高等学校教材

高等数学

（基础部分）

上册

西安交通大学高等数学教研室　编

高等教育出版社

高等学校教材

高等数学

（基础部分）

上册

西安交通大学高等数学教研室 编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是以西安交通大学高等数学教研室于 1959 年编写的高等数学讲义为基础，根据 1962 年 5 月审订的高等工业学校本科五年制各类专业适用的“高等数学（基础部分）教学大纲（试行草案）”改编的。

全书分上、下两册出版。上册内容为：平面解析几何（包括行列式）、一元函数的微积分学。

参加本书编写和定稿工作的有陆庆乐（主编）、赵孟养、邵济煦、马知恩等同志。本书由侯希忠、王元吉同志初审后，又经高等工业学校高等数学课程教材编审委员会复审。

本书可作为高等工业学校“高等数学”课程试用教科书。

本书于 1964 年出版，恰逢高等教育出版社建社 60 周年，甲午重印，以飨读者。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学. 基础部分. 上册/西安交通大学高等数学教研室编. —北京:高等教育出版社,2014.7
ISBN 978-7-04-039522-8

Ⅰ.①高… Ⅱ.①西… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 064793 号

策划编辑 蒋 青 责任编辑 蒋 青 封面设计 王 睢 版式设计 于 婕
插图绘制 黄建英 责任校对 窦丽娜 责任印制 韩 刚

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街4号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	涿州市星河印刷有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	850mm×1168mm 1/32		http://www.landraco.com.cn
印　　张	13.25	版　　次	2014 年 7 月第 1 版
字　　数	330 千字	印　　次	2014 年 7 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	27.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号　39522-00

出版说明

1954年5月，高等教育出版社正式成立。60年来，在教育部领导的关怀下，在数学教育工作者的支持下，高教社出版了众多数学教材，可谓群贤毕至，精品迭出，伴随着青年学子们度过了难忘的大学时光。

由于各种原因，部分优秀教材没有机会再版或重印。这其中有我国第一部高等数学教学大纲的制定者朱公谨先生编写的《高等数学(初稿)》；教材编审委员会主任赵访熊先生主编的《高等数学》；西安交通大学陆庆乐先生主编的《高等数学(基础部分)》；清华大学程紫明主编的《高等数学(基础部分)》；还有项武义先生的《微积分大意》，谷超豪、李大潜、沈玮熙的《应用偏微分方程》，吴大任先生的《微分几何讲义》(修订版)，北京大学的《数学分析》及其习题集……这些教材，不仅是数学专家、广大数学教师的教学经验的积累，也是历届数学教材编审委员会的集体智慧的结晶，更是各个时期数学教学改革的成果代表，它们呈现了数学教材建设的真实历史，深深影响了几代人。

虽然这些教材出版时间较早，但从数学学科的发展和教学改革的趋势来看，它们对现在的数学课程教学仍然有一定的借鉴意义。为了使广大读者能够对比各时期高校数学教学要求、教学内容体系的变迁，更好地传承数学的教学思想、教学方法，促进当前数学教学改革，提高教学质量，我们遴选了60年来具有代表性的经典数学教材进行重新印刷。

这套教材的重版，牵动各方专家的关注，凝结了很多前辈的厚

爱和支持。在联系原作著作权人的过程中，西安交通大学马知恩教授、上海交通大学乐经良教授、清华大学盛祥耀教授都给予了我们帮助。已故作者的子女也积极地配合我们工作。高等教育出版社的郭思旭编审从选题到提供样书给予了很大帮助，胡乃冏、徐刚编审提供了部分资料和样书，王雎老师为这套书的封面从选纸到配色做了精美的设计，使得这套教材不仅保持了原有的风貌，更融入了现代元素。

在本套教材的重版编辑过程中，我们克服了重重困难，本着古建筑修复中"整旧如旧"的原则，尽管这套书中提及的有些算法已经不再用了，我们仍然保留了这些部分，以求保持经典教材的原汁原味，仅做了规范方面的微小改动。重温经典，不仅让老专家、老前辈们抚今追昔，也让我们倍感自豪和使命感，我们还会进一步增加重版的品种，奉献给读者更多优秀教材。

由于本套教材的重版在较短时间内完成，虽竭尽全力，疏漏之处在所难免，恳请各位专家和广大读者批评指正

高等教育出版社

2014 年 4 月

上册目录

第一篇　平面解析几何

第二篇 一元函数的微积分学

第一篇

平面解析几何

第一章

坐标法. 曲线与方程

在中学里,代数与几何是两门各自独立、很少联系的课程. 紧密地把代数与几何结合起来,这就产生了解析几何. 说得更明确一些,解析几何是要应用代数的方法,即所谓解析法,来进行几何的研究;而反过来,也就可以借助于几何的概念来说明代数的性质.

促成代数与几何的这样一种结合的,就是**坐标法**. 我们知道,代数运算的基本对象是数,几何图形的最基本元素是点,通过坐标法,我们却使这两者发生了紧密的联系.

1-1 实数与它的绝对值

在高等数学这门课程中,所牵涉到的数,主要都是实数. 关于实数的概念在中学代数里已有阐述. 我们知道,整数(包括正整数、负整数及零)与分数(包括正分数及负分数)总称**有理数**;任何有理数可以化为有限小数或无限循环小数. 所谓**无理数**就是指无限不循环小数. 如果按照一定法则(例如用开方法计算$\sqrt{2}$)能够求出一个无理数任何数位上的数字,这无理数即作为已知. 有理数与无理数统称**实数**.

我们又知道,任意取两个实数,都可以比较它们的大小. 在实

数的集合中进行有理运算,即加、减、乘、除四种运算,结果仍是实数.但是我们不能用零作为除数,因为这样做是毫无意义的.

在中学代数里也讲过实数的绝对值:正数的绝对值就是它的本身,负数的绝对值是跟这个负数符号相反的正数,零的绝对值还是零.换句话说,设 $|a|$ 表示实数 a 的绝对值,我们有

$$\boxed{|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geqslant 0, \\ -a, & \text{当 } a < 0. \end{cases}}$$

由这一定义,对任意实数 a 可以推得下面两个结果:

(Ⅰ)不等式

$$-|a| \leqslant a \leqslant |a|$$

恒成立;

(Ⅱ)如果 $A \geqslant 0$,而 $-A \leqslant a \leqslant A$,那么 $|a| \leqslant A$;反过来也对.

[证] (Ⅰ)当 $a \geqslant 0$ 时,由定义,$a = |a|$.因此,有

$$-|a| \leqslant a = |a|$$

成立.当 $a < 0$ 时,由定义,$a = -|a|$.因此,有

$$-|a| = a < |a|$$

成立.所以不等式 $-|a| \leqslant a \leqslant |a|$ 恒成立.

(Ⅱ)当 $a \geqslant 0$ 时,由定义并根据所假定的不等式 $-A \leqslant a \leqslant A$,有 $|a| = a \leqslant A$,即 $|a| \leqslant A$.当 $a < 0$ 时,由定义并用 -1 乘所假定的不等式,则有 $|a| = -a \leqslant A$.亦即 $|a| \leqslant A$.

反过来,从 $|a| \leqslant A$,得 $-A \leqslant -|a|$.再根据(Ⅰ),便有

$$-A \leqslant -|a| \leqslant a \leqslant |a| \leqslant A,$$

即

$$-A \leqslant a \leqslant A.$$

此外,对 a、b 两个任意实数,我们还有下列关于绝对值的几个主要性质:

1° 两个实数之和的绝对值不大于各数的绝对值之和,即

$$\boxed{|a+b| \leqslant |a| + |b|.}$$

［证］ 根据（Ⅰ），我们有

$$-|a| \leqslant a \leqslant |a|,$$
$$-|b| \leqslant b \leqslant |b|.$$

把这两个不等式的两端分别相加，得

$$-(|a|+|b|) \leqslant a+b \leqslant |a|+|b|.$$

由（Ⅱ），即得欲证的结果：

$$|a+b| \leqslant |a|+|b|.$$

这个不等式不难推广到 n 个实数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$：

$$|a_1+a_2+\cdots+a_n| \leqslant |a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|.$$

例 1. $|-3+2-5| = |-6| = 6 < |-3|+|2|+|-5|$
$= 3+2+5 = 10.$

2° 两个实数之差的绝对值不小于各数的绝对值之差：

$$|a-b| \geqslant \begin{cases} |a|-|b|, \\ |b|-|a|. \end{cases}$$

［证］ 由于 $a=(a-b)+b$，根据性质 1°，得

$$|a| \leqslant |a-b|+|b|,$$

即
$$|a-b| \geqslant |a|-|b|;$$

而把 a、b 对调，则得

$$|a-b| = |b-a| \geqslant |b|-|a|.$$

例 2. $|-3-2| = |-5| = 5 > |-3|-|2| = 3-2 = 1.$

性质 1°、2°中的等号只有在各数同号时成立.

3° 两个实数之积的绝对值等于各数的绝对值之积：

$$|ab| = |a||b|.$$

这个关系式也不难推广到 n 个实数.

4° 两个实数之商的绝对值等于各数的绝对值之商：

$$\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0).$$

最后这两个性质从乘法与除法的符号规则便可以直接推出.

1－2 有向线段

在一条直线 L 上任取两点 A 与 B. 我们从中学几何知道这样在 L 上介于 A 与 B 之间的部分(图 1.1)就叫做**线段**.

图 1.1

在中学几何里,对线段只考虑它的长度,因此把线段 AB 与 BA 当作是相同的. 但在有些几何问题与力学问题中,线段方向的规定对问题的研究也是重要的. 例如我们把 AB 看作是一个质点从起点 A 运动到终点 B 的位移,BA 从起点 B 运动到终点 A 的位移,那么 AB 与 BA 就具有不同的意义,它们的方向是相反的.

规定了方向的线段称为**有向线段**. 为便于与无向线段区别起见,我们暂且用字母上加一道横线来表示有向线段. 我们把方向是由 A 指向 B 的有向线段记作 $\overline{AB}$,于是 $\overline{BA}$ 的方向是由 B 指向 A,与 $\overline{AB}$ 相反. $\overline{AB}$ 的起点是 A,终点是 B;而 $\overline{BA}$ 的起点是 B,终点是 A. 我们把长度相同方向相反的两个有向线段 $\overline{AB}$ 与 $\overline{BA}$ 之间的关系,记作

$$\overline{AB} = -\overline{BA}. \tag{1}$$

起点与终点重合的有向线段称为**零线段**①,记作 0,即 $\overline{AA}=0$.

关于有向线段相加,我们规定:对于直线 L 上的任意三点 A、B、C,不论它们的位置如何,所形成的有向线段 $\overline{AB}$ 与 $\overline{BC}$ 之和是有向线段 $\overline{AC}$(图 1.2),即

$$\boxed{\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}.} \tag{2}$$

① 零线段的方向不定.

这个公式称为有向线段的**结合法则**.

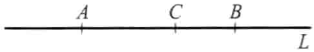

图 1.2

当 C 重合于 A 时,有

$$\overline{AB}+\overline{BA}=0 \tag{3}$$

根据结合法则,如果在直线 L 上有 n 个点 A_1、A_2、⋯、A_{n-1}、A_n,容易推得

$$\overline{A_1A_2}+\overline{A_2A_3}+\cdots+\overline{A_{n-1}A_n}=\overline{A_1A_n}. \tag{4}$$

现在让我们把有向线段与数联系起来,我们给任意直线 L 以方向,在直线的两个方向中取定一个作为直线的正方向,用箭头指出,如图 1.3. 这种有方向的直线称为**有向直线**.

在有向直线 L 上的一个有向线段 $\overline{AB}$,如果它的方向与 L 的正方向相同(如图 1.4(a)),我们说这有向线段是**正的**;如果相反(如图 1.4(b)),就说是**负的**.

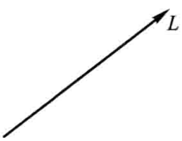

图 1.3

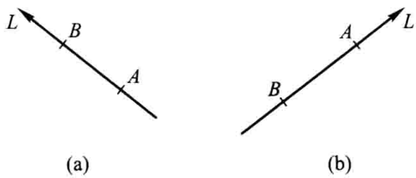

图 1.4

我们用下述方法使有向直线 L 上的每一个有向线段 $\overline{AB}$ 跟一个确定的实数发生联系. 设正数 s 是线段 AB 的长①,我们就按照

---

① 要计量长度,当然须先有长度的单位. 在本书中,我们将假定所有的单位长度是始终不变、到处一样的. 因此,以后就不再提到这个问题(但在图形中,为求清晰起见,所用单位长度,仍有伸缩).