

考研数学命题人土豪金系列丛书

2015

分类归纳+紧贴大纲+考点全覆盖+真题精析+习题精炼

考研数学命题人 复习全书

(数学三)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编写组 编著

1 本书每章习题答案与详解 + 2 篇北大、清华数学满分秘笈 + 2 套原命题组成员密押试卷 + 5 大考研命题人快速解题方法 + 8 小时命题人数学串讲精华

正版书凭激活码登录 www.buaapress.com.cn,
获超多增值服务



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

考研

系列丛书

2015

分类归纳+紧贴大纲+考点全覆盖+真题精析+习题精炼

考研数学命题人 复习全书 (数学三)



全国硕士研究生入学考试辅导用书编写组 编著

1 + 2 + 2 + 5 + 8

本书每章习题答案与详解

篇北大、清华数学满分秘笈

套原命题组成员密押试卷

大考研命题人快速解题方法

小时命题人数学串讲精华

正版书凭激活码登录 www.buaapress.com.cn,
获超多增值服务



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

作者根据教育部制定的《数学考试大纲》的要求,深入研究考研命题的特点及动态,结合多年数学命题、阅卷以及全国考研数学辅导班的经验,编写了这本复习全书。

本书详解大纲规定的所有考点,每章涵盖大纲基本要求。详解基本概念、重要定理与方法,精辟分析典型例题。每章后都有历年真题链接,对历年统考中常见题型进行了归纳分类,注重一题多解,以期开阔考生的解题思路。

本书精选了适量的同步辅导习题,并附有参考答案与解析。考生可以通过习题的演练将基本考点融会贯通,把握每章的命题特点与思路,从而从容应考,轻取高分。

本书适用于参加研究生入学数学考试的广大考生。

图书在版编目(CIP)数据

2015 考研数学命题人复习全书·数学三/全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会主编. -- 北京:北京航空航天大学出版社,2014.3

ISBN 978-7-5124-1456-3

I. ①2… II. ①全… III. ①高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 004781 号

版权所有,侵权必究。

2015 考研数学命题人复习全书(数学三)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 编著

责任编辑 刘晓明

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱: bhpess@263.net 邮购电话:(010)82316936

北京宏伟双华印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:46.25 字数:980 千字

2014 年 3 月第 1 版 2014 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5124-1456-3 定价:69.80 元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

编 委 会

总主编
编 委

刘学元

刘佩

张晓燕

张杰

汪华

陈冬冬

郝显纯

童武

陈娟

陈昌勇

潘小春

李春艳

张孜

李征

任丽娟

张飞飞

高晓琼

姜宝静

王新会

江海波

王静

叶青

黄艳

李智忠

董亮

赵娜

李铁红

杨勇

崔杰凯

苗红宜

欧阳少波

王宁

黎兴刚

王欢

王光福

涂振旗

王宇

孟楠

张永艳



前言

考研整体形势分析

众所周知,“考研热”从兴起到如今的愈演愈烈已是不争的事实.我国每年报考硕士研究生的人数持续快速增长,考研的激烈竞争在不断升温.事实上,成功之路有多条,毕竟条条大路通罗马,但为什么我国的青年一代会把目光聚焦在考研这条路上呢?笔者认为,其中的原因是多方面的,但最根本的原因在于,考研这条路是将广大青年学子的个人发展与国家、社会的发展趋势紧密有机地联系在一起的,有着高度的内在统一性.我国从20世纪80年代开始改革开放,对内以经济建设为中心,对外学习西方先进的科学技术,至今已逾30年.我国经济发展所取得的成就已为世界瞩目.中国为什么能成功?关键的因素就在于人才.国家的发展需要大量高素质、高学历的人才,这就为当代大学生提供了一个鲜明的导向.而从每个青年人渴望成功、实现自我价值的角度讲,将个人的前途命运与国家、人民的需要结合起来,无疑是明智的选择.由此一来,考研成为广大青年学生的首选之路就不足为奇了.

考研数学(数学三)考点分析与复习备考策略

一、考研数学(数学三)考点分析

1. 考查基本概念、基本理论、基本方法

从原则上讲,试卷中的选择题、填空题基本上都是反映出题者考查考生“三基”的意图的.

例1 当 a 取下列哪个值时,函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - a$ 恰有两个不同的零点? ()

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) 8

【解析】 由题意,不妨令函数

$$g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x.$$

由

$$g'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2) = 0$$

可得函数 $g(x)$ 恰有两个驻点 $x=1$ 与 $x=2$.

因为 $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$, 所以有 $g(1)=5$, $g(2)=4$ 分别是函数 $g(x)$ 的唯一极大值与唯一极小值,且函数 $g(x)$ 的单调性如下表:



x	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	从 $-\infty$ ↗	极大值 5	↘	极小值 4	↗ 到 $+\infty$

由上表可知曲线 $y = g(x)$ 与水平直线 $y = 4$ 恰有两个不同的交点, 即当 $a = 4$ 时, 函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - a$ 恰有两个不同的零点. 所以选(B).

【点评】 本题考查考生对函数的零点、驻点、极值点等的掌握情况. 这部分内容属于较基础的范畴, 但在考试中出现频率较高, 考生应该予以重视.

例2 设 $f(u)$ 具有二阶连续导数, 且 $g(x, y) = f\left(\frac{y}{x}\right) + yf\left(\frac{x}{y}\right)$, 求 $x^2 \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$.

【解析】 因 $\frac{\partial g}{\partial x} = f'\left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{y}{x}\right)'_x + yf'\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{y}\right)'_x = -\frac{y}{x^2}f'\left(\frac{y}{x}\right) + f'\left(\frac{x}{y}\right)$,

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = -\left(\frac{y}{x^2}\right)'_x f'\left(\frac{y}{x}\right) + \left(-\frac{y}{x^2}\right)^2 f''\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{1}{y} f''\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$= \frac{2y}{x^3} f'\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{y^2}{x^4} f''\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{1}{y} f''\left(\frac{x}{y}\right),$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = f'\left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{y}{x}\right)'_y + f\left(\frac{x}{y}\right) + yf'\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{y}\right)'_y$$

$$= \frac{1}{x} f'\left(\frac{y}{x}\right) + f\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{x}{y} f'\left(\frac{x}{y}\right),$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = \frac{1}{x^2} f''\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{x}{y^2} f'\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{x}{y^2} f'\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{x^2}{y^3} f''\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$= \frac{1}{x^2} f''\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{x^2}{y^3} f''\left(\frac{x}{y}\right),$$

$$\text{故 } x^2 \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = \frac{2y}{x} f'\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{y^2}{x^2} f''\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{x^2}{y} f''\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{y^2}{x^2} f''\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{x^2}{y} f''\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$= \frac{2y}{x} f'\left(\frac{y}{x}\right).$$

【点评】 本题考查复合函数的二阶混合偏导数的知识, 求解步骤是常规性的, 原则上为送分题, 但仍有部分考生因概念不清而失分.

关于复合函数求导的题目是比较基本的题型, 要注意分清中间变量和自变量, 尤其注意不要漏项.

例3 游客乘电梯从底层到电视塔顶层观光. 电梯于每个整点的第5分钟、25分钟和55分钟从底层起行. 假设一游客在早八点的第 X 分钟到达底层候梯处, 且 X 在 $[0, 60]$ 上均匀分布, 求该游客等候时间的数学期望.

【解析】 由题设, X 在 $[0, 60]$ 上均匀分布, 从而 X 的概率密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{60}, & 0 \leq x \leq 60, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$



设 Y 是游客的等候时间, 则

$$Y = g(X) = \begin{cases} 5 - X, & 0 < X \leq 5, \\ 25 - X, & 5 < X \leq 25, \\ 55 - X, & 25 < X \leq 55, \\ 60 - X + 5, & 55 < X \leq 60, \end{cases}$$

则由随机变量的数学期望得

$$\begin{aligned} E(Y) &= E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x) dx = \frac{1}{60} \int_0^{60} g(x) dx \\ &= \frac{1}{60} \left[\int_0^5 (5 - x) dx + \int_5^{25} (25 - x) dx + \int_{25}^{55} (55 - x) dx + \int_{55}^{60} (65 - x) dx \right] \\ &= \frac{1}{60} (12.5 + 200 + 450 + 37.5) = 11.67. \end{aligned}$$

【点评】 本题考查随机变量的数学期望. 随机变量的数学期望计算是最常见的考点, 亦属“三基”类题目.

2. 考查重要定理、重要公式

数学中有不少重要定理和公式, 考生必须在正确理解的基础上加以灵活运用.

例 4 设函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上连续, 且 $\int_0^\pi f(x) dx = 0$, $\int_0^\pi f(x) \cos x dx = 0$. 试证: 在 $(0, \pi)$ 内至少存在两个不同的点 ξ_1, ξ_2 , 使 $f(\xi_1) = f(\xi_2) = 0$.

【解析】 本题考查考生对零点定理、积分中值定理、罗尔定理等的灵活运用. 有以下两种较常见的做法:

证法 1 令 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ ($0 \leq x \leq \pi$), 显然 $F(0) = F(\pi) = 0$. 由题设知

$$\int_0^\pi f(x) \cos x dx = 0, \quad \text{即} \quad \int_0^\pi \cos x dF(x) = 0,$$

从而

$$F(x) \cos x \Big|_0^\pi + \int_0^\pi F(x) \sin x dx = \int_0^\pi F(x) \sin x dx = 0.$$

由积分中值定理知, 存在 $0 < \alpha < \pi$, 使 $\pi F(\alpha) \sin \alpha = 0$. 而 $\sin \alpha \neq 0$, 所以 $F(\alpha) = 0$. 综上所述可知

$$F(0) = F(\alpha) = F(\pi) = 0.$$

由罗尔定理知, $\exists \xi_1 \in (0, \alpha), \xi_2 \in (\alpha, \pi)$, 使

$$F'(\xi_1) = F'(\xi_2) = 0, \quad \text{即} \quad f(\xi_1) = f(\xi_2) = 0.$$

证法 2 反证法. 首先由积分中值定理知, $\exists \xi_1 \in (0, \pi)$, 使 $f(\xi_1) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(x) dx = 0$. 然后假设 ξ_1 是 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 内的唯一零点, 则 $f(x)$ 在 $(0, \xi_1)$ 与 (ξ_1, π) 内不变号. 而由 $\int_0^\pi f(x) dx = 0$ 知 $f(x)$ 在 $(0, \xi_1)$ 与 (ξ_1, π) 内异号. 不失一般性, 设在 $(0, \xi_1)$ 内 $f(x) > 0$, 则在 (ξ_1, π) 内 $f(x) < 0$. 由已知 $\int_0^\pi f(x) \cos x dx = 0$, $\int_0^\pi f(x) dx = 0$ 及 $\cos x$ 在 $[0, \pi]$ 内单调递减, 有



$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^{\pi} f(x)(\cos x - \cos \xi_1) dx \\ &= \int_0^{\xi_1} f(x)(\cos x - \cos \xi_1) dx + \int_{\xi_1}^{\pi} f(x)(\cos x - \cos \xi_1) dx > 0, \end{aligned}$$

矛盾. 由此在 $(0, \pi)$ 内除 ξ_1 外 $f(x)$ 至少还存在一个零点 ξ_2 . 结论得证.

【点评】 高等数学中零点定理、积分中值定理等概念性、技巧性都很强,需经过大量练习才能掌握并灵活运用.

例 5 一生产线生产的产品成箱包装,每箱的重量是随机的. 假设每箱平均重 50 千克,标准差为 5 千克. 若用最大载重量为 5 吨的汽车承运,试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱,才能保证不超载的概率大于 0.977. ($\Phi(2) = 0.977$, 其中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数)

【解析】 由题设, 设 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是装运的第 i 箱的重量(单位: 千克), n 是所求箱数, 则由已知条件 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是独立同分布的随机变量. 设 n 箱的总重量为 T_n , 则 $T_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. 又由题设, $E(X_i) = 50, D(X_i) = 25, i=1, 2, \dots, n$, 从而

$$E(T_n) = n \cdot 50 = 50n, \quad D(T_n) = 25n.$$

由中心极限定理知, T_n 近似服从参数为 $50n, 25n$ 的正态分布, 即 $N(50n, 25n)$. 由条件

$$P(T_n \leq 5000) = P\left(\frac{T_n - 50n}{5\sqrt{n}} \leq \frac{5000 - 50n}{5\sqrt{n}}\right) \approx \Phi\left(\frac{1000 - 10n}{\sqrt{n}}\right) > 0.977 = \Phi(2),$$

可得出 $\frac{1000 - 10n}{\sqrt{n}} > 2$, 即 $n < 98.0199$. 所以最多可以装 98 箱.

【点评】 本题考查中心极限定理. 考生对中心极限定理应该理解和掌握,并能灵活运用.

3. 考查综合运用多个知识点

例 6 设函数 $f(x)$ 有导数, 且 $f(0) = 0, F(x) = \int_0^x t^{n-1} f(x^n - t^n) dt$. 证明

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}} = \frac{1}{2n} f'(0).$$

【解析】 由已知 $F(x)$ 的被积函数中含 x , 则令 $x^n - t^n = u$, 从而

$$F(x) = \frac{1}{n} \int_0^{x^n} f(u) du,$$

$$\begin{aligned} \text{因此} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^n} f(u) du}{nx^{2n}} = \frac{1}{n} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^n) \cdot n \cdot x^{n-1}}{2nx^{2n-1}} \\ &= \frac{1}{2n} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^n)}{x^n} = \frac{1}{2n} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^n) - f(0)}{x^n} = \frac{1}{2n} f'(0). \end{aligned}$$

证毕.

【点评】 这是一道综合题, 主要考查定积分的变量代换、变上限积分求导、洛必达法则及导数定义.

例 7 设函数 $f(t)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续, 且满足方程

$$f(t) = e^{4\pi t^2} + \iint_{x^2+y^2 \leq 4t^2} f\left(\frac{1}{2} \sqrt{x^2+y^2}\right) dx dy.$$



求 $f(t)$.

【解析】由题设所给 $f(t)$ 中的二重积分的积分区域与被积函数可知,应采用极坐标来计算. 由于

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 4t^2} f\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right) dx dy = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2t} f\left(\frac{1}{2}r\right) r dr = 2\pi \int_0^{2t} rf\left(\frac{1}{2}r\right) dr,$$

于是

$$f(t) = e^{4\pi t^2} + 2\pi \int_0^{2t} rf\left(\frac{1}{2}r\right) dr.$$

将此式两边对 t 求导,得

$$f'(t) = 8\pi t e^{4\pi t^2} + 2\pi \cdot 2t f(t) \cdot 2,$$

此即

$$f'(t) = 8\pi t e^{4\pi t^2} + 8\pi t f(t).$$

此为一阶线性非齐次微分方程,解之得

$$f(t) = \left(\int 8\pi t e^{4\pi t^2} \cdot e^{-\int 8\pi t dt} dt + C \right) e^{\int 8\pi t dt} = \left(8\pi \int t dt + C \right) e^{4\pi t^2} = (4\pi t^2 + C) e^{4\pi t^2}.$$

又由原方程知 $f(0) = 1$,代入上式得 $C = 1$. 所以

$$f(t) = (4\pi t^2 + 1) e^{4\pi t^2}.$$

【点评】 本题考查二重积分、变上限定积分求导、一阶微分方程的计算,涉及的知识较多,难度较大. 综合题涉及的知识点较多,且如何将各个知识点在题设条件下有机地联系起来也是一个难点,考生只有在全面掌握所有知识点的前提下,多加练习,才能顺利解决此类题型.

二、考研数学(数学三)复习备考策略

研究生入学考试是选拔性考试,当然重在考查考生的能力高低. 能力是建立在基础之上的,基本功不扎实,一切无从谈起. 从考试大纲来看,要求考生对基本知识、基本概念的掌握理解要深、透、准. 尽管大学期间的期中、期末考试基本反映了这一要求,但从程度上讲,远没有考研的要求高.

总而言之,考研准备工作的第一阶段(当然周期长短因人而异)应落脚于基础知识、基本概念的学习、巩固. 第二阶段的展开要以第一阶段为前提,不可急功近利,跨越第一阶段. 进入第二阶段,主要工作就是训练、提高能力. 能力反映在解答题目的准确性和速度上,反映在思路是否开阔、严密上,这就需要大量练习,认真钻研各种题型. 在开始具体钻研考点、题目、技巧后,注意不必强迫自己所有遇见的题目都要做出来,总会碰到百思不得其解的问题. 钻研固然是好事,但钻牛角尖则费时费力,得不偿失,此时可以借助于解答,只要彻底弄懂,下次再遇到同样的或同类型的问题可以顺利解决就行了. 尤其要注意的一点是,学习一个阶段后要善于自我归纳总结,不断从各类题目中提炼出最本质、最精髓、最易于自己掌握,应用起来得心应手的东西. 学而不思则罔,进入题海只是手段,不是目的,最终要跳出题海,站在更高角度看待题海,这就需要不断深入和卓有成效的思考.

经过了前两个阶段,考生应该已经有了长足的进步,最后一个阶段当然是冲刺阶段. 此时每个考生都可能会感到疲惫,甚至厌学,出现这样的心理反应并不可怕,可怕的是不能正确对待、自我调整. 临近考试,心理压力增大,体力、精力下降,学会自我调节、



自我减负是顺利通过考试的有力保障. 这一阶段应以查缺补漏、归纳总结、实战模拟为主要内容. 其间,效率问题尤为重要,不能再过多投入精力于细枝末节,要着眼于以点带面,让所有知识点、难点在脑海中以系统化的状态呈现出来. 实战模拟是不可或缺的,最好的模拟题当然就是历年的真题,但真题不只是按要求做完、纠错这么简单,应该作为重点对象反复研究、体会,从中发现规律性的东西. 除此之外,多做一些其他的模拟试题,以强化熟练程度、解题技巧.

关于临场应试经验或技巧,笔者认为最重要的是心理素质要过硬. 经过长期准备之后,考生的大体水平已不会在短时间有大的变化,能否考出好成绩,甚至超水平发挥,基本上取决于临场发挥. 考前最后阶段,一方面考生要学会心理状态调节,一方面在实战模拟中培养考场应变能力. 题目有难有易,会做的一定要拿分,不会的尽量多答出一些可以拿分的环节,争取结果最优,千万不可患得患失,影响大局. 在实战模拟的每一套模拟题解答中,学会估计真正应试中自己会遇到哪些困难,思想准备充分了,才能临阵不乱. 实际考试中,预料不到的困难也时有发生. 这大体上分为两种情况:一种是非技术性因素,即与知识水平、考题难易无关的因素,比方说答题时看错题目或漏答题目,考试用具出现差错等,这些虽属于低级失误,却可能造成不堪设想的后果,考生应在考前充分考虑周到,坚决杜绝;另一种就是纯技术性因素了,如遇见无从下手的题目或似曾相识但也不知所措的题目,此时考生唯一要做的是平心静气,积极思考应对方法,切不可自乱阵脚. 事实上,考试意图中已包含了考查考生应付困难的能力,而不仅考查考生的知识水平. 总而言之,知识水平高、应付困难能力高者必然会脱颖而出.

本书是广大数学教师及原考研命题组的专家、教授智慧和劳动的结晶,是一份宝贵的资料,其中的每一道试题,既反映了《数学考试大纲》对考生数学知识、能力和水平的要求,又蕴涵着命题的指导思想、基本原则和趋势. 因此,对照考试大纲分析、研究这些试题,考生不仅可以了解考研以来数学考试的全貌,而且可以方便地了解有关试题和信息,从中发现规律,归纳出各部分内容的重点、难点,以及常考的题型,进一步把握考试的特点及命题的思路和规律,从而从容应考,轻取高分.

编者 于北大燕园



目 录

第一部分 高等数学

第1章 函数、极限与连续	1
第1节 函 数	1
一、基本概念	1
二、函数的四个基本特性	3
三、典型例题精解	4
第2节 极 限	12
一、基本概念	13
二、重要定理与性质	15
三、典型例题精解	16
第3节 函数的连续性	31
一、基本概念	31
二、重要定理与性质	32
三、典型例题精解	33
历年考研真题链接	35
题型强化练习	45
第2章 导数与微分	50
第1节 导数与微分及其实际意义	50
一、基本概念	50
二、重要定理与基本公式	51
三、典型例题精解	52
第2节 导数的求法与高阶导数	54
一、基本概念	54
二、基本公式与求导法则	54
三、典型例题精解	55
第3节 微分中值定理与导数的应用	61
一、基本概念	61
二、重要定理与方法	62
三、典型例题精解	66
历年考研真题链接	79
题型强化练习	88



第3章 不定积分	96
第1节 不定积分的概念与性质	96
一、基本概念	96
二、基本定理、性质与公式	96
三、典型例题精解	97
第2节 基本积分法及各类函数的积分法	98
一、基本积分法	98
二、常见的几种凑微分的积分法	98
三、典型例题精解	99
历年考研真题链接	103
题型强化练习	105
第4章 定积分的计算及其应用	107
第1节 定积分的计算	107
一、基本概念	107
二、重要定理与方法	107
三、典型例题精解	109
第2节 定积分的应用	114
一、基本思路	114
二、定积分应用的计算公式	114
三、典型例题精解	115
历年考研真题链接	117
题型强化练习	123
第5章 多元函数微分学	128
第1节 多元函数的极限与连续性	128
一、基本概念	128
二、重要定理与性质	129
三、典型例题精解	129
第2节 多元函数微分法	131
一、基本概念	131
二、重要定理与方法	132
三、典型例题精解	133
第3节 多元函数的极值	140
一、基本概念	140
二、求极值的基本方法	140
三、典型例题精解	141
历年考研真题链接	143
题型强化练习	147
第6章 二重积分	152
第1节 二重积分的概念与性质	152
一、基本概念	152
二、二重积分的基本性质	152
三、典型例题精解	153



第2节 二重积分的解题技巧	154
一、解题程序	154
二、二重积分的计算方法	154
三、典型例题精解	156
历年考研真题链接	166
题型强化练习	175
第7章 无穷级数	179
第1节 常数项级数	179
一、基本概念	179
二、基本性质与方法	179
三、典型例题精解	182
第2节 幂级数	187
一、基本概念	187
二、重要定理与性质	188
三、典型例题精解	190
第3节 无穷级数求和	194
一、求幂级数和函数	194
二、常数项级数求和	194
三、典型例题精解	195
历年考研真题链接	197
题型强化练习	200
第8章 常微分方程与差分方程简介	204
第1节 一阶微分方程	204
一、基本概念	204
二、一阶微分方程的分类及解法	204
三、典型例题精解	205
第2节 二阶线性微分方程	209
一、二阶线性微分方程解的性质及解的结构定理	209
二、二阶常系数线性微分方程解法	209
三、典型例题精解	210
第3节 一阶差分方程	211
一、基本概念	212
二、一阶常系数线性差分方程的解法	212
三、典型例题精解	213
历年考研真题链接	214
题型强化练习	220
第9章 微积分在经济中的应用	222
一、基本概念	222
二、最大利润的条件	223
三、典型例题精解	223
历年考研真题链接	226
题型强化练习	228



第二部分 线性代数

第1章 n 阶行列式	229
一、基本概念	229
二、重要定理与性质	230
三、典型例题精解	232
历年考研真题链接	243
题型强化练习	244
第2章 矩 阵	247
第1节 矩阵的概念与运算	247
一、基本概念	247
二、矩阵的运算与运算规律	248
三、典型例题精解	249
第2节 逆矩阵	251
一、基本概念	252
二、重要性质与求逆矩阵的方法	252
三、分块矩阵及其运算法则	253
四、典型例题精解	254
第3节 矩阵的秩	260
一、基本概念	260
二、重要公式与结论	260
三、典型例题精解	261
历年考研真题链接	264
题型强化练习	271
第3章 向 量	277
第1节 向量组的线性相关与线性无关	277
一、基本概念	277
二、重要定理及性质	278
三、典型例题精解	279
第2节 向量组与矩阵的秩	283
一、基本概念	283
二、重要定理与公式	284
三、典型例题精解	284
第3节 n 维向量空间	288
一、基本概念	288
二、重要定理与性质	288
三、典型例题精解	289
历年考研真题链接	290
题型强化练习	292
第4章 线性方程组	296
第1节 线性方程组	296



一、基本概念	296
二、重要定理与方法	297
三、典型例题精解	298
第2节 线性方程组解的结构及判定	302
一、基本概念	302
二、重要定理和性质	303
三、典型例题精解	304
历年考研真题链接	314
题型强化练习	327
第5章 矩阵的特征值和特征向量	334
第1节 矩阵的特征值和特征向量	334
一、基本概念	334
二、重要定理与结论	334
三、典型例题精解	335
第2节 相似矩阵与矩阵的对角化	341
一、基本概念	341
二、重要定理与性质	341
三、典型例题精解	342
历年考研真题链接	350
题型强化练习	360
第6章 二次型	364
第1节 二次型和它的标准形	364
一、基本概念	364
二、重要定理与方法	365
三、典型例题精解	366
第2节 正定二次型与正定矩阵	372
一、基本概念	372
二、重要定理与性质	373
三、典型例题精解	374
历年考研真题链接	380
题型强化练习	383

第三部分 概率论与数理统计

第1章 随机事件与概率	385
一、基本概念	385
二、重要性质与公式	387
三、典型例题精解	389
历年考研真题链接	398
题型强化练习	400
第2章 随机变量及其概率分布	402
一、基本概念	402



二、基本性质与方法	404
三、典型例题精解	406
历年考研真题链接	415
题型强化练习	419
第3章 多维随机变量及其概率分布	423
一、基本概念	423
二、基本性质与方法	424
三、典型例题精解	427
历年考研真题链接	442
题型强化练习	451
第4章 随机变量的数字特征	455
一、基本概念	455
二、基本性质与公式	456
三、典型例题精解	458
历年考研真题链接	467
题型强化练习	476
第5章 大数定律和中心极限定理	481
一、切比雪夫不等式与大数定律	481
二、中心极限定理	481
三、典型例题精解	482
历年考研真题链接	486
题型强化练习	486
第6章 数理统计的基本概念	488
一、基本概念	488
二、基本性质与方法	489
三、典型例题精解	491
历年考研真题链接	494
题型强化练习	495
第7章 参数估计	497
一、基本概念	497
二、基本性质与方法	497
三、典型例题精解	498
历年考研真题链接	501
题型强化练习	504



第一部分 高等数学

第1章 函数、极限与连续

第1节 函 数

★ 大纲基本要求

- (1) 理解函数的概念,掌握函数的表示法,并会建立简单应用问题中的函数关系.
- (2) 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
- (3) 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
- (4) 掌握基本初等函数的性质及图形,了解初等函数的概念.

一、基本概念

1. 函数的概念

定义1 设 x 和 y 是两个变量, D 是一个给定的数集. 如果对于每个数值 $x \in D$, 变量 y 按照一定法则总有确定且唯一的值与它对应, 则称变量 y 是变量 x 的函数, 记作 $y = f(x)$, 其中数集 D 叫做这个函数的定义域, x 叫做自变量, y 叫做因变量.

值域 当 x 取遍 D 的各个数值时, 对应的函数值全体组成的数集 $W = \{y | y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $y = f(x)$ 的值域.

确定一个函数的两个要素: 定义域和对应法则.

命题人点拨

当且仅当两个函数的定义域和对应法则都完全相同时, 这两个函数才表示同一函数.

2. 反函数的概念

定义2 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 值域为 W . 如果对于值域 W 中的任一 y 值, 从关系式 $y = f(x)$ 中可确定唯一的一个 x 值, 则称变量 x 为变量 y 的函数, 记为 $x = f^{-1}(y)$, 并称 $x = f^{-1}(y)$ 为函数 $y = f(x)$ 的反函数. 习惯上用 x 表示自变量, 用 y 表示因变量, 故通常把 $y = f(x)$ 的反函数记为 $y = f^{-1}(x)$.