

高等院校教材

外弹道学

浦发编著

国防工业出版社

外 弹 道 学

浦 发 编 著

国防工业出版社

内 容 简 介

本书介绍了枪炮弹丸的飞行原理及其应用。

全书共分三篇十三章。第一篇外弹道学基本问题，共五章（第一至五章），分别介绍了抛物线理论，作用于弹丸的空气动力和力矩，质心运动方程组和空气弹道特性，近似分析解法与数值积分法。第二篇飞行稳定性理论，共五章（第六至十章），分别讨论了旋转弹丸的旋转理论和尾翼弹的摆动理论，并对旋转弹丸弹轴运动的起始条件进行了分析。第三篇射表编制与弹道设计问题，共三章（第十一至十三章），分别讨论了修正理论、射表编制和弹道设计问题。

本书可作为高等院校有关专业的教材或参考用书，也可供从事枪炮弹药的研究、设计、使用和靶场技术人员参考之用。

外 弹 道 学

浦 发 编 著

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张 23¹/₄ 538千字

1980年7月第一版 1980年7月第一次印刷 印数：0,001—2100册

统一书号：15034·2006 定价：2.40元

前 言

外弹道学是炮兵科学的重要基础学科之一。在国内，有关这方面的书籍公开出版的较少，而广大炮兵科学工作者在实际工作中又迫切需要，因此我们编写了这本书，供弹道专业人员参考。

为了不同专业的炮兵科学工作者应用上的方便，我们将一般外弹道学和火箭外弹道学分开编写。本书讨论的范围限于一般枪、炮弹丸的飞行理论及其应用。当然也可适用于火箭弹道的被动段和某些短程导弹弹道的无控段。

本书内容分外弹道学基本问题，飞行稳定性理论及其主要应用——射表编制和弹道设计问题三部分。

在基本问题中，首先在第一章中简单介绍了只考虑一个重力作用下的弹丸运动理论——抛物线理论。对其基本概念以及目前尚属有用的某些部分作了一般的介绍；第二章讨论了作用于弹丸的空气动力和力矩。重点放在一般物理概念的叙述和一些经验的或半经验的估算方法，为弹形选择和外弹道计算打一个基础；第三章介绍了常用的几种不同形式的弹丸质心运动方程组，并在此基础上一般地讨论了空气弹道的某些特性和各种弹道表（低伸弹道表、地面火炮外弹道表和高射炮外弹道表）的内容和使用方法；第四章介绍了一些近似分析法。由于低伸弹道表的编成与出版，因而主要用于计算低伸弹道的西亚切解法的应用范围大为缩小，故本书仅介绍它在弹道上邻近二点弹丸运动速度的相互换算和速度标准化方面的应用。有关顶点、落点诸元公式和辅助函数等，只以习题的方式使读者对它们能有所了解。其次介绍了可以由弹道上一点诸元推算邻近另一点诸元的级数解法和估算炸弹弹道诸元的炸弹弹道解法。最后介绍了适用于短（斜射）程的空中射击弹道的近似解法，并将其转用于高射机枪或小口径高炮对低空飞机的射击。上述各近似解法可作设计中估算之用。如果需要进行较准确的弹道计算，以用较为准确的数值积分法为宜；第五章中主要介绍了数值积分法中的差分法和龙格-库塔法。前者适用于少量的手算或用电动计算机计算；后者适用于数字电子计算机计算。大量的、重复的、繁杂的弹道计算，大型电子计算机是最好的工具。

在飞行稳定性理论中，主要阐述有关旋转稳定弹和尾翼稳定弹的飞行稳定条件的基本原理和减小散布的方法；第六章中建立了考虑全力组和力矩组对旋转弹和尾翼弹通用的运动方程组。重点是用复数形式表示的速度方向方程和弹轴摆动方程；第七章在略去一些次要因素的简化条件下，简明地阐述了弹轴运动的基本规律，导出了基本保证旋转弹丸陀螺稳定和追随稳定的膛线缠度公式、方向偏角公式、螺线轨迹公式和新的计算偏流的理论公式等，并由此指出了影响方向散布的主要因素和用射击法测定某些气动系数的原理；第八章在考虑全力组和力矩组的一般条件下，重新讨论弹轴运动的基础上，提出了弹丸飞行的动态稳定性条件和测定各种气动力系数的原理；第九章中研究了旋转弹丸弹轴运动起始条

件形成的过程和估算方法，为减小起始扰动、提高射击密集度指出一些可能的途径。由于对后效期压力场研究得不充分，故后效期弹轴运动理论有待进一步完善；第十章讨论了尾翼弹摆动运动规律及方向偏角形成原因和估算方法。特别讨论了低速旋转对减小尾翼弹外形不对称和质心偏移所造成的散布以及克服旋转共振的条件。由于尾翼弹外形的多样化，形成弹轴运动起始条件的因素与过程差别较大，而且更为复杂，有待进一步研究。

由于修正理论和外弹道学基本问题是射表编制和射击试验数据分析处理的主要理论基础，故在射表编制和弹道设计问题这一部分中，首先（第十一章）用较多篇幅讨论了在各种非标准条件下的修正问题。其中特别增加了对飞行时间的修正和炮耳轴与炮身轴不垂直以及炮耳轴与炮尾平台不平行对射向的修正问题。前者是确定定时空炸榴弹的时间分划所必需；后者对大仰角射击的火炮尤其是高射炮也有一定的实际意义；第十二章中简单介绍了射表编制的基本原理和一些必要的射击试验；最后在第十三章中先一般地分析了要求在弹道设计中解决的问题和出现的矛盾，然后讨论了弹形系数（弹道系数）问题、密集度问题和飞行稳定性问题，并举例说明了最佳解的选择和初速分级问题。这些问题的解决与内弹道学、弹丸空气动力学以及弹、药、火炮等专业知识密切相关。本章仅就外弹道这一侧面作些简单介绍，以供读者参考。

本书中附有一些习题和例题。对于一些易于误解、混淆或稍加延伸就可以获得某些新结论的地方，常常通过一些带有思考性的习题，帮助读者加深理解。

本书初稿承我院外弹道组闵杰、杨启仁等同志进行了审查并提出了一些宝贵意见，特此表示谢意。

由于编者水平所限，缺点、错误在所难免，恳切希望参阅本书的同志，不吝给予指正，以便再版时修改。

浦 发

1979年3月于华东工程学院

目 录

绪论	1	§ 5.2 极阻尼力矩	50
§ 1 外弹道学的研究对象及其任务	1	§ 5.3 马格努斯力和力矩	51
§ 2 常用术语、定义与符号	2	§ 6 关于弹丸的知识	52
第一篇 外弹道学基本问题		§ 6.1 弹丸的外形	52
第一章 抛物线理论		§ 6.2 弹重及其与口径和弹道系数的关系	59
§ 1 重力和重力加速度	5	§ 6.3 转动惯量	59
§ 2 抛物线弹道方程	7	§ 6.4 合理弹形的选择	60
§ 3 弹道任意点、顶点和落点诸元	8	第三章 弹丸质心运动方程组	
§ 4 抛物线理论的应用	10	空气弹道特性	
§ 4.1 等斜射程时高低角与瞄准角的关系 弹道刚性原理	10	§ 1 基本假设	62
§ 4.2 相对停留时间	12	§ 2 描绘弹丸质心运动的主要参量	63
§ 4.3 平均弹道高	13	§ 3 以时间 t 为自变量的弹丸质心运动方程组	64
§ 4.4 修正公式	13	§ 3.1 直角坐标系的弹丸质心运动方程组	64
第二章 作用于弹丸的空气动力和力矩		§ 3.2 自然坐标系的弹丸质心运动方程组	65
§ 1 引言	15	§ 4 以 x 为自变量的弹丸质心运动方程组	66
§ 2 大气方面的知识	15	§ 5 以 y 为自变量的弹丸质心运动方程组	67
§ 2.1 大气构成	15	§ 6 以弹道弧长 s 为自变量的弹丸质心运动方程组	68
§ 2.2 空气状态方程 虚温	16	§ 7 斜角坐标系的弹丸质心运动方程组	68
§ 2.3 气压、气温及其随高度的分布	17	§ 8 空气弹道的一般特性	70
§ 2.4 我国炮兵标准气象条件	19	§ 8.1 速度沿全弹道的变化	70
§ 2.5 声速随高度的标准变化	21	§ 8.2 空气弹道的不对称性	74
§ 3 空气阻力	21	§ 8.3 最大射程角	76
§ 3.1 空气阻力的组成部分	21	§ 8.4 空气弹道由 c 、 v_0 、 θ_0 三个参量完全确定	77
§ 3.2 摩阻	22	§ 9 外弹道表的应用	79
§ 3.3 涡阻	25	§ 9.1 低伸弹道表的应用	80
§ 3.4 波阻	27	§ 9.2 地面火炮外弹道表的应用	83
§ 3.5 阻力系数 阻力定律与弹形系数	33	§ 9.3 高射炮外弹道表的应用	83
§ 3.6 空气阻力加速度 弹道系数 空气阻力函数	36	第四章 近似分析解法	
§ 3.7 声速对阻力函数的影响	38	§ 1 引言	86
§ 3.8 $F(v_r)$ 的经验公式	39	§ 2 接近水平射击时的低伸弹道解法	86
§ 4 弹轴与速度矢量不重合时的空气动力和力矩	40	§ 2.1 西亚切主函数公式的导出与应用	86
§ 4.1 阻力系数 c_x	41	§ 2.2 速度相互换算用的速降修正公式	90
§ 4.2 升力系数 c_y	44	§ 2.3 速度标准化用的速降差修正公式	92
§ 4.3 重心位置及其变化	45	§ 3 级数解法	92
§ 4.4 翻转(或稳定)力矩系数 m_x	47	§ 3.1 引言	92
§ 5 弹丸在飞行中同时具有自转和摆动时的空气动力和力矩	48	§ 3.2 任意点弹道诸元公式	93
§ 5.1 赤道阻尼力矩	49	§ 4 炸弹弹道解法	95

§ 5 空中射击弹道的近似解法	99	§ 7.5 特殊起始条件下弹轴运动 对质心运动的影响	169
§ 5.1 方程组的变换	99	§ 7.6 弹轴运动非周期项对弹丸质心运动的 影响——偏流	170
§ 5.2 方程组的近似积分	101	§ 8 旋转理论的应用	174
§ 5.3 命中点弹道诸元计算	102	§ 8.1 膛线速度公式与陀螺稳定因子	174
§ 5.4 空中射击弹道解法在地面上的 应用——高射炮对低空的射击计算	105	§ 8.2 空气动力学及力矩特征数的实验测定	178
第五章 数值积分法	107	第八章 旋转理论 (续) ——在一般条件下——	182
§ 1 引言	107	§ 1 在全力组和力矩组作用下弹轴运动 方程的积分 实际的弹轴运动	182
§ 2 差分法	107	§ 2 弹轴摆动的衰减与动态稳定性	190
§ 2.1 差分法的数学基础	107	§ 3 考虑全力组和力矩组时的 方向偏角和螺旋线弹道	193
§ 2.2 用差分法解弹道方程	117	§ 4 考虑马格努斯力时对弹丸质心 运动的影响	197
§ 3 龙格-库塔法	128	§ 5 考虑有章动角存在时的弹丸质心 运动方程组	198
§ 3.1 龙格-库塔法的数学基础	128	§ 6 空气动力学和力矩特征数的实验测定	199
§ 3.2 算例	129	§ 6.1 K_{x0} 及 k 值的实验测定	200
§ 3.3 误差的估计	131	§ 6.2 翻转力矩特征数 K_{mz} 的实验测定	201
§ 3.4 解弹道方程	132	§ 6.3 升力与马格努斯力特征数的实验测定	202
第二篇 飞行稳定性理论		§ 6.4 马格努斯力矩特征数的实验测定	202
第六章 概论	136	§ 6.5 赤道阻尼力矩特征数的实验测定	203
§ 1 飞行稳定性	136	第九章 旋转弹丸弹轴运动起始 条件的初步分析	204
§ 2 旋转稳定弹丸的自转与膛线缠度	137	§ 1 引言	204
§ 3 坐标系	139	§ 2 半约束期内的弹轴运动	206
§ 3.1 速度坐标系	139	§ 3 后效期内的弹轴运动	209
§ 3.2 弹体坐标系	139	§ 4 影响起始条件的主要因素及其与 射弹散布的关系	211
§ 4 作用力和力矩	141	第十章 摆动理论	213
§ 4.1 作用于弹丸上的空气动力和力矩	141	§ 1 引言	213
§ 4.2 陀螺力矩	143	§ 2 尾翼弹摆动方程的组成与积分	213
§ 5 在全力组和力矩组作用下的 弹丸运动方程组	143	§ 3 动力平衡角	217
§ 5.1 假设	143	§ 4 尾翼弹的不对称性对其质心运动的 影响	218
§ 5.2 弹丸运动方程组	144	§ 4.1 不旋转的情况	218
第七章 旋转理论 ——在简化条件下——	147	§ 4.2 低速旋转的情况 共振不稳定性	219
§ 1 引言	147	§ 5 尾翼弹的导转与平衡转速	222
§ 2 在弹道直线段上的弹轴运动	148	§ 6 考虑马格努斯力矩时对尾翼弹 飞行稳定性的影响	224
§ 3 弹轴自转的衰减	151	§ 7 摆动理论的应用	225
§ 4 在特殊起始条件下的弹轴运动	152	§ 7.1 尾翼弹的飞行稳定条件与 减小散布的方法	225
§ 5 在弹道曲线段上的弹轴运动	153		
§ 6 用马也夫斯基方程研究弹道 曲线段上的弹轴运动	156		
§ 7 弹轴运动对弹丸质心运动的影响	160		
§ 7.1 引言	160		
§ 7.2 周期项对速度方向的影响——跳角散布	161		
§ 7.3 周期项对弹丸质心运动轨迹的 影响——螺旋线弹道	164		
§ 7.4 周期项对弹道系数、射程及 其散布的影响	167		

§ 7.2 空气动力系数及起始条件的实验测定	226
§ 8 尾翼弹弹轴运动起始条件的初步分析	227

第三篇 射表编制与弹道设计问题

第十一章 修正理论	229
§ 1 概论	229
§ 1.1 标准条件	229
§ 1.2 修正理论的实际意义	230
§ 1.3 修正对象与方法	230
§ 1.4 弹道平均值 近似层权和高射层权	232
§ 2 求差法	237
§ 2.1 考虑弹道条件和气象条件非标准时的 弹丸质心运动方程组	237
§ 2.2 考虑地形、地球条件时的弹丸质心 运动方程组	238
§ 3 微分法——射程修正部分	242
§ 3.1 主要修正系数的计算	242
§ 3.2 弹道条件变化时的射程修正	244
§ 3.3 对气压、气温的修正 郎日文定理	245
§ 3.4 对风的修正	248
§ 3.5 修正系数表及其应用	251
§ 3.6 火炮运动时的修正	253
§ 3.7 炮耳轴与炮身轴线不垂直时的方向修正	254
§ 3.8 炮耳轴不水平时的方向修正	255
§ 3.9 地表为曲面与重力加速度大小和 方向变化时综合修正量的估算	257
§ 4 微分法——飞行时间修正部分	259
§ 5 高射时的修正	262
§ 6 气温、气压变化用气重和 音速变化替代的问题	263
第十二章 射表编制问题	267
§ 1 射表的内容与形式	267

§ 2 射表的种类和要求	269
§ 3 编制射表的试验	270
§ 3.1 射击试验前的准备	271
§ 3.2 初速及其中间误差的测定	273
§ 3.3 跳角及其中间误差的测定	276
§ 3.4 弹道系数 飞行时间和密集度的测定	279
§ 3.5 侧偏和偏流测定	284
§ 3.6 气象诸元的测定	286
§ 3.7 炸高和炸点时间的测定	288
§ 3.8 射击试验计划与弹药消耗估算	288
§ 4 射表中各中间误差的确定	289
§ 5 弹丸质心运动方程组的选用与计算	290
§ 6 高低角对瞄准角的修正计算	293
§ 7 低伸弹道射表编制问题	294
§ 8 高射炮的射表编制问题	295

第十三章 弹道设计问题	297
§ 1 概述	297
§ 2 弹形系数和弹道系数的分析与估算	298
§ 3 射击密集度的大小分析与估算	301
§ 3.1 距离中间误差的分析与估算	301
§ 3.2 方向中间误差的分析	302
§ 4 飞行稳定性的设计问题	303
§ 5 最佳解的选择	304
§ 5.1 加农炮或榴弹炮合理初速与弹重的选定	304
§ 5.2 穿甲弹的弹道设计问题	308
§ 6 有关尾翼式穿甲弹设计中的几个问题	309
§ 7 初速级的确定	310

附录	312
一、参考文献	312
二、符号表	312
三、函数表	319

绪 论

§ 1 外弹道学的研究对象及其任务

自从利用火药发射的武器——枪炮发明以后，尤其是将它们应用于战争以后，就产生了如何使由枪炮发射出去的弹丸准确命中目标的问题。而要解决这个问题，就需要知道弹丸在枪炮管中（即在火药气体作用下）以及出枪炮管后是如何运动的。

研究弹丸运动的科学，总称为弹道学。

在火药气体作用下的弹丸运动，是由所谓内弹道学来研究。

至于外弹道学则是研究弹丸在空中的运动以及与此运动有关诸问题的科学。

所谓“弹丸在空中的运动”以及“与此运动有关诸问题”是指的什么呢？下面就来说明这些问题。

一般枪炮的发射，总是在使枪炮管仰起一定角度的条件下进行的。枪炮管轴线与水平面间的夹角，叫做仰角。根据实践经验证明：在弹丸大小、形状、重量和所用推送弹丸的发射药种类和重量等给定的条件下，弹丸所能飞达的距离与仰角有一定的函数关系。这种表示仰角与射距离间函数关系的表格，就是目前火炮进行射击时常用的射表的雏型。

最早的射表是用纯实验的方法编制的。但是由于技术的发展，射距离越来越远，用纯实验方法编制射表，不仅困难费时，而且耗费巨大。

为了解决上述困难，需要总结经验，寻求弹丸质心在空中运动的规律（理论）。当弹丸运动速度较小，空气与弹丸间的相互作用——空气阻力较小可以略去不计时，弹丸仅在一个重力作用下运动，则可由所谓“抛物线理论”来描述。由于技术的发展，弹丸速度渐大，空气阻力也渐增大到不能忽视的程度。弹丸在重力和空气阻力两个力同时作用下的运动，由先后出现的各种近似的和较准确的空气弹道解法来解决。自从大型数字电子计算机出现后，考虑影响弹丸运动因素的全面性，与实际情况的一致性和所需诸气动力系数的准确性等，则成为进一步提高计算弹丸质心运动准确性的关键。而这些问题目前也均已解决。由此可见，外弹道学最初是由炮兵对于编制射表的实际需要而逐渐发展起来的。

最初的炮弹均为球形或近似球形。球形是一个中心对称体，无所谓颠倒与翻转，也就不会出现飞行稳定与不稳定的问题。但后来为了要在不增大口径的前提下来增大弹丸的威力和减小空气阻力（因而增大射程），而将弹丸逐步改为“水滴形”（如尾翼式迫击炮弹）和“锐头圆柱形”，也就是逐渐发展成为目前所采用的长圆形弹丸。由于长圆形弹丸的出现，从而产生弹丸在空中飞行时可能颠倒、翻转致使射击不准确的问题，也就是出现了长圆形弹丸在空中飞行稳定与不稳定的问题。

所谓飞行稳定，主要是指弹丸在飞行过程中弹头始终向前，而且其几何轴线与速度矢量线间的夹角很小（第六章 § 1）的情况。

使弹丸飞行稳定的方法有二：旋转法与尾翼法。

为了研究旋转弹丸飞行稳定性问题而建立和发展了所谓旋转理论；为了研究尾翼弹飞行稳定性问题而建立和发展了所谓摆动理论。由于此二理论的创立和发展，为解决长圆形弹丸在空中飞行稳定、减小散布等问题，创造了越来越有利的条件。

人类对自然规律的认识越深刻，则能更好地利用自然规律为人类服务。外弹道学也是这样。到今天，枪炮弹丸的外弹道设计，业已逐渐摆脱那种盲目状态；或者按一定的战术技术要求（如给定射程、距离与方向中间误差、枪炮口径等），根据外弹道学理论进行外弹道设计，找出最恰当的弹重和初速等；或者利用外弹道学上以及其他有关炮兵科学上的新成就来设计新型的火炮弹药，促使战术技术条件的改变。这样，在外弹道学发展的基础上，逐步建立并正在不断完善着所谓火炮弹药的外弹道设计理论。

根据上面的讨论知道，外弹道学研究对象中所谓“弹丸在空中的运动”是指的弹丸质心运动和围绕质心运动——旋转和摆动；所谓“与此运动有关诸问题”是指弹丸在空中运动时所形成的空气动力和外弹道学中的各种应用——射表编制和弹道设计等。

同时根据上面的讨论知道，外弹道学的主要任务是：解决有关射表编制、飞行稳定性和弹道设计等问题。当然在武器弹药的设计、研制过程中有关弹道性能的试验、研究和数据的分析处理等，必须应用全部的外弹道理论知识来进行，才能获得最好的效果。甚至在实验空气动力学的研究上，应用先进的弹道靶道和试验设备进行实弹或其模型的射击试验，由外弹道逆运算获得不次于风洞试验的全部气动数据，已经成为空气动力试验方法的另一重要分支。

外弹道学是炮兵科学的重要基础学科之一。发射武器的主要性能如射程、精度、威力和机动性能等，无一不与外弹道学理论及其应用密切相关。为了充分发挥炮兵在实战中的威力，除了需要上述的射表外，其他如瞄准镜（具）与现代化的自动指挥系统的设计，也均需要以外弹道学理论为基础。

导弹弹道的无控段和火箭弹弹道的被动段的受力情况与枪炮弹弹道的受力情况完全一致。因此，它们在无控段或被动段的运动理论与枪炮弹的外弹道学理论也完全一致。

至于导弹有控段和火箭主动段的飞行理论，虽然也是外弹道学中的一个分支，但为了研究上的方便，将分别在有关的专著（导弹飞行力学与火箭外弹道学）中讨论。

§ 2 常用术语、定义与符号

射出点 在弹丸出炮口后的某一短距离内，火药气体继续对弹丸作用使其加速。这就是一般所说的后效作用期。在火药气体对弹丸的作用结束时，弹丸的质心位置，叫做射出点。由于后效作用距离较短（一般为几米），为方便计，通常均近似地取炮口中心作为射出点。

射出点是计算弹道的起始点。一般用“O”来表示。

炮口水平面 通过射出点（即炮口中心）的水平面。如图 0-1 中的 xoz 平面所示。对一般地面火炮，均设炮口中心的高度为零，即 $y_0 = 0$ 。

射击面 通过初速矢量线的铅直面。在外弹道学基本问题中所研究的弹丸质心轨迹，是始终位于射击面内的平面轨迹，如图 0-1 中射击面 xoy 内的虚线所示。实际弹道常偏离射击面，如图中实线所示。

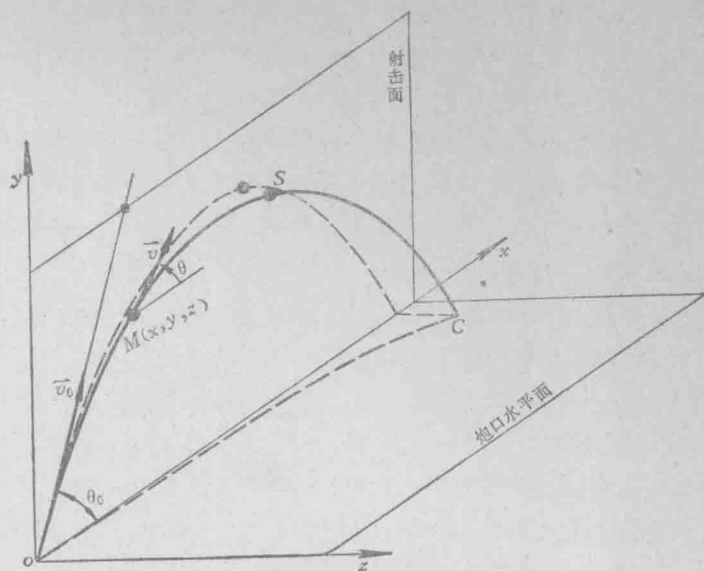


图0-1 地面坐标系

坐标系 为了研究弹丸质心在空中的运动，常采取与地球固联的以炮口中心为原点的右手直角坐标系。水平轴 ox 为射击面与炮口水平面的交线，顺射向为正；铅直轴 oy 在射击面内并与水平轴 ox 相垂直； oz 轴垂直于射击面，按右手法则决定其正向。这就是一般所说的地面坐标系，如图 0-1 所示。

弹道顶点 全弹道的最高点，用符号“S”表示之。自弹道顶点至炮口水平面的铅直距离，叫弹道顶点高。常用 y_s 或 Y 表示。

弹道落点 弹丸自炮口飞出后，再回到炮口水平面上的一点。常用符号“C”表示，如 $y_c = 0$ 。

升弧和降弧 自射出点 O 至弹道顶点 S 的弹道弧段，叫升弧，即 \widehat{OS} ；自顶点 S 到落点的弹道弧段叫降弧，即 \widehat{SC} 。有关升弧和降弧上的诸元，均用下标“a”和“d”区别之。

弹道诸元 表示弹丸飞离射出点 t 秒后所到达空间任意点的坐标 (x, y, z) 和该点的速度矢量 \vec{v} 的大小 v 与方向倾角 θ ，叫弹道诸元。至于在射出点 O、顶点 S 和落点 C 的诸元，分别称做射出点诸元、顶点诸元和落点诸元，并分别用下标“O”、“S”和“C”区别之，如表 0-1 所示。

表 0-1

	任意点 M	射出点 O	顶点 S	落点 C
坐标	x	$x_0 = 0$	x_s	$x_c = X$
	y	$y_0 = 0$	$y_s = Y$	$y_c = 0$
	z	$z_0 = 0$	z_s	$z_c = Z$
速度	v	v_0	v_s	v_c
倾角	θ	θ_0	$\theta_s = 0$	$ \theta_c $
飞行时间	t	$t_0 = 0$	t_s	$t_c = T$

表中某些诸元，由于其重要性常赋与专门术语。如 $x_0 = X$ 叫全水平射程，有时简称射程； v_0 叫落速； $|\theta_0|$ 叫落角； $t_0 = T$ 叫全飞行时间。 θ_0 是弹丸飞离炮口瞬间的速度矢量线与炮口水平面间的夹角，叫射角，而 v_0 叫初速。

初速，严格地说并非弹丸出枪炮口瞬间的炮口速度 v_g 。这是由于弹丸在后效作用期内继续受火药气体的作用而加速，至后效期末达最大值 v_m 。此后弹丸才是只受空气阻力和重力两个力的作用而作减速运动，如图 0-2 中实线所示。

由于目前对后效期间火药气体的压力和速度变化规律的研究还不够彻底，因而无法用理论公式或经验公式准确地进行计算；加之后效期的作用时间（或距离）较短，对整个弹道的影响不大，故在实用上，常假设弹丸一出炮口即仅受空气阻力和重力两个力的作用，好像后效期根本不存在一样。为了修正由于上述假设所造成的误差，而采

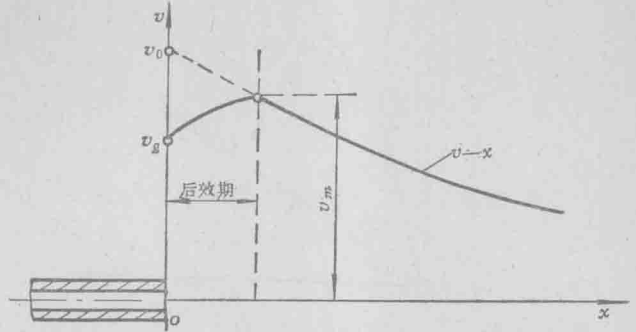


图0-2 初速示意图

取一个虚拟的初速 v_0 ，以代替实际的炮口速度 v_g 。这个初速在数值上不仅比炮口速度 v_g 大，而且也比最大速度 v_m 大。因为采用了这个虚拟初速，在空气阻力和重力作用下，到后效期末由外弹道理论公式算出的速度，应该恰与在该瞬间弹丸的真实速度大小相等。用这样的方法所确定的那个虚拟的初速，就是我们通常作为计算弹道所用的初速 v_0 。图 0-2 中所示的虚线部分，表示在后效期间，由假想的初速 v_0 在空气阻力和重力作用下用理论公式所算出的速度逐渐减小的变化情况。

其他符号在这里不一一说明，需用时可参阅附录二中的符号表。

本书所用的单位为工程单位制，即公斤（力）、米、秒制。

第一篇 外弹道学基本问题

第一章 抛物线理论

一般枪炮的射程较近，故假设地球表面为平面，重力的大小不变且其方向铅直向下。在此假设下，不考虑空气阻力影响的枪炮弹丸运动轨迹将是一个抛物线。研究有关抛物线弹道的理论，就是外弹道学中所说的抛物线理论。

至于不能忽视地表曲面及重力大小和方向均随弹丸在空中位置变化的远程真空弹道，则属于所谓椭圆理论的研究范围，本书将不予讨论。

§1 重力和重力加速度

任何抛射体的运动均受重力的作用。所谓重力就是我们通常用弹簧秤称量物体的重量。设抛射体的质量为 m ，重量为 G ，根据牛顿运动第二定律，由重力所产生的重力加速度 g 为

$$g = \frac{G}{m} \quad (1-1)$$

由于重力是地心引力和因地球自转（角速度 $\Omega = 7.292 \times 10^{-5}$ 弧度/秒）而产生的惯性离心力的合力。因此，重力加速度矢量 \vec{g} 必然是引力加速度矢量 \vec{a}_g 和惯性离心加速度矢量 $\vec{a}_c (= \Omega^2 R \cos \Lambda$ ， R 为地球半径， Λ 为地理纬度）的矢量和（图1-1）。

由于惯性离心加速度的大小与纬度 Λ 有关，因而重力加速度的大小也必然与纬度 Λ 有关。根据理论与实验得到计算重力加速度的近似公式（1-2）：

$$g = g_{\Lambda=0} (1 + 0.00529 \sin^2 \Lambda) \quad (1-2)$$

此式相当准确地表示出了重力加速度 g 和纬度 Λ 的关系。式中 $g_{\Lambda=0}$ 指在赤道处（即 $\Lambda = 0^\circ$ ）的重力加速度值。公式（1-2）的计算值示于表1-1中，它与各纬度处的实测值很好地符合。

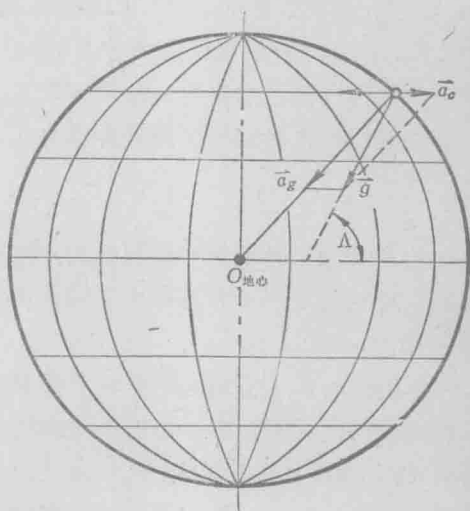


图1-1 重力加速度

表1-1 各纬度处的重力加速度值

$\Lambda(^{\circ})$	g (米/秒 ²)	Δg	$\Lambda(^{\circ})$	g (米/秒 ²)	Δg
0 (赤道)	9.7805	0.0015	50	9.8108	0.0084
10	9.7820	45	60	9.8192	59
20	9.7865	69	70	9.8251	55
30	9.7934	84	80	9.8306	16
40	9.8018	90	90 (两极)	9.8322	
50	9.8108				

由表 1-1 看出：纬度每隔 10° 时，重力加速度的最大差值约为 0.0090 米/秒²。当火炮射程为 50 公里时，所相当的最大可能纬度差小于 0.5° 。也就是说，当弹丸在 50 公里的射程内飞行时，由于纬度差所产生的重力加速度差最大不超过 0.0005 米/秒²。这在炮兵实践中是可以忽略的。

另外，由表 1-1 也可以看出：惯性离心加速度只占重力加速度中很小的一部分（如两极处与赤道处的 g 值差仅约为 0.0517 米/秒²），因此重力加速度的性质，应由其主要组成部分——引力加速度的性质来决定。而引力加速度与弹丸距地心的距离 $r (= R + y)$ 的平方成反比（图 1-2）。因此，重力加速度也应与地心距离 r 的平方成反比。重力加速度与高度 y 的近似关系式 (1-3) 为

$$g_y = g_0 \left(1 - \frac{2y}{R} \right) \quad (1-3)$$

式中 g_0 ——地面的重力加速度值；

g_y ——距地面 y 处的重力加速度值。

当 $y = 32$ 公里时， $g_{32} = 0.99g_0$ 。也就是说，当弹道高达 32 公里时，重力加速度仅减小 1%。因此，对射程仅为数十公里的炮兵弹道来说， g 值可以看作常数。

g 值随高度 y 的变化，见附录表 1。

在我国取重力加速度的标准值为

$$g_n = 9.80 \text{ 米/秒}^2 \quad (1-4)$$

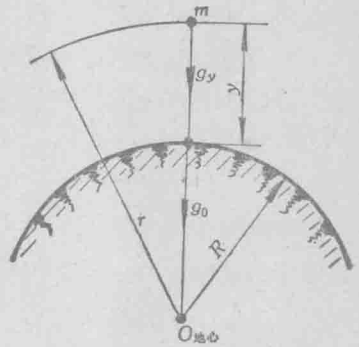


图1-2 重力加速度与地心距离的关系

由于地球自转而产生的科氏加速度对弹道的影响问题，将在修正理论（第十一章 § 2.2）中讨论。至于地球曲面对弹道的影响甚微，在常规炮兵实践中，可以不予考虑（第十一章 § 3.9）。

〔习题 1-1〕 已知地球平均半径 $\bar{R} = 6.371 \times 10^6$ 米，地球自转角速度 $\Omega = 7.292 \times 10^{-5}$ 弧度/秒，试估算惯性离心力加速度的最大值。这个值比 0.0517 米/秒² 小，应如何解释？（提示：地球是否为真正球体？）

〔习题 1-2〕 试根据重力加速度与距地心距离 $r (= R + y)$ 的平方成反比的关系，用级数展开的方法导出公式 (1-3)。试估算所略去部分的首项的影响大小如何。

§2 抛物线弹道方程

在真空中，枪炮弹只受重力的作用。设弹丸由枪、炮口 O 以初速 v_0 和射角 θ_0 射出， t 秒后飞达空中某点 M 的坐标为 (x, y) ，速度为 v 而切线倾角为 θ 。此时水平分速为 $u = v \cos \theta$ ，铅直分速为 $w = v \sin \theta$ (图 1-3)。由此得弹丸在真空中运动的微分方程组为

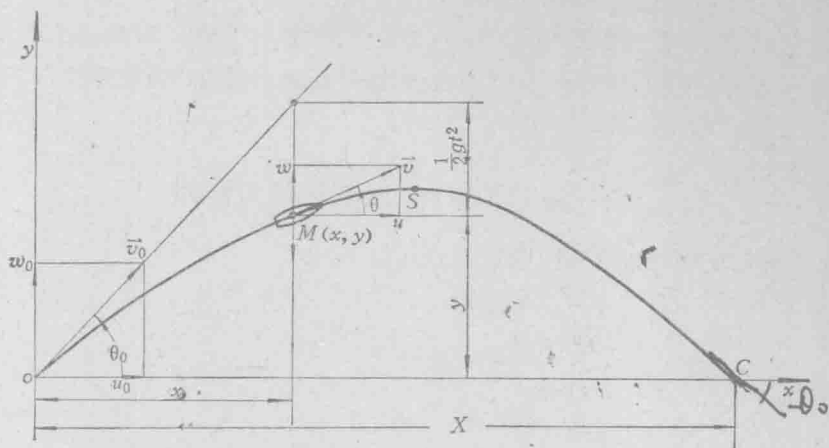


图1-3 抛物线弹道

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= 0 \\ \frac{dw}{dt} &= -g \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

当 $t = 0$ 时的起始条件为

$$\begin{aligned} u &= u_0 = v_0 \cos \theta_0 \\ w &= w_0 = v_0 \sin \theta_0 \\ x &= y = 0 \end{aligned}$$

积分一次得：

$$u = u_0 = v_0 \cos \theta_0, \quad (1-6)$$

即弹丸的水平分速为常数，与时间 t 无关。而铅直分速

$$w = v_0 \sin \theta_0 - gt \quad (1-7)$$

即弹丸的铅直分速与飞行时间 t 的关系是直线关系。时间愈长，铅直分速愈小。至弹道顶点 S ，铅直分速为零 ($w_s = 0$)。过顶点后，弹丸开始下落，铅直分速变为负值。

再积分一次，得到以时间 t 为参量的坐标方程

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cos \theta_0 t \\ y &= v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

此关系式也可以由图 (1-3) 直接导出 (习题 1-3)。

如消去参量 t ，得到抛物线形式的弹道方程如下：

$$y = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} \quad (1-9)$$

或者

$$y = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_0) \quad (1-10)$$

〔习题 1-3〕 试由沿射线的等速 (v_0) 运动与自由落体运动二者合成的概念，直接导出抛物线弹道方程 (1-9) (参阅图 1-3)。

〔习题 1-4〕 设在同一铅直平面 xOy 内相距 l 的两点 O 和 O_1 安放两炮。当炮 O 以初速 v_0 及射角 θ_0 进行射击的同时，炮 O_1 以何初速铅直向上射击，两炮弹能在空中相遇？并讨论与 l 的大小有何关系？

§ 3 弹道任意点、顶点和落点诸元

以时间 t 为自变量的任意点弹道诸元公式如下：

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cos \theta_0 t \\ y &= v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v &= \sqrt{v_0^2 - 2v_0 \sin \theta_0 g t + g^2 t^2} \\ \operatorname{tg} \theta &= \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{g}{v_0 \cos \theta_0} t \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

由式 (1-11) 可知，抛物线弹道由 v_0 和 θ_0 两个参量完全确定。因为只要给出任意时间 t ，就可以由 v_0 、 θ_0 算出弹道上任意点诸元 (x 、 y 、 v 、 θ)。

在实践中，常需要知道弹道落点和顶点诸元。在落点 $y_e = 0$ ，由此特点可得落点诸元公式如下：

$$\left. \begin{aligned} y_e &= 0 \\ x_e &= X = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \\ v_e &= v_0 \\ |\theta_e| &= \theta_0 \\ t_e &= T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

在顶点 $\theta_r = 0$ 。由此特点可得顶点诸元公式如下：

$$\left. \begin{aligned} \theta_r &= 0 \\ v_r &= v_0 \cos \theta_0 \\ y_r &= Y = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \\ x_r &= \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g} = \frac{X}{2} \\ t_r &= \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{T}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

由公式 (1-12) 和 (1-13) 可以看出抛物线弹道是对铅直线 $x = \frac{X}{2} = x_s$ 轴对称的:

$$v_0 = v_0$$

$$\theta_0 = |\theta_0|$$

$$x_s = \frac{X}{2}$$

而且由公式 (1-10) 按 x 的降幂解之, 得到其两根为

$$x_{1,2} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g}\right)^2 - \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}{g} y}$$

或者

$$x_{1,2} = x_s \pm \sqrt{x_s^2 - \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}{g} y}$$

这就是说, 在 $x = x_s$ 轴两边等高 y 处的距离相等, 即升弧和降弧是对 $x = x_s$ 轴对称的。对飞行时间也有相似的性质(即 $t_s = \frac{T}{2}$ 和等高两点的飞行时间与 t_s 的差的绝对值相等)。

根据射程公式 (1-12) 可得抛物线弹道的最大射程为

$$X_m = v_0^2 / g \quad (1-14)$$

及其最大射程时的最大射程角为

$$\theta_{0x_m} = 45^\circ \quad (1-15)$$

因为 $\sin 2\theta_0$ 的最大值为 1, 此时 $2\theta_0 = 90^\circ$, $\theta_0 = 45^\circ$ 。

比最大射程 X_m 小的射程 X , 均有两个射角与之对应: 一个小于最大射程角, 另一个大于最大射程角, 而其和为 90° , 即

$$\theta_{01} + \theta_{02} = 90^\circ \quad (1-16)$$

一般将以小于最大射程角的射角进行射击时叫平射; 用大于最大射程角的射角射击时叫曲射 (图 1-4)。

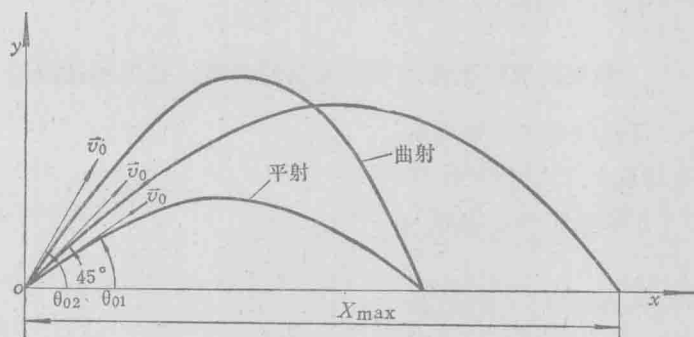


图1-4 平射与曲射

另外, 根据弹道顶点高 Y , 全飞行时间 T 和全水平射程 X 的公式, 可以获得下面的重要关系式

$$Y = \frac{g}{8} T^2 = \frac{X}{4} \operatorname{tg} \theta_0 \quad (1-17)$$