



刘 伟 刘永寿 李宝辉 著
翟红波 岳珠峰

飞机管道系统动强度可靠性 分析与优化设计



科学出版社

飞机管道系统动强度可靠性 分析与优化设计

刘 伟 刘永寿 李宝辉 著
翟红波 岳珠峰

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书是针对飞机管道系统动强度分析、可靠性评估及优化设计研究方面的一本专著,它是科技部 863 计划项目航空发动机燃油/液压管道系统可靠性评估与设计技术、国防技术基础项目、国防基础研究项目等研究成果的整理和汇编,是动强度分析、可靠性分析与优化设计理论和飞机管道结构相结合的成果。内容涵盖了飞机管道系统在动力学设计、分析、评估和改进等一系列工程实践工作中的各个方面。

本书可供高等院校飞机液压/燃油系统设计、管道结构优化设计、动力学可靠性分析等专业的高年级本科生、研究生和教师使用,也可供相关专业的研究人员和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

飞机管道系统动强度可靠性分析与优化设计/刘伟等著. —北京:科学出版社,2014

ISBN 978-7-03-040577-7

I. ①飞… II. ①刘…②刘…③李… III. ①飞机-管道-系统可靠性-研究
②飞机-管道-系统优化-研究 IV. ①V221

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 094450 号

责任编辑:余 丁 王迎春 / 责任校对:张凤琴

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 5 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2014 年 5 月第一次印刷 印张:15 1/2

字数:300 000

定价:80.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

错综复杂的管道系统是飞机液压/燃油系统动力传输的主要通道,它将各种元件和装置连接起来传输流体,实现能量的转换、传递、分配和控制,像人体的血管一样,分布在飞机机体的各个部分,是飞机的主动脉。因此,飞机液压/燃油系统的管道结构一旦发生故障,将会导致传输故障或中断,轻则造成断裂、泄漏,重则造成操纵失灵、火灾等重大事故,影响到飞行的安全。

随着飞机性能的提高以及操纵、减重等性能指标的要求,飞机液压系统逐渐向高压发展,我国目前飞机的液压系统仍然为 21MPa,而欧美等先进国家和地区已经发展了成熟的 35MPa 液压系统。有研究表明,钛合金管道液压系统的最佳压力为 56MPa。由于飞机液压管道所处环境及工作条件的限制,飞机液压系统作为一个单位体积输出能量很高(功率/质量的比值高)的精密机械产品,与其他产品相比工况更为恶劣,因此存在故障率高、失效模式多、可靠性差等问题。飞机液压/燃油系统一直是高故障率的飞机系统(约占全机总故障率的 20%以上)。飞机运行过程中,管道系统在复杂的内流压力和外场振动耦合环境下工作。近年来,由于振动、冲击等一些动载荷所引起的振动疲劳破坏、裂纹和断裂等动强度失效所占的比例明显增大(40%以上),管道、连接件(如泵、阀门、弯管)及管道支承等固液耦合元件等的动态失效成为引发故障的主要原因。

强烈的局部共振会导致结构内部产生频率很高的交变应力,破坏较为迅速,所以液压系统的动力学故障或失效具有很大的危险性,常常是新机试飞阶段的主要失效形式。与材料的疲劳失效问题不同,动强度不合理的结构不是简单地通过加固补强或者更换材料可以解决的。现行的“静强度设计动强度校核”已经不能有效地保证各类结构都具有良好的安全性和可靠性。对于要同时承受动载荷作用的管道结构来说,应当采用动力学方法、基于动强度与动强度可靠性来设计、分析评估管道结构的安全性。因而,将输流管道的动强度与可靠性分析有机地结合起来评估飞机压力管道结构的可靠性,将会是输流管道设计与评估的一个重要发展趋势。

本书介绍了作者课题组在飞机管道系统动力学方面的最新研究成果,首先研究了多跨、变截面、曲管以及复杂管道系统的建模方法;考虑流固耦合效应的飞机输流管道的动响应分析方法,包括传递矩阵法、伽辽金法、波动法、动刚度法等,分析了流速、压力、约束等对管道动力学特性的影响。其次探讨了输流管道以及复杂管道结构的抗共振可靠性及其灵敏度分析方法,给出了飞机管道系统的压力脉

动计算及其可靠性评估方法,为分析液压系统的安全性评估提供了新的手段。同时研究了外场振动环境下复杂管道系统的振动特性以及基于首超准则和疲劳累积准则的动强度可靠性评估方法,确定管道系统的薄弱环节及其指定寿命下的可靠度。此外,还研究了通过卡箍位置优化设计实现飞机管道系统的整体动态性能最优的计算方法,并给出了实例。最后介绍了课题组自主开发的飞机管道系统动强度分析与优化设计软件的界面和使用。

本书的完成首先要感谢国防技术基础项目、国防基础科研项目、863 计划等项目的资助,如果没有这些支持,作者将无法开展机载各类管道系统的动强度及其可靠性的理论和应用研究工作。促成本书完成的一个最直接的原因是作者希望在飞行器防冰、液压、燃油、环控等系统的管道结构工程中推广动强度及其可靠性的分析设计思想,为工程技术人员提供一套完整且实用的管道系统动力学分析、评估、设计的理论体系和易操作的实现方法。感谢中国航空工业集团公司主机院所兢兢业业的工程研究人员,他们的直接支持和有益建议使得本书在工程应用方面得到进一步改善。在合作过程中,作者深刻体会到飞机管道系统的需求和难点,本书力求抓住这些关键问题,将动力学方法和可靠性思想融入飞机管道系统的理论体系中。

由于作者水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请读者批评指正。

目 录

前言

第 1 章 输流管道动力学的假定和模型	1
1.1 几个假定	1
1.1.1 理想流体力学基础	1
1.1.2 Euler 梁、Timoshenko 梁模型	2
1.2 管道动力学模型	3
1.2.1 基于 Euler 梁的动力学模型	3
1.2.2 基于 Timoshenko 梁的动力学模型	4
1.2.3 基于 Euler 梁的非均匀流管道的动力学模型	6
参考文献	8
第 2 章 输流管道动力学分析方法	9
2.1 传递矩阵法	9
2.1.1 传递矩阵的推导	9
2.1.2 输流管道动力分析的有限元描述	10
2.1.3 算例分析	12
2.2 消元-伽辽金法	13
2.2.1 振动方程的伽辽金形式	13
2.2.2 输流管道的固有频率	16
2.2.3 输流管道固有频率简化及应用	19
2.3 伽辽金-模态法	23
2.3.1 伽辽金-模态法理论及过程	23
2.3.2 临界流速、临界压强和临界简支长度	25
2.3.3 两端简支管道的固有频率影响因素分析	26
2.3.4 悬臂管道、两端固支管道的固有频率	29
2.4 波动法	31
2.4.1 流固耦合振动的波传播模型推导	31
2.4.2 波沿管道的传播以及在边界处的反射	32
2.4.3 悬臂管道固有频率计算的波动方法	34
2.4.4 算例	35
2.5 动刚度法	39

2.5.1	参数谱形式	39
2.5.2	动刚度矩阵	42
2.5.3	算例	43
2.5.4	瞬态响应分析	48
	参考文献	55
第3章	多支承激励下输流管道动态特性分析	56
3.1	支承激励下输流管道的频率分析	56
3.1.1	支承简谐激励下输流管道的自由振动方程	56
3.1.2	频率方程和临界参数的图形法	57
3.2	支承刚度和接头对输流管道振动特性的影响	61
3.2.1	支承刚度对管道系统的振动特性分析	61
3.2.2	带接头管道的动态特性分析	66
3.3	双跨输流管道的振动特性	71
3.3.1	双跨简支梁的模式振型	71
3.3.2	两跨管道系统振动方程及其求解	72
3.3.3	支承特性对双跨管道固有频率的影响	75
3.4	多跨输流管道振动特性	77
3.4.1	波在中间支撑处的反射和透射	77
3.4.2	多跨管道振动的波动模型	78
3.4.3	两端简支管道的临界流速	80
3.4.4	多跨管道的固有频率	81
	参考文献	82
第4章	输流曲管振动的波动方法研究	84
4.1	管内流体加速度的推导	84
4.2	轴线不可伸输液曲管动力方程	86
4.2.1	管道微元受力	86
4.2.2	流体微元受力	87
4.2.3	曲管振动方程	88
4.3	轴线不可伸曲管固有频率分析	89
4.3.1	轴线不可伸曲管固有频率计算	89
4.3.2	轴线不可伸曲管固有频率算例	91
4.4	轴线可伸曲管动力方程	93
4.5	轴线可伸曲管固有频率分析	94
4.5.1	轴线可伸曲管固有频率计算	94
4.5.2	轴线可伸曲管固有频率算例	97

参考文献	98
第 5 章 飞机液压源管道系统的压力脉动可靠性	99
5.1 飞机液压源管道系统	99
5.2 单管道的传输方程	101
5.2.1 流体载体四端口模型	101
5.2.2 直管传输动力学方程	102
5.3 复合管道元件的传递函数	104
5.3.1 传递函数分析法	104
5.3.2 油泵	105
5.3.3 溢流阀	106
5.3.4 蓄压器	106
5.4 典型液压源系统的压力脉动特性	108
5.4.1 典型液压源系统组成	108
5.4.2 终端脉动幅值特征	108
5.5 压力脉动可靠性分析的拟静力法	112
5.5.1 静态模拟	113
5.5.2 动态模型	113
5.5.3 动力可靠性的拟静方法	114
5.5.4 压力脉动可靠性	117
5.6 压力脉动可靠性的动态评估方法	118
5.6.1 首超破坏机制	119
5.6.2 疲劳累积破坏机制	120
参考文献	122
第 6 章 飞机管道系统的参数灵敏度与共振可靠性	124
6.1 固有频率的随机特性分析	124
6.1.1 随机摄动法的应用	124
6.1.2 充液管道的固有频率随机性	125
6.2 共振可靠度	128
6.2.1 正态分布形式	128
6.2.2 一般分布形式	128
6.2.3 四阶矩法	129
6.2.4 算例	131
6.3 共振可靠性灵敏度	133
6.3.1 随机摄动法	133

6.3.2	伽辽金法	134
6.3.3	蒙特卡罗法	135
6.3.4	飞机管道结构模态灵敏度分析	135
6.4	复杂管道系统的灵敏度及共振可靠性	137
6.4.1	复杂管道系统的建模方法	137
6.4.2	液压管道系统的模态特性	141
6.4.3	飞机液压管道固有频率的随机性分析	143
6.4.4	液压管道系统频率灵敏度结果	144
	参考文献	145
第7章	基于首超机制的管道动强度可靠性分析	147
7.1	飞机结构的动强度失效	147
7.2	支承激励下结构的振动响应	148
7.2.1	动力学方程	148
7.2.2	频率响应函数	149
7.3	飞机管道系统的随机动响应	150
7.3.1	机体振动载荷的随机性	150
7.3.2	平稳随机振动响应的统计特征量	151
7.3.3	基础随机激励的处理	152
7.3.4	管道单元的应力输出	153
7.3.5	管道系统随机振动响应结果	153
7.4	结构的动力可靠性	159
7.4.1	动强度破坏模式	160
7.4.2	平稳随机过程	160
7.5	基于首次超越破坏机制的动强度可靠性	161
7.5.1	安全界限	162
7.5.2	交差分析	163
7.5.3	泊松过程假设下的可靠度	165
7.5.4	液压管道系统的动强度可靠性分析	166
	参考文献	170
第8章	基于疲劳破坏累积机制的管道动强度可靠性分析	171
8.1	概述	171
8.2	随机振动疲劳问题的处理方法	172
8.2.1	静态方法处理随机振动疲劳	172
8.2.2	动态疲劳问题的处理方法	173

8.2.3 三区间法	173
8.3 基于疲劳累积破坏机制的动力可靠性	174
8.4 管道的疲劳累积可靠性分析	177
参考文献	179
第9章 飞机压力管道系统的动强度可靠性优化设计	180
9.1 结构优化理论	181
9.1.1 结构优化问题的数学描述	181
9.1.2 动强度可靠性约束	182
9.1.3 动强度可靠性优化流程	182
9.2 基于首超可靠度的管道优化设计	183
9.2.1 模型	183
9.2.2 优化变量	184
9.2.3 结果与讨论	185
9.3 基于疲劳可靠度的管道优化设计	191
9.3.1 改进粒子群算法	191
9.3.2 优化模型	193
9.3.3 结果与讨论	194
9.4 管道系统卡箍位置动力灵敏度与优化设计	195
9.4.1 卡箍位置的动力灵敏度	196
9.4.2 卡箍位置的动力学优化设计	197
9.4.3 算例	198
参考文献	205
第10章 飞机管道系统的动强度可靠性分析及优化软件	207
10.1 软件的基本介绍	207
10.1.1 软件描述	207
10.1.2 软件的功能需求分析	207
10.2 DSRAP 软件结构框架设计	209
10.2.1 数据传输框架	209
10.2.2 整体模块结构设计	209
10.2.3 前处理模块	211
10.2.4 分析模块	212
10.2.5 优化设计模块	214
10.2.6 后处理模块	215
10.3 DSRAP 的使用简介	215

10.3.1	软件界面	215
10.3.2	管道系统建模	220
10.3.3	分析	226
10.3.4	优化设计	232
10.3.5	后处理	232

第 1 章 输流管道动力学的假定和模型

1.1 几个假定

为了便于建立管道结构的动力学模型,目前涉及的管道动力学模型均基于线弹性假定,即管道采用 Euler 梁或 Timoshenko 梁模型,假定管道轴线不可伸长,流体为理想流体,在管内进行稳定轴向流动,黏性忽略不计。本章主要介绍基于 Euler 梁和 Timoshenko 梁模型的管道动力学假定和建模方法。

1.1.1 理想流体力学基础

1. 理想流体 Euler 方程

根据理想流体 Euler 方程^[1]

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{V^2}{2} \right) + \text{rot} \mathbf{V} \times \mathbf{V} = \mathbf{F} - \frac{\nabla p}{\rho} \quad (1-1)$$

若体积力为有势力

$$\mathbf{F} = -\nabla \Pi \quad (1-2)$$

式中, Π 代表体力势,即单位质量流体的势能。如果体力仅为重力,取 z 轴沿 $-g$ 方向,并取 $z=0$ 为零势能面,则 $\Pi = gz$ 。若流体密度是常量或仅为压强的函数,则称流体是正压流体。若流体正压取 $\rho = \rho(p)$,此时可定义压力函数

$$dP = \frac{dp}{\rho(p)} \quad (1-3)$$

由 $\nabla P(p) = \frac{dP}{dp} \nabla p$ 和式(1-3)可知

$$\nabla P = \frac{\nabla p}{\rho} \quad (1-4)$$

所以对于理想正压流体在保守力场中流动的情况,式(1-1)可化为

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{V^2}{2} + P + \Pi \right) + \text{rot} \mathbf{V} \times \mathbf{V} = 0 \quad (1-5)$$

2. 理想流体动量定理

据动量定理,流体团总动量的随体导数等于作用于该流体团上的体力和面力

的合力。由雷诺输运方程可得积分形式动量定理

$$\int_{CS} \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} d\tau + \oint_{CS} (\rho V) V \cdot ds = \int_{CS} \rho F d\tau + \oint_{CS} p_n ds \quad (1-6)$$

式(1-6)表明,作用于控制体上的合外力等于控制体内的动量变化率加上控制面上的动量通量。在定常情况下,式(1-6)可化为

$$\oint_{CS} \rho V V \cdot ds = \int_{z(CS)} \rho F d\tau + \oint_{CS} p_n ds \quad (1-7)$$

若已知定常流动控制面上的动量通量和部分控制面上的面力,可利用式(1-7)求解其余控制面上的面力为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial(\rho V)}{\partial x} V + \frac{\partial p}{\partial x} + \rho V \frac{\partial V}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V^2)}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} [(k+V^2)\rho] \quad (1-8)$$

1.1.2 Euler 梁、Timoshenko 梁模型

1. Euler 梁运动模型

取任一梁微断进行研究,梁微元受力简图如图 1.1 所示,其平衡方程为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + q = \rho A \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \quad (1-9)$$

式中, ρ, A 分别为材料密度和横截面积; Q 为横截面上的剪力; M 为弯矩; q 为单位长度上的载荷。

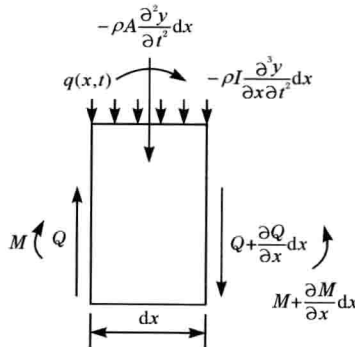


图 1.1 梁微元受力简图

根据材料力学,剪力 Q 可写成

$$Q = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (1-10)$$

由 Euler 梁的弯矩-曲率关系知

$$M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1-11)$$

联立式(1-9)、式(1-10)、式(1-11)便可得基于 Euler 梁模型的运动方程

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q \quad (1-12)$$

2. Timoshenko 梁运动模型

Timoshenko 梁中的剪力、弯矩形式为^[2]

$$Q = k_0 AG \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right), \quad M = -EI \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (1-13)$$

式中, k_0, G, φ 分别为剪切系数、剪切模量和弯曲引起的截面转角。

其转动平衡方程为

$$Q = \frac{\partial M}{\partial x} + \rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1-14)$$

联立式(1-13)和式(1-14)得到基于 Timoshenko 梁模型的运动方程

$$k_0 AG \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = -EI \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} + \rho I \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial t^2} \quad (1-15)$$

1.2 管道动力学模型

1.2.1 基于 Euler 梁的动力学模型

以两端简支管道为例,如图 1.2 所示,研究管道运动过程中产生的微变形,通过 Hamilton 原理建立输液管道的动力学模型。图中 s 表示曲线坐标, τ 是沿管道轴线切线的单位矢量。

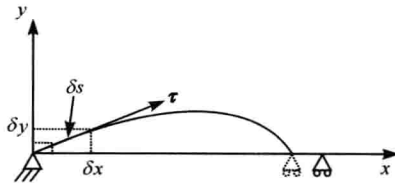


图 1.2 简支管道微变形示意图

根据开放系统(管道系统,流体有进有出)的 Hamilton 原理^[3]

$$\delta \int_{t_2}^{t_1} L dt + \int_{t_2}^{t_1} \delta W dt - \int_{t_2}^{t_1} m_l V (\dot{\mathbf{r}}_\epsilon + \mathbf{V} \boldsymbol{\tau}) \cdot \delta \mathbf{r}_\epsilon dt = 0 \quad (1-16)$$

式中, L 为系统的拉格朗日函数; δW 为非保守力做功; m_l 为单位长度流体的质量; V 为流体流速; \mathbf{r}_ϵ 为管道流体出口端的位置矢量。

跨度为 l 的管道(含液体)的动能为

$$T = \int_0^l \frac{1}{2} m_p \dot{y}^2 dx + \int_0^l \frac{1}{2} m_f [(\dot{y} + y'V)^2 + V^2] dx \quad (1-17)$$

势能为

$$E_p = \int_0^l \frac{1}{2} EI (y'')^2 dx \quad (1-18)$$

非保守力做功为

$$\delta W = - \int_0^l APy'' \delta y dx \quad (1-19)$$

式中, m 为单位长度管道的质量; E 为管道材料的弹性模量; I 为管道横截面惯性矩; P 是管道内压; A 是流体截面面积; \dot{y} 表示 y 对时间 t 求导; y' 表示 y 对坐标 x 求导; y'' 为关于 x 的二阶导数。

将式(1-17)、式(1-18)、式(1-19)代入 Hamilton 变分原理式(1-16)可得

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \left\{ \int_0^l \frac{1}{2} m \dot{y}^2 dx + \int_0^l \frac{1}{2} m_f [(\dot{y} + y'V)^2 + V^2] dx - \int_0^l \frac{1}{2} EI (y'')^2 dx - \int_0^l APy'' \delta y dx \right\} dt = 0 \quad (1-20)$$

将 $\delta \dot{y} = \frac{\partial}{\partial t} \delta y$, $\delta y' = \frac{\partial}{\partial x} \delta y$, $\delta y'' = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta y$ 代入式(1-20)得

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l \left[(m_p + m_f) \dot{y} \frac{\partial}{\partial t} \delta y + m_f \left(V^2 y' \frac{\partial}{\partial x} \delta y + Vy \frac{\partial}{\partial x} \delta y + Vy' \frac{\partial}{\partial t} \delta y \right) - EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta y - AP \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \delta y \right] dx dt = 0 \quad (1-21)$$

这里考虑两端简支的边界条件

$$\begin{cases} \delta y_{(0)} = \delta y_{(l)} = 0 \\ \delta y_{(t_1)} = \delta y_{(t_2)} = 0 \end{cases}$$

在式(1-21)中对 x 和 t 分别进行分部积分, 得两端简支管道流固耦合振动的控制方程

$$(m_p + m_f) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + m_f V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2m_f V \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + PA \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (1-22)$$

式(1-22)就是基于 Euler 梁模型的输流管道动力学方程。

1.2.2 基于 Timoshenko 梁的动力学模型

采用 Timoshenko 梁模型时, 考虑管道的弯曲变形和截面转动惯性, 管道的动力学模型将更复杂。采用牛顿法建立其动力学模型, 管道的受力简图如图 1.3 所示。

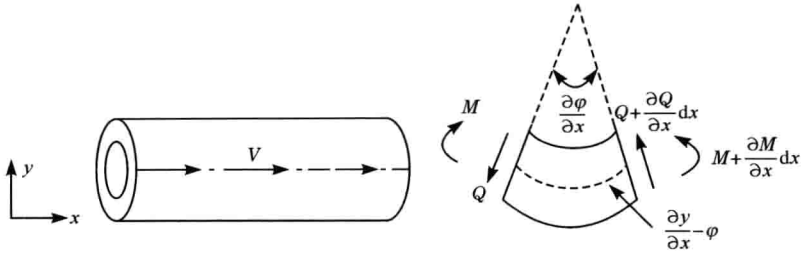


图 1.3 考虑弯曲变形的管道受力简图

考虑流体内压及科氏力作用时管道横向的平衡方程为^[4]

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - m_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y - A_f \frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial y}{\partial x} \right) = m_p \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1-23)$$

式中, A_f 为流体横截面积; V 为流体速度。此处未考虑流体与管壁间的摩擦作用, 所以压力 P 与位置无关, 故式(1-23)可写为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = m_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y + m_p \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + A_f P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (1-24)$$

考虑管道横截面的转动惯性, 采用 Timoshenko 梁模型来模拟管道结构, 此时管道的运动方程可写成

$$\begin{cases} Q = k_0 A_p G \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \varphi \right) \\ M = EI \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial M}{\partial x} + Q = J_p \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1-25)$$

式中, M 表示弯矩; G 为剪切模量; k_0 为剪切系数, 对于薄壁管道结构通常取 $k_0 = \frac{2(1+\mu)^{[5]}}{4+3\mu}$, μ 为管道材料泊松比; A_p 为管道横截面积, $A_p = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$, D 为管道外径, d 为管道内径; J_p 为管道截面的转动惯量; φ 为弯曲引起的截面转角。

联立式(1-24)和式(1-25)消去其他参数, 得到关于 y 的偏微分方程

$$\begin{aligned} & EI(k_0 A_p G - m_f V^2 - A_f P) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + [-EI(m_p + m_f) + J_p(m_f V^2 + A_f P \\ & - k_0 A_p G)] \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} - 2EI m_f V \frac{\partial^4 y}{\partial x^3 \partial t} + 2J_p m_f V \frac{\partial^4 y}{\partial x \partial t^3} + J_p(m_p + m_f) \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} \\ & + k_0 A_p G(m_p + m_f) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2k_0 A_p G m_f V \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + k_0 A_p G(m_f V^2 + A_f P) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (1-26)$$

式中, $A_f = \frac{\pi d^2}{4}$; m_p 为单位长度管道质量。式(1-26)就是基于 Timoshenko 梁模型的输流管道动力学方程。

1.2.3 基于 Euler 梁的非均匀流管道的动力学模型

以上两个模型中流体都采用均匀流假定,实际中,由于边界阻力效应和流体黏性的存在,流体流速在同一截面上分布是不均匀的。假定流体呈抛物线形分布,采用 Hamilton 原理建立输液管道的动力学模型。

含抛物线形非均匀流的管道如图 1.4 所示,模型以两端简支管道为例,基于中线不可伸长假定,由于研究的是细长管道,可采用 Euler-Bernoulli 梁模型。假定管内流体处于层流状态,忽略管壁摩擦引起的压力损失。图中, x 和 y 分别为横、纵坐标轴,分别沿管道的轴向和横向; r 为管道横截面的径向坐标; R 为管道的内半径; V 为管内流体流速, V_0 为管道中心处的流体流速。

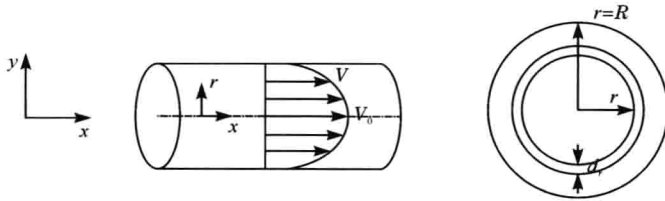


图 1.4 含抛物线形非均匀流的管道与管道截面示意图

假设流体流速轮廓线为二次抛物线,它们的大小关系可表示为^[6]

$$V = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (1-27)$$

在图 1.4 所示的坐标系中,流体的流速可表示为

$$\mathbf{V} = (\dot{x} + Vx')\mathbf{i} + (\dot{y} + Vy')\mathbf{k} \quad (1-28)$$

式中, $\dot{\cdot}$ 和 \prime 分别表示对时间和空间坐标 s 的导数; \mathbf{i} 、 \mathbf{k} 分别是沿 x 轴和 y 轴方向的单位矢量。如果用 u 、 w 分别表示管道轴向和横向的位移, x_0 、 y_0 表示管道初始时刻的位置坐标,则有

$$x = x_0 + u, \quad y = y_0 + w \quad (1-29)$$

结合轴线不可伸长的假定,有如下关系成立^[3]

$$\dot{x} = \dot{u}, \quad x' = 1 + u', \quad \dot{y} = \dot{w}, \quad y' = w' \quad (1-30)$$

将式(1-30)代入式(1-28)中得

$$\mathbf{V}_a = [\dot{u} + V(1 + u')]\mathbf{i} + (\dot{w} + Vw')\mathbf{k} \quad (1-31)$$

式中, V_a 为管内流体的绝对速度,下标 a 表示流体的绝对速度。

由于流速非均匀,所以计算管内流体动能时与以往不同。显然,在以管道截面中心为圆心的同心圆上流体流速相同,如图 1.4 所示,宽度为 d_r 的同心圆上流体的动能为 $\frac{1}{2}(dm)V_a^2$ 。