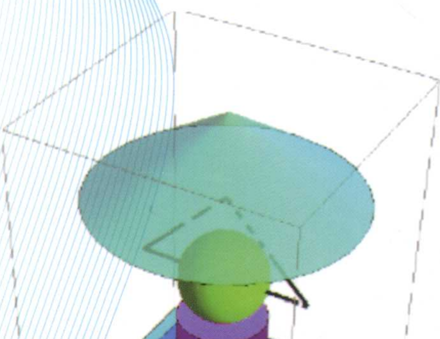
Mathematica及其数学应用

王福贵 王晓玲 编著



中国农业出版社

Mathematica及其数学应用

王福贵　王晓玲　编著

中国农业出版社

图书在版编目（CIP）数据

Mathematica 及其数学应用 / 王福贵，王晓玲编著
.—北京：中国农业出版社，2013.6
ISBN 978-7-109-17835-9

Ⅰ.①M… Ⅱ.①王… ②王… Ⅲ.①数学-
Mathematica 软件 Ⅳ.①O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 081265 号

中国农业出版社出版
（北京市朝阳区农展馆北路 2 号）
（邮政编码 100125）
策划编辑 朱 雷 魏明龙
文字编辑 魏明龙

北京中兴印刷有限公司印刷 新华书店北京发行所发行
2013 年 6 月第 1 版 2013 年 6 月北京第 1 次印刷

开本：720mm×960mm 1/16 印张：16.5
字数：282 千字
定价：32.00 元

内容简介

Mathematica是由美国科学家Stephen Wolfram领导的Wolfram Research公司开发研制的一款用途广泛的科学计算软件，目前最新版本是9.0。

本书以Mathematica7.0为基础，介绍了Mathematica的数据结构形式、自定义函数、模块化以及动态模块化程序设计；怎样用Mathematica求解初等数学、高等数学、线性代数、概率论与数理统计等大学公共数学课程中遇到的各种问题；对随机问题的可视化动态模拟；以及如何导入导出Excel文件格式的数据、对大批量数据的分析处理。

第13章的例子需要在8.0以上的版本中运行，其他章节的所有例子均可以在7.0以上的版本中运行。

本书可作为高等院校师生学习Mathematica的参考书，也可作为科研和工程技术人员进行Mathematica科学计算和程序设计的参考资料。

前　言

大学数学作为高等教育教学中重要的基础课之一，一直受到人们的高度重视。其所包含的微积分学、线性代数、概率论与数理统计、运筹与优化等是其重要分支，该课程有严密的理论推导，逻辑性很强，可以培养大学生的逻辑思维能力，但也存在一些繁琐的数学计算。

本书依照大学数学的教学内容，将各种数学问题的计算、作图等借助计算机来实现，而实现这一转化的正是本书所介绍的 Mathematica 软件，该软件是由美国科学家 Stephen Wolfram 领导的 Wolfram Research 公司开发研制的一个用途广泛的科学计算软件，它是目前世界上应用最广泛的符号计算系统之一，能够完成符号和数值计算、数学图形的绘制甚至动画制作等各种功能。

在本书中，介绍了 Mathematica 软件的常见功能，并把这些功能分别应用于大学数学的各个系列课程之中，其内容翔实，通俗易懂，便于自学。另外本书还具有以下特点：

第一，本书中所有程序均在计算机上进行了调试和优化，运行可靠；

第二，本书中所选例题均为在大学数学教学过程中具有代表性的例题；

第三，本书案例丰富，图文并茂，条理清晰；

第四，本书融入编者多年的教学成果以及全国大学生数学建模竞赛的试题和详解。

本书由工作在教学第一线并具有丰富教学经验的教师编写，全书由山西农业大学王福贵和晋中师范高等专科学校王晓玲编写，全书共分 14 章，其中第 7 章、第 8 章、第 9 章、第 10 章、第 11 章、第 12 章、第 13 章由王福贵编写，第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 4 章、第 5 章、第 6 章、第 14 章由王晓玲编写。

本书在编写过程中得到了山西农业大学和晋中师范高等专科学校数学系各位同仁的热心帮助，在此表示衷心感谢。由于编者水平有限，编写过程中难免有些缺点和不足，请各位读者批评指正。

编 者

2013 年 3 月

目　　录

第 1 章　Mathematica 的基本量

1.1　数值类型

Mathematica 支持 4 种数值类型：Integer(整数)、Rational(有理数)、Real(实数)和 Complex(复数)。

Mathematica 中的整数由若干个 0～9 中的数字组成，数字之间不能有空格、逗号和其他字符，正负号放在整数的前面，输入时正号可以省略不写。

可以使用函数 Head[]返回一个表达式的头部，对于原子表达式(不能再分解为子表达式)，该函数返回其类型。

例 1　测试表达式的类型。

```
In[1]:= Head[2]
Out[1]= Integer
In[2]:= Head[1/2]
Out[2]= Rational
In[3]:= Head[1.2 10^8]
Out[3]= Real
In[4]:= Head[2.0]
Out[4]= Real
In[5]:= Head[3+5I]
Out[5]= Complex
```

只要内存允许，Mathematica 可以表示任意长度的整数，不受所用计算机的操作系统和处理器的字长限制。整数与整数运算的结果仍是准确的整数或有理数。

例 2　计算 2^{100}。

```
In[6]:= 2^100
Out[6]= 1 267 650 600 228 229 401 496 703 205 376
```

例 3　计算 5^{1000}的位数。

```
In[7]:= Length[IntegerDigits[5^1000]]
Out[7]= 699
```

1.2 精确解和近似解

精确解在可以的情况下将显示全部数据结果，当结果为无穷多位，无法以数值的形式显示时，将以符号解的形式显示。

例 4 计算 5^{500}。

```
In[1]:= 5^500
Out[1]= 30 549 363 634 996 046 820 519 793 932 136 176 997 894 027 405 723 266\
        638 936 139 092 812 916 265 247 204 577 018 572 351 080 152 282 568\
        751 526 935 904 671 553 178 534 278 042 839 697 351 331 142 009 178\
        896 307 244 205 337 728 522 220 355 888 195 318 837 008 165 086 679\
        301 794 879 136 633 899 370 525 163 649 789 227 021 200 352 450 820\
        912 190 874 482 021 196 014 946 372 110 934 030 798 550 767 828 365\
        183 620 409 339 937 395 998 276 770 114 898 681 640 625
```

例 5 计算$\sqrt{5}$。

```
In[2]:= Sqrt[5]
```
Out[2]= $\sqrt{5}$
```
In[3]:= 5^(1/2)
```
Out[3]= $\sqrt{5}$

例 6 化简分式$\frac{12345678987654321}{234321}$。

```
In[4]:= 12345678987654321/234321
```
Out[4]= $\frac{111\,222\,333\,222\,111}{2111}$

在默认情况下近似解以机器精度的浮点形式表示。也可以指定比机器精度更高的精度形式。可以通过在数的后面加小数点的方式，强制 Mathematica 以机器精度计算近似解。

例 7 计算 5^{1000}。

```
In[5]:= 5.^1000
```
Out[5]= $9.33263618503219\times10^{698}$

例 8 计算$\sqrt{5}$。

```
In[6]:= Sqrt[5.]
Out[6]= 2.23607
```

1.3 数值表达式

两个数字或表达式之间的空格表示乘法运算符，乘法运算符也可以用书写形式的符号“×”表示，输入符号“×”的快捷键为“ESC*ESC”。也可以使用 FullForm 形式的运算函数（如 Plus、Subtract、Times、Divide、Power、Factorial）进行数值运算。

例 9 加法运算示例。

```
In[1]:= 5+3
Out[1]= 8
In[2]:= Plus[5, 3]
Out[2]= 8
```

例 10 减法运算示例。

```
In[3]:= 5-3
Out[3]= 2
In[4]:= Subtract[5, 3]
Out[4]= 2
```

例 11 乘法运算示例。

```
In[5]:= 5*3
Out[5]= 15
In[6]:= 5×3
Out[6]= 15
In[7]:= a=5; b=3;
        a b
Out[8]= 15
In[9]:= Times[5, 3]
Out[9]= 15
```

例 12 除法运算示例。

In[10]:= 5/3

Out[10]= $\frac{5}{3}$

In[11]:= Divide[5, 3]

Out[11]= $\frac{5}{3}$

例 13 乘方运算示例。

In[12]:= `5^3`

Out[12]= 125

In[13]:= `Power[5, 3]`

Out[13]= 125

例 14 阶乘运算示例。

In[14]:= `5!`

Out[14]= 120

In[15]:= `Factorial[5]`

Out[15]= 120

1.4 控制精度与准确度

可以使用函数 N[]把一个准确值转换为近似数值。

例 15 把$\frac{1}{2}$转换成小数形式。

In[1]:= `N[1/2]`

Out[1]= 0.5

通过给函数 N[]传递第 2 个参数，可以控制表达式的精度。N[expr, n]返回表达式 expr 的具有 n 位精度的结果。

例 16 计算 1000 除以 7 的商，具有 10 位精度。

In[2]:= `N[1000/7, 10]`

Out[2]= 142.8571429

函数 N[]的另一种用法，N[expr, {p, a}]返回表达式 expr 的结果，尽可能产生精度最多 p、准确度最多 a。

例 17 准确到小数点后 16 位。

In[3]:= `N[1000/7, {Infinity, 16}]`

Out[3]= 142.8571428571428571

在 Mathematica 中可以指定实数的有效位数，在计算中也可以保持和控制运算的精度，从而可以实现高精度的数值计算。

例 18 具有 10 位有效数字的实数 20.8。

In[4]:= `20.8`10`

Out[4]= 20.80000000

例 19 小数点后保留 10 位有效数字。

```
In[5]:= 20.8``10
Out[5]= 20.800000000
```

可以使用函数 SetPrecision 设值复合表达式的每一部分精度，从而使计算结果具有高精度。

例 20 设置计算精度示例。

```
In[6]:= SetPrecision[20+1/3*12.3/37.8+Pi, 20]
        (*所有数字精度设置为 20*)
Out[6]= 23.250058262055400604
```

可以使用函数 Precision 返回表达式的精度。

例 21 返回表达式精度示例。

```
In[7]:= Precision[2.]
Out[7]= MachinePrecision
In[8]:= Precision[2`20]
Out[8]= 20.
In[9]:= Precision[Sqrt[2]]
Out[9]= ∞
In[10]:= Precision[N[30, {20, 20}]]
Out[10]= 20.
```

可以使用函数 Accuracy 返回表达式的准确度。

例 22 表达式准确度示例。

```
In[11]:= Accuracy[2.]
Out[11]= 15.6536
In[12]:= Accuracy[2`20]
Out[12]= 19.699
In[13]:= Accuracy[Sqrt[2]]
Out[13]= ∞
In[14]:= Accuracy[N[30, {20, 20}]]
Out[14]= 18.5229
```

1.5 不同数值类型混合

例 23 准确值与符号值混合运算。

```
In[1]:= (2Pi)/3+Pi/3
```

```
Out[1]= π
In[2]:= Sin[Sqrt[pi/3]]/2
```

Out[2]= $\frac{1}{2}\text{Sin}\left[\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right]$

准确值可以与近似值混合运算，这时，计算整个表达式的近似值。

例 24 准确值与近似值混合运算。

```
In[3]:= Sqrt[2]+1.
Out[3]= 2.41421
In[4]:= Pi/3+2.0Pi/3
Out[4]= 3.14159
```

具有不同精度和准确度的表达式混合运算时，则取决于较低的精度和准确度。

例 25 不同精度的表达式混合运算。

```
In[5]:= N[Sqrt[20000], 30]+N[Sqrt[20000], 10]
Out[5]= 282.8427125
In[6]:= N[Sqrt[20000], {Infinity, 30}]+N[Sqrt[20000],
        {Infinity, 10}]
Out[6]= 282.842712475
```

1.6 数字的其他进制

我们通常用到的数字是十进制，有时也会遇到二进制、十六进制以及任意进制的数。Mathematica 提供了许多函数，用于各种进制之间的转化，如表 1.1 所示。

表 1.1 数字进制的转换函数

函　数	说　明
b^^digits	输入 b 进制数，b≤36
BaseForm[x, b]	x 的 b 进制数形式
IntegerString[x, b]	把 x 写成 b 进制数的字符串
FromDigits[string, b]	从字符串 string 构造整数
IntegerDigits[x, b]	x 的 b 进制数字列表
FromDigits[list, b]	从 b 进制数字列表构造整数

在高于 10 进制的数字中，以英文字母 a、b、c 到 z 分别表示 10 进制的 10、11、12 到 35，大写的英文字母 A、B、C 到 Z 也分别表示 10 进制的 10、11、12 到 35。

例 26　其他进制的数字表示。

```
In[1]:= 2^^10101  (*2 进制数字 10101*)
Out[1]= 21
In[2]:= 16^^FFFF   (*16 进制数字 FFFF*)
Out[2]= 65 535
In[3]:= 36^^1z    (*36 进制数字 1z*)
Out[3]= 71
In[4]:= BaseForm[100, 2]  (*10 进制数字 100 转换成 2 进制形式*)
Out[4]//BaseForm=
        1100100₂
In[5]:= IntegerDigits[100]   (*100 的 10 进制数字列表*)
Out[5]= {1, 0, 0}
In[6]:= IntegerDigits[100, 2]  (*100 的 2 进制数字列表*)
Out[6]= {1, 1, 0, 0, 1, 0, 0}
In[7]:= IntegerString[10!]   (*10 的阶乘以 10 进制形式输出字符串*)
Out[7]= 3628800
In[8]:= IntegerString[10!, 2]
        (*10 的阶乘以 2 进制形式输出字符串*)
Out[8]= 1101110101111100000000
In[9]:= FromDigits["101", 2]
        (*2 进制形式字符串"101"转换成 10 进制数字*)
Out[9]= 5
In[10]:= FromDigits[{1, 0, 1}, 2]
         (*2 进制形式列表{1, 0, 1}转换成 10 进制数字*)
Out[10]= 5
```

1.7　数值类型的转换

在数学公式的推导中，为了力求绝对的相等，常使用整数或有理数。在含