

高等学校教材

# 高等数学

(基础部分)

上册

西安交通大学高等数学教研室 编

高等教育出版社

高等学校教材

---

# 高等数学

(基础部分)

上册

西安交通大学高等数学教研室 编

高等教育出版社·北京

## 内容提要

本书是以西安交通大学高等数学教研室于1959年编写的高等数学讲义为基础,根据1962年5月审订的高等工业学校本科五年制各类专业适用的“高等数学(基础部分)教学大纲(试行草案)”改编的。

全书分上、下两册出版。上册内容为:平面解析几何(包括行列式)、一元函数的微积分学。

参加本书编写和定稿工作的有陆庆乐(主编)、赵孟养、邵济煦、马知恩等同志。本书由侯希忠、王元吉同志初审后,又经高等工业学校高等数学课程教材编审委员会复审。

本书可作为高等工业学校“高等数学”课程试用教科书。

本书于1964年出版,恰逢高等教育出版社建社60周年,甲午重印,以饯读者。

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学.基础部分.上册/西安交通大学高等数学教研室编. —北京:高等教育出版社,2014.7  
ISBN 978-7-04-039522-8

I. ①高… II. ①西… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第064793号

策划编辑 蒋青 责任编辑 蒋青 封面设计 王睢 版式设计 于婕  
插图绘制 黄建英 责任校对 窦丽娜 责任印制 韩刚

---

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
邮政编码	100120		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
印 刷	涿州市星河印刷有限公司	网上订购	<a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>
开 本	850mm×1168mm 1/32		<a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a>
印 张	13.25	版 次	2014年7月第1版
字 数	330千字	印 次	2014年7月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	27.60元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物 料 号 39522-00

## 出版说明

---

1954年5月,高等教育出版社正式成立。60年来,在教育部领导的关怀下,在数学教育工作者的支持下,高教社出版了众多数学教材,可谓群贤毕至,精品迭出,伴随着青年学子们度过了难忘的大学时光。

由于各种原因,部分优秀教材没有机会再版或重印。这其中  
有我国第一部高等数学教学大纲的制定者朱公谨先生编写的《高等数学(初稿)》;教材编审委员会主任赵访熊先生主编的《高等数学》;西安交通大学陆庆乐先生主编的《高等数学(基础部分)》;清华大学程紫明主编的《高等数学(基础部分)》;还有项武义先生的《微积分大意》,谷超豪、李大潜、沈玮熙的《应用偏微分方程》,吴大任先生的《微分几何讲义》(修订版),北京大学的《数学分析》及其习题集……这些教材,不仅是数学专家、广大数学教师的教学经验的积累,也是历届数学教材编审委员会的集体智慧的结晶,更是各个时期数学教学改革的成果代表,它们呈现了数学教材建设的真实历史,深深影响了几代人。

虽然这些教材出版时间较早,但从数学学科的发展和教学改革的发展趋势来看,它们对现在的数学课程教学仍然有一定的借鉴意义。为了使广大读者能够对比各时期高校数学教学要求、教学内容体系的变迁,更好地传承数学的教学思想、教学方法,促进当前数学教学改革,提高教学质量,我们遴选了60年来具有代表性的经典数学教材进行重新印刷。

这套教材的重版,牵动各方专家的关注,凝结了很多前辈的厚

爱和支持。在联系原作著作权人的过程中,西安交通大学马知恩教授、上海交通大学乐经良教授、清华大学盛祥耀教授都给予了我们帮助。已故作者的子女也积极地配合我们工作。高等教育出版社的郭思旭编审从选题到提供样书给予了很大帮助,胡乃同、徐刚编审提供了部分资料和样书,王睢老师为这套书的封面从选纸到配色做了精美的设计,使得这套教材不仅保持了原有的风貌,更融入了现代元素。

在本套教材的重版编辑过程中,我们克服了重重困难,本着古建筑修复中“整旧如旧”的原则,尽管这套书中提及的有些算法已经不再用了,我们仍然保留了这些部分,以求保持经典教材的原汁原味,仅做了规范方面的微小改动。重温经典,不仅让老专家、老前辈们抚今追昔,也让我们倍感自豪和使命感,我们还会进一步增加重版的品种,奉献给读者更多优秀教材。

由于本套教材的重版在较短时间内完成,虽竭尽全力,疏漏之处在所难免,恳请各位专家和广大读者批评指正

高等教育出版社

2014年4月

## 郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

# 上册目录

## 第一篇 平面解析几何

<b>第一章 坐标法. 曲线与方程</b> .....	(2)
1-1 实数与它的绝对值 .....	(4)
1-2 有向线段 .....	(5)
1-3 数轴 .....	(8)
1-4 投影定理 .....	(9)
1-5 平面直角坐标系 .....	(11)
1-6 两点之间的距离 .....	(12)
1-7 定比分点 .....	(14)
1-8 曲线的方程 .....	(16)
1-9 方程的图形 .....	(19)
1-10 两曲线的交点 .....	(24)
<b>第二章 直线</b> .....	(25)
2-1 直线方程的斜截式 .....	(25)
2-2 直线方程的一般式 .....	(27)
2-3 直线方程的其他形式 .....	(29)
2-4 二直线的交角 .....	(32)
2-5 二直线平行与垂直的条件 .....	(35)
2-6 点与直线之间的距离 .....	(41)
2-7 充分必要条件 .....	(43)
<b>第三章 行列式</b> .....	(45)
3-1 二元线性方程组与二阶行列式 .....	(45)
3-2 三元线性方程组与三阶行列式 .....	(48)

3-3	三阶行列式的主要性质	(54)
3-4	四阶行列式	(57)
3-5	齐次线性方程组	(60)
<b>第四章</b>	<b>圆锥曲线</b>	<b>(64)</b>
4-1	圆	(64)
4-2	椭圆	(67)
4-3	双曲线	(72)
4-4	抛物线	(78)
4-5	圆锥曲线	(81)
4-6	坐标变换	(85)
4-7	一般二元二次方程	(89)
<b>第五章</b>	<b>极坐标·参数方程</b>	<b>(95)</b>
5-1	平面极坐标系	(95)
5-2	极坐标方程的建立与讨论	(97)
5-3	极坐标与直角坐标的关系	(102)
5-4	曲线的参数方程	(106)
5-5	参数方程的建立	(109)
<b>第二篇 一元函数的微积分学</b>		
<b>第六章</b>	<b>函数概念</b>	<b>(118)</b>
6-1	一元函数的定义	(118)
6-2	函数的表示法	(122)
6-3	显函数与隐函数	(126)
6-4	函数的简单性态	(127)
6-5	反函数及其图形	(130)
6-6	复合函数概念	(133)
6-7	基本初等函数与初等函数	(135)
6-8	一些简便的函数作图法	(139)
<b>第七章</b>	<b>极限概念·连续函数</b>	<b>(141)</b>
7-1	数列与它的简单性态	(141)
7-2	数列的极限	(145)



7-3	收敛数列的有界性 .....	(149)
7-4	数列没有极限的情况 .....	(150)
7-5	数列极限的一条存在准则 .....	(151)
7-6	数列极限的有理运算 .....	(154)
7-7	自变量无限趋大时的函数极限 .....	(157)
7-8	自变量趋近有限值时的函数极限 .....	(159)
7-9	函数极限的运算法则及存在准则 .....	(164)
7-10	无穷大量与无穷小量 .....	(169)
7-11	无穷小的比较 .....	(173)
7-12	函数的连续性 .....	(175)
7-13	间断点 .....	(178)
7-14	连续函数的性质 .....	(181)
7-15	初等函数的连续性 .....	(186)
<b>第八章</b>	<b>导数与微分 .....</b>	<b>(188)</b>
8-1	物理学中的一些概念 .....	(188)
8-2	导数的定义 .....	(191)
8-3	导数的几何意义 .....	(196)
8-4	平面曲线的切线与法线 .....	(199)
8-5	函数的可导性与连续性 .....	(202)
8-6	函数的和、差、积、商的导数 .....	(204)
8-7	复合函数的导数 .....	(207)
8-8	反函数的导数 .....	(210)
8-9	双曲及反双曲函数 .....	(213)
8-10	初等函数的求导问题 .....	(217)
8-11	隐函数的求导. 对数求导法 .....	(218)
8-12	微分概念 .....	(220)
8-13	微分公式. 微分形式不变性 .....	(224)
8-14	微分在近似计算中的应用 .....	(225)
8-15	高阶导数 .....	(228)
8-16	参数方程的求导问题 .....	(231)
8-17	极坐标方程的求导问题 .....	(234)

<b>第九章 导数的应用</b> .....	(237)
9-1 微分学中值定理 .....	(237)
9-2 函数增减的判定. 函数的极值 .....	(241)
9-3 关于最大、最小值的应用问题 .....	(248)
9-4 函数图形凹向的判定. 拐点 .....	(255)
9-5 渐近线 .....	(259)
9-6 函数作图问题 .....	(262)
9-7 不定式问题 .....	(265)
9-8 泰勒公式 .....	(273)
9-9 一些基本初等函数的泰勒公式 .....	(278)
9-10 方程近似解问题 .....	(281)
9-11 曲线的弧长 .....	(287)
9-12 曲率概念 .....	(290)
9-13 曲率圆 .....	(294)
<b>第十章 定积分与不定积分</b> .....	(300)
10-1 两个有关定积分的问题 .....	(300)
10-2 定积分的定义与存在定理 .....	(304)
10-3 定积分的一些性质 .....	(308)
10-4 积分学中值定理 .....	(312)
10-5 原函数与不定积分 .....	(315)
10-6 牛顿-莱布尼茨公式 .....	(319)
<b>第十一章 积分法. 反常积分</b> .....	(322)
11-1 积分法要旨 .....	(322)
11-2 换元积分法 .....	(326)
11-3 分部积分法 .....	(335)
11-4 不能用初等函数表达的积分 .....	(340)
11-5 有理函数的积分 .....	(341)
11-6 三角函数的有理式的积分 .....	(351)
11-7 一些简单无理函数的积分 .....	(352)
11-8 积分表的使用 .....	(355)
11-9 近似积分法 .....	(358)

11 - 10	两种反常积分 .....	(363)
11 - 11	反常积分存在的准则. $\Gamma$ 函数 .....	(368)
<b>第十二章</b>	<b>定积分的应用</b> .....	<b>(375)</b>
12 - 1	平面图形的面积 .....	(375)
12 - 2	已知平行截面的立体体积 .....	(379)
12 - 3	平面曲线的长度 .....	(382)
12 - 4	定积分应用大意 .....	(387)
12 - 5	液体压力 .....	(390)
12 - 6	功 .....	(392)
12 - 7	引力 .....	(394)
<b>附录</b>	.....	<b>(397)</b>
I	简明积分表 .....	(397)
II	一些常用的曲线 .....	(405)

# 第一篇

## 平面解析几何

# 第一章

## 坐标法·曲线与方程

在中学里,代数与几何是两门各自独立、很少联系的课程. 紧密地把代数与几何结合起来,这就产生了解析几何. 说得更明确一些,解析几何是要应用代数的方法,即所谓解析法,来进行几何的研究;而反过来,也就可以借助于几何的概念来说明代数的性质.

促成代数与几何的这样一种结合的,就是**坐标法**. 我们知道,代数运算的基本对象是数,几何图形的最基本元素是点,通过坐标法,我们却使这两者发生了紧密的联系.

### 1-1 实数与它的绝对值

在高等数学这门课程中,所牵涉到的数,主要都是实数. 关于实数的概念在中学代数里已有阐述. 我们知道,整数(包括正整数、负整数及零)与分数(包括正分数及负分数)总称**有理数**;任何有理数可以化为有限小数或无限循环小数. 所谓**无理数**就是指无限不循环小数. 如果按照一定法则(例如用开方法计算 $\sqrt{2}$ )能够求出一个无理数任何数位上的数字,这无理数即作为已知. 有理数与无理数统称**实数**.

我们又知道,任意取两个实数,都可以比较它们的大小. 在实

数的集合中进行有理运算,即加、减、乘、除四种运算,结果仍是实数.但是我们不能用零作为除数,因为这样做是毫无意义的.

在中学代数里也讲过实数的绝对值:正数的绝对值就是它的本身,负数的绝对值是跟这个负数符号相反的正数,零的绝对值还是零.换句话说,设  $|a|$  表示实数  $a$  的绝对值,我们有

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0, \\ -a, & \text{当 } a < 0. \end{cases}$$

由这一定义,对任意实数  $a$  可以推得下面两个结果:

(I) 不等式

$$-|a| \leq a \leq |a|$$

恒成立;

(II) 如果  $A \geq 0$ , 而  $-A \leq a \leq A$ , 那么  $|a| \leq A$ ; 反过来也对.

[证] (I) 当  $a \geq 0$  时,由定义,  $a = |a|$ . 因此,有

$$-|a| \leq a = |a|$$

成立. 当  $a < 0$  时,由定义,  $a = -|a|$ . 因此,有

$$-|a| = a < |a|$$

成立. 所以不等式  $-|a| \leq a \leq |a|$  恒成立.

(II) 当  $a \geq 0$  时,由定义并根据所假定的不等式  $-A \leq a \leq A$ , 有  $|a| = a \leq A$ , 即  $|a| \leq A$ . 当  $a < 0$  时,由定义并用  $-1$  乘所假定的不等式,则有  $|a| = -a \leq A$ . 亦即  $|a| \leq A$ .

反过来,从  $|a| \leq A$ , 得  $-A \leq -|a|$ . 再根据 (I), 便有

$$-A \leq -|a| \leq a \leq |a| \leq A,$$

即

$$-A \leq a \leq A.$$

此外,对  $a, b$  两个任意实数,我们还有下列关于绝对值的几个主要性质:

1° 两个实数之和的绝对值不大于各数的绝对值之和,即

$$|a + b| \leq |a| + |b|.$$

[证] 根据(I),我们有

$$-|a| \leq a \leq |a|,$$

$$-|b| \leq b \leq |b|.$$

把这两个不等式的两端分别相加,得

$$-(|a| + |b|) \leq a + b \leq |a| + |b|.$$

由(II),即得欲证的结果:

$$|a + b| \leq |a| + |b|.$$

这个不等式不难推广到  $n$  个实数  $a_1, a_2, \dots, a_n$ :

$$|a_1 + a_2 + \dots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|.$$

例 1.  $|-3 + 2 - 5| = |-6| = 6 < |-3| + |2| + |-5|$   
 $= 3 + 2 + 5 = 10.$

2° 两个实数之差的绝对值不小于各数的绝对值之差:

$$|a - b| \geq \begin{cases} |a| - |b|, \\ |b| - |a|. \end{cases}$$

[证] 由于  $a = (a - b) + b$ , 根据性质 1°, 得

$$|a| \leq |a - b| + |b|,$$

即

$$|a - b| \geq |a| - |b|;$$

而把  $a, b$  对调, 则得

$$|a - b| = |b - a| \geq |b| - |a|.$$

例 2.  $|-3 - 2| = |-5| = 5 > |-3| - |2| = 3 - 2 = 1.$

性质 1°, 2° 中的等号只有在各数同号时成立.

3° 两个实数之积的绝对值等于各数的绝对值之积:

$$|ab| = |a| |b|.$$

这个关系式也不难推广到  $n$  个实数.

4° 两个实数之商的绝对值等于各数的绝对值之商:

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0).$$

最后这两个性质从乘法与除法的符号规则便可以直接推出.

## 1-2 有向线段

在一条直线  $L$  上任取两点  $A$  与  $B$ . 我们从中学几何知道这样在  $L$  上介于  $A$  与  $B$  之间的部分(图 1.1)就叫做**线段**.



图 1.1

在中学几何里,对线段只考虑它的长度,因此把线段  $AB$  与  $BA$  当作是相同的.但在有些几何问题与力学问题中,线段方向的规定对问题的研究也是重要的.例如我们把  $AB$  看作是一个质点从起点  $A$  运动到终点  $B$  的位移, $BA$  从起点  $B$  运动到终点  $A$  的位移,那么  $AB$  与  $BA$  就具有不同的意义,它们的方向是相反的.

规定了方向的线段称为**有向线段**.为便于与无向线段区别起见,我们暂且用字母上加一道横线来表示有向线段.我们把方向是由  $A$  指向  $B$  的有向线段记作  $\overline{AB}$ ,于是  $\overline{BA}$  的方向是由  $B$  指向  $A$ ,与  $\overline{AB}$  相反.  $\overline{AB}$  的起点是  $A$ ,终点是  $B$ ;而  $\overline{BA}$  的起点是  $B$ ,终点是  $A$ .我们把长度相同方向相反的两个有向线段  $\overline{AB}$  与  $\overline{BA}$  之间的关系,记作

$$\overline{AB} = -\overline{BA}. \quad (1)$$

起点与终点重合的有向线段称为**零线段**<sup>①</sup>,记作  $0$ ,即  $\overline{AA} = 0$ .

关于有向线段相加,我们规定:对于直线  $L$  上的任意三点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ,不论它们的位置如何,所形成的有向线段  $\overline{AB}$  与  $\overline{BC}$  之和是有向线段  $\overline{AC}$ (图 1.2),即

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}. \quad (2)$$

① 零线段的方向不定.



这个公式称为有向线段的**结合法则**.

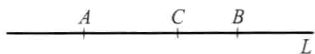


图 1.2

当  $C$  重合于  $A$  时,有

$$\overline{AB} + \overline{BA} = 0 \quad (3)$$

根据结合法则,如果在直线  $L$  上有  $n$  个点  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n$ , 容易推得

$$\overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_3} + \dots + \overline{A_{n-1}A_n} = \overline{A_1A_n}. \quad (4)$$

现在让我们把有向线段与数联系起来,我们给任意直线  $L$  以方向,在直线的两个方向中取定一个作为直线的正方向,用箭头指出,如图 1.3. 这种有方向的直线称为**有向直线**.

在有向直线  $L$  上的一个有向线段  $\overline{AB}$ , 如果它的方向与  $L$  的正方向相同(如图 1.4(a)), 我们说这有向线段是**正的**; 如果相反(如图 1.4(b)), 就说是**负的**.

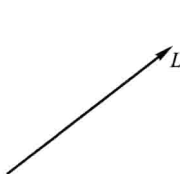


图 1.3

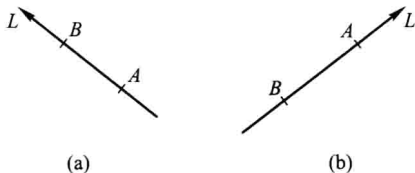


图 1.4

我们用下述方法使有向直线  $L$  上的每一个有向线段  $\overline{AB}$  跟一个确定的实数发生联系. 设正数  $s$  是线段  $AB$  的长<sup>①</sup>, 我们就按照

<sup>①</sup> 要计量长度,当然须先有长度的单位. 在本书中,我们将假定所有的单位长度是始终不变、到处一样的. 因此,以后就不再提到这个问题(但在图形中,为求清晰起见,所用单位长度,仍有伸缩).