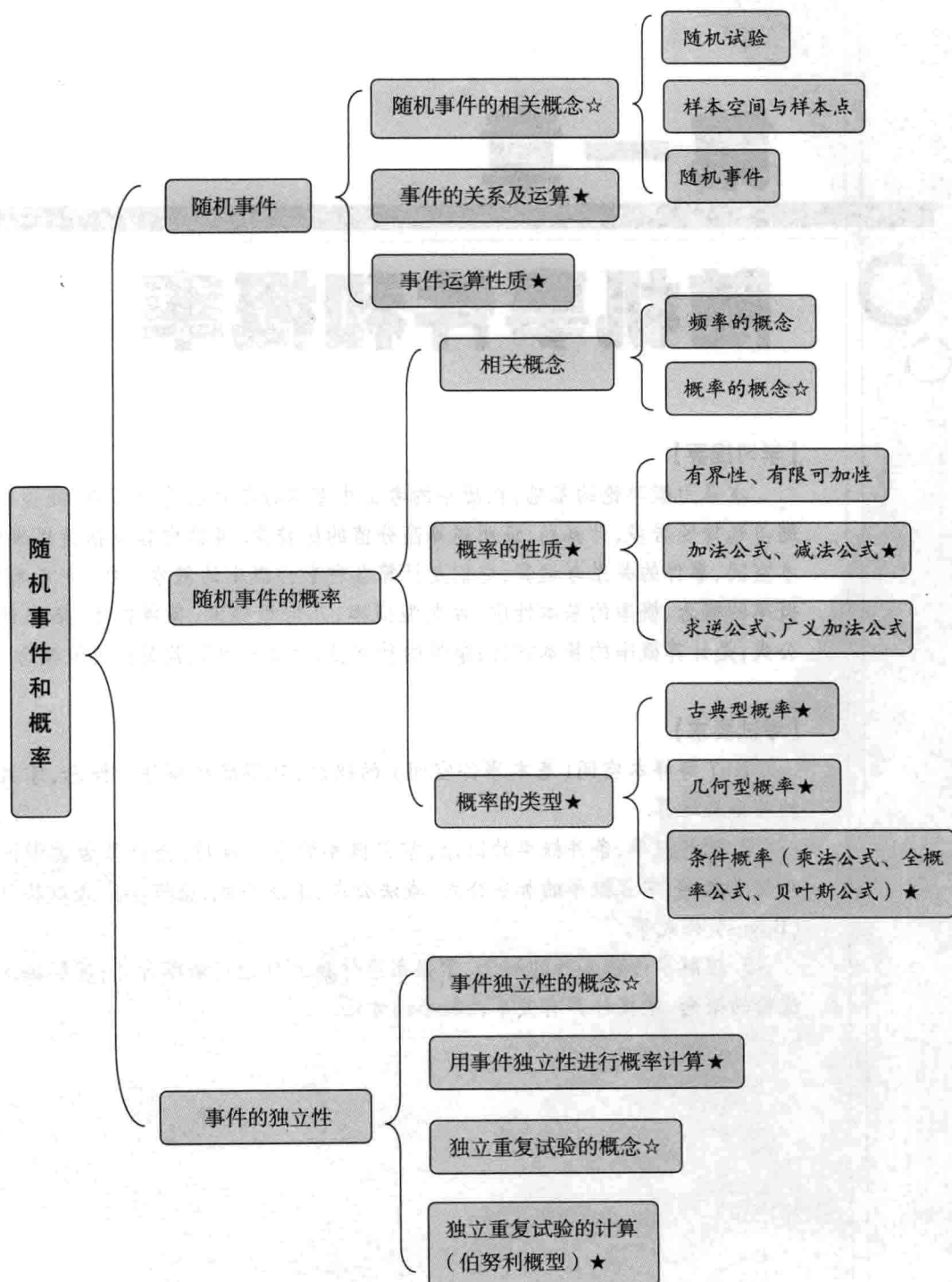
【学习提要】

本章为概率论的基础,在历年的考试中基本每年都会有所考查,题型以填空题与选择题居多,计算题、证明题等高分值的题较少. 考试内容包括随机事件、样本空间、事件的关系与运算,它们是计算各种事件概率的基本前提;完备事件组、概率的概念、概率的基本性质、古典型概率、几何型概率、条件概率、概率的基本公式,是计算概率的基本方法;事件的独立性、独立重复试验是重要的概念.

【考试要求】

1. 了解样本空间(基本事件空间)的概念,理解随机事件的概念,掌握事件的关系及运算.
2. 理解概率、条件概率的概念,掌握概率的基本性质,会计算古典型概率和几何型概率,掌握概率的加法公式、减法公式、乘法公式、全概率公式以及贝叶斯(Bayes)公式等.
3. 理解事件独立性的概念,掌握用事件独立性进行概率计算;理解独立重复试验的概念,掌握计算有关事件概率的方法.

读图记考点



核心知识全解

一、随机事件

(一) 随机事件的相关概念

1. 随机试验的概念

具有以下三个特点的实验称为随机试验

- (1) 可以在相同的条件下重复地进行;
- (2) 每次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确试验的所有可能结果;
- (3) 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现.

注:本书中以后提到的试验都是随机试验,是通过研究随机试验来研究随机现象的.

2. 样本空间与样本点

(1) 样本空间(基本事件空间)的概念

对于随机试验,尽管在每次试验之前不能预知试验的结果,但试验的所有可能结果组成的集合是已知的.将随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的样本空间,或者基本事件空间.记为 S .

(2) 样本点(基本事件)的概念

样本空间的元素,即 E 的每个结果,称为样本点或者基本事件.

例如:试验 1——抛一枚硬币,观察正面 H ,反面 T 出现的情况.它的样本空间 $\Omega\{H, T\}$;

试验 2——记录某地一昼夜的最高温度和最低温度.

它的样本空间 $\Omega\{(x, y) | T_0 \leq x \leq y \leq T_1\}$,这里 x 表示最低温度($^{\circ}\text{C}$), y 表示最高温度($^{\circ}\text{C}$).并设这一地区的温度不会小于 T_0 ,也不会大于 T_1 .

3. 随机事件

样本空间的子集,即试验满足某些条件的可能结果称为随机事件,简称事件,常用大写英文字母 A, B, C 等表示,有时用 $\{\dots\}$ 表示事件,大括号中用文字或式子描述事件的内容.

在每次试验中,当且仅当事件中的一个样本点出现时,称这个事件发生.由一个样本点组成的单点集称为基本事件;由多于一个样本点组成的集合称为复合事件.

显然,样本空间和空集 $\emptyset$ 都是 Ω 的子集,从而也是事件,它们分别称为必然事件——每次试验中一定发生的事件和不可能事件——每次试验中都不可能发生的事件.

(二) 事件的关系及运算

1. 包含

若事件 A 发生必然导致事件 B 发生,即 A 为 B 的子集,则称事件 B 包含事件 A ,也称 A 为 B 的子事件,记作 $A \subset B$,图 1-1(称为文氏图)表示了事件的包含关系,显然,对任何事件 A 有 $\emptyset \subset A \subset B \subset \Omega$.

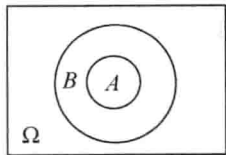


图1-1

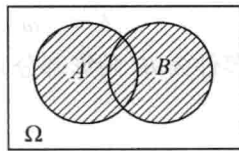


图1-2