

高等学校适用教材

画法几何

主编 刘仁杰 马丽敏 刘彬



 中国质检出版社

高等学校适用教材

画 法 几 何

主编 刘仁杰 马丽敏 刘 彬

中国质检出版社

北 京

图书在版编目 (CIP) 数据

画法几何/刘仁杰, 马丽敏, 刘彬主编. —北京: 中国质检出版社, 2011. 8

高等学校适用教材

ISBN 978 - 7 - 5026 - 3466 - 7

I. ①画… II. ①刘…②马…③刘… III. ①画法几何—高等学校—教材 IV. ①O185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 143822 号

内 容 提 要

本书是作者总结多年教学和改革经验编写而成的, 教材内容符合高等学校工科制图课程教学指导委员会制定的《画法几何及机械制图课程教学基本要求》。其内容包括: 正投影原理、点、直线和平面的投影、曲线和曲面、基本立体及其表面交线的投影、轴测投影图、立体表面展开等。其中特别增添了空间几何元素相对观察者的投影分析和应用, 对判别直线、平面的空间位置, 判别直线与平面、平面与平面相交可见性提供了直观简洁的方法。

本书可作为高等院校机械类、非机械类各专业的教材, 也可供其他各类学校师生和相关工程技术人员参考。

与本书配套出版的《画法几何习题集》(中国质检出版社, 2011. 8) 可供读者选用。

中国质检出版社出版发行

北京市朝阳区和平里西街甲 2 号 (100013)

北京市西城区复外三里河北街 16 号 (100045)

网址: www.spc.net.cn

电话: (010) 64275360 68523946

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷

各地新华书店经销

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 8.25 字数 193 千字

2011 年 8 月第一版 2011 年 8 月第一次印刷

*

定价: 16.00 元

如有印装差错 由本社发行中心调换

版权专有 侵权必究

举报电话: (010) 68510107

前 言

本书依据教育部制定的高等工科学校《画法几何及机械制图课程教学基本要求》，并总结多年教学和改革经验编写而成。其目的是使学生在掌握正投影基本知识、基本理论的同时，更侧重于对投影基本技能的掌握及对空间逻辑思维能力、几何形体分析能力的培养。

本书总结归纳了多年教学体验，特别增加了空间几何元素相对观察者观察体系的投影分析和应用，对判别直线、平面的空间位置，判别直线与平面、平面与平面相交可见性提供了直观简洁的方法。内容上做了一定的调整，将难度适当分解，以便于学习。

与本书配套有《画法几何习题集》（中国质检出版社，2011.8）可供选用。

参加本教材编写的有：大连工业大学刘文华（第一章、第十章），刘彬（第六章、第十一章），马丽敏（第五章、第七章、第十二章），刘仁杰（第三章、第四章），刘彤晏（第八章、第九章），张鹏（第二章）。

本书由刘仁杰、马丽敏、刘彬主编，曹学云主审。

本书在编写过程中，得到很多同行的关注和帮助，同时也吸取和借鉴了其他院校教学中的宝贵经验，在此向关心、指导本书编写的同志们表示诚挚的谢意。

限于我们的水平，书中难免存在缺点和错误，敬请各位读者批评指正。

编者

2011年6月

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 画法几何学的任务	(1)
第二节 投影法的基本概念	(1)
第三节 常用的投影图	(4)
第二章 点	(6)
第一节 点的投影	(6)
第二节 点的位置	(7)
第三章 直线	(11)
第一节 直线的投影及位置	(11)
第二节 一般位置直线的实长及与投影面的相对位置	(12)
第三节 特殊位置直线	(14)
第四节 属于直线的点	(16)
第五节 两直线的相对位置	(18)
第六节 直角投影定理	(20)
第四章 平面	(22)
第一节 平面的投影和位置	(22)
第二节 特殊位置平面	(24)
第三节 属于平面的点和直线	(27)
第五章 直线与平面的相对位置 平面与平面的相对位置	(32)
第一节 直线与平面及平面与平面平行	(32)
第二节 直线与平面及平面与平面相交	(34)
第三节 直线与平面及平面与平面垂直	(39)
第四节 距离和角度的度量	(42)
第六章 投影变换	(45)
第一节 概述	(45)
第二节 换面法	(46)
第三节 旋转法	(51)
第七章 曲线曲面	(56)
第一节 曲线	(56)
第二节 曲面	(58)
第三节 螺旋线和螺旋面	(62)
第四节 曲面的切平面	(66)

第八章 基本立体	(69)
第一节 平面立体	(69)
第二节 回转体	(72)
第九章 平面与立体相交	(81)
第一节 平面与平面立体相交	(81)
第二节 平面与曲面立体相交	(85)
第十章 立体与立体相交	(95)
第一节 概述	(95)
第二节 平面立体与平面立体相交	(95)
第三节 平面立体与曲面立体相交	(97)
第四节 曲面立体与曲面立体相交	(97)
第十一章 轴测投影	(104)
第一节 概述	(104)
第二节 正轴测图	(105)
第三节 斜二轴测图	(112)
第十二章 立体表面展开	(115)
第一节 平面立体表面展开	(116)
第二节 可展曲面立体表面展开	(117)
第三节 不可展曲面立体表面展开	(122)
参考文献	(125)

第一章 绪 论

第一节 画法几何学的任务

画法几何是研究空间几何问题图示图解法的学科，主要研究空间几何元素（点、线、面）及其相对位置在投影中的表示方法，研究在投影中用几何作图的方法来解决空间几何的度量、定位等问题。

机械工程图样在现代工业生产中，是一种重要的技术资料，是进行技术交流不可缺少的工具，被喻为工程界的“技术语言”，每个工程技术人员都必须能够绘制和阅读工程图样。

画法几何学是专门叙述和论证在平面上表达空间几何形体的原理和方法，是机械制图的基础和“语法”。它的任务是：

1. 研究在平面上表达空间几何形体的图示方法。
2. 研究在平面上解决空间几何问题的图解方法。
3. 培养空间几何问题的图解能力。
4. 培养对三维形体与相关位置的空间逻辑思维和形象思维能力。

在科学技术活动中，图解法解决空间几何问题是一种重要的手段。例如，用图解法研究机构中各运动件的相对关系，以用最少的空间得到最大的有效工作范围；在机械加工工艺中用图解法确定工件与刀具的相对位置，从而设计夹具和加工样板以简化工艺过程。在一定的精度要求范围内，图解法比算法更加简单迅速，并且几何形象更加明显。

第二节 投影法的基本概念

日常生活中看到物体在光线照射下，在墙壁或地面上出现影子，这是自然界的一种投影现象。在生产实践过程中，为了解决物体描述问题，人们将影子与物体关系经过几何抽象形成了“投影法”。

投影法就是投射射线通过物体，向选定的面投射，并在该面上得到图形的方法，如图 1-1、图 1-2 所示。

设有一个三角形平面 ABC 、给定平面 P 及平面外的一个光源。若把空间三角形平面 ABC 投射到平面 P 上，连接光源与 A, B, C 并延长与平面 P 交于点 a, b, c ，连接点 a, b, c ，则三角形 abc 为空间三角形平面 ABC 在平面 P 上的投影。其中 P 称为投影面，光源通过各点的连线 Aa, Bb, Cc 称为投射射线。

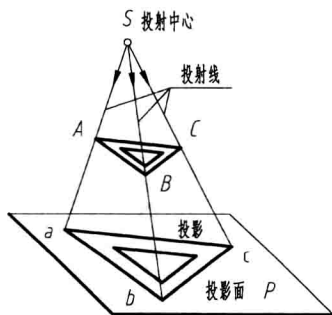


图 1-1 中心投影法

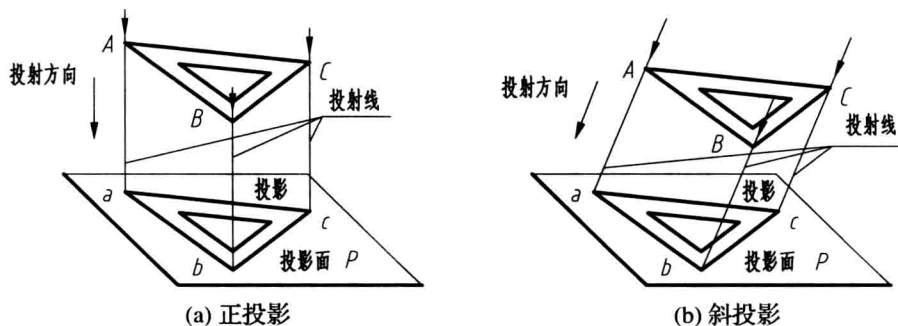


图 1-2 平行投影法

一、常用的投影法

常用的投影法有中心投影法和平行投影法。

1. 中心投影法

如图 1-1 所示,所有的投射射线都通过投射中心 S 的投影法,称为中心投影法。用中心投影法所得到的投影称为中心投影。

2. 平行投影法

当投射中心距离投影面无穷远时,可视为所有的投射射线都相互平行。这种投射射线相互平行的投影方法,称为平行投影法,如图 1-2 所示。在平行投影法中,根据投射射线与投影面的位置关系又分为正投影法和斜投影法两种。

(1) 正投影法 投射射线与投影面垂直的平行投影法称为正投影法。用正投影法得到投影称为正投影,如图 1-2 (a) 所示。

(2) 斜投影法 投射射线与投影面倾斜的平行投影法称为斜投影法。用斜投影法得到投影称为斜投影,如图 1-2 (b) 所示。

由于工程中主要应用正投影(法),本书中的投影一般指正投影法的投影。

二、平行投影的基本性质

(一) 同素性

点的投影仍是点,直线的投影一般仍为直线,如图 1-3 所示。过直线 AB 上的 A 和 B 两点作垂直于平面 P 的投射射线,则由直线 AB 和投射射线构成了一个平面 $ABba$,它与 P 平面的交线 ab 即为直线 AB 在平面 P 上的投影,由初等几何知 ab 必定为直线,如图 1-3 (b) 所示。

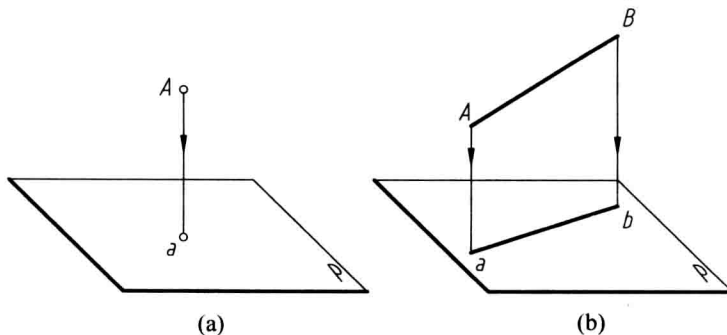


图 1-3 同素性

(二) 从属性

若点在直线上, 则点的投影一定在直线的投影上, 且点分线段的空间长度之比等于其投影长度之比, 即 $AK:KB = ak:kb$, 如图 1-4 所示。

(三) 平行性

两平行直线的投影仍互相平行, 且平行两线段的长度之比等于其投影长度之比。如图 1-5 所示, $AB \parallel CD$, 则 $ab \parallel cd$, 且 $AB:CD = ab:cd$ 。

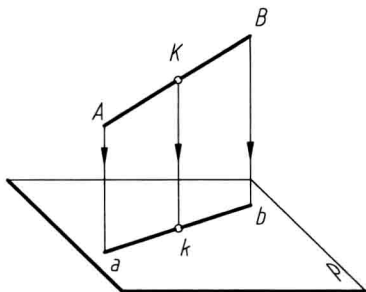


图 1-4 从属性

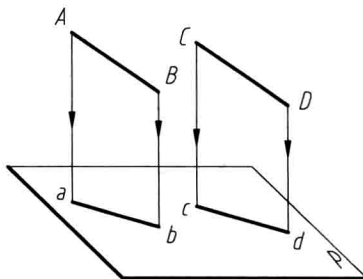


图 1-5 平行性

(四) 真实性

当直线或平面与投影面平行时, 则直线或平面在该投影面上的投影反映实长或实形。如图 1-6 所示。

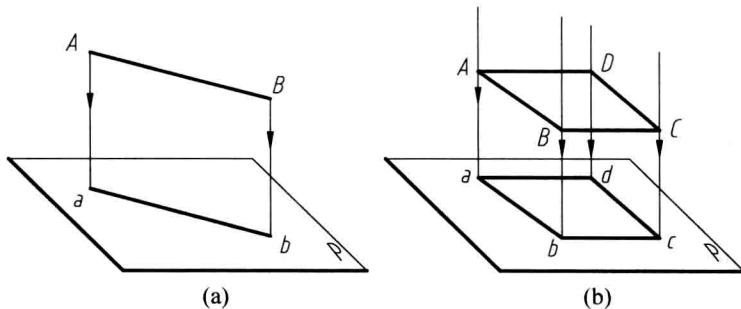


图 1-6 真实性

(五) 积聚性

当直线或平面与投影面垂直时, 则直线或平面在该投影面上的投影积聚成一点或一直线。如图 1-7 所示。

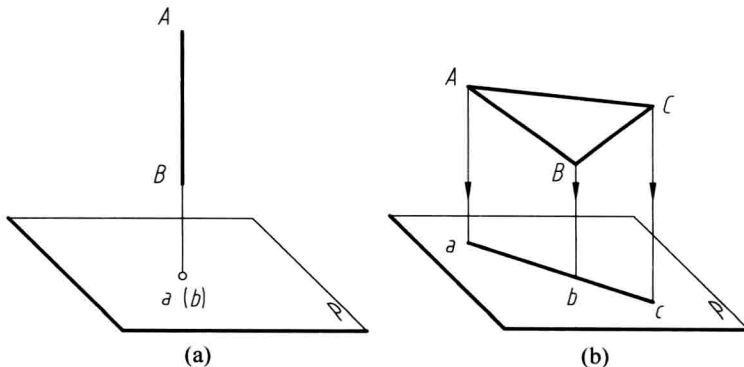


图 1-7 积聚性

(六) 类似性

当直线与投影面倾斜时，则直线在该投影面上的投影长度短于直线段的实长；平面与投影面倾斜时，其投影为一与原来形状类似的平面图形。如图 1-8 所示。

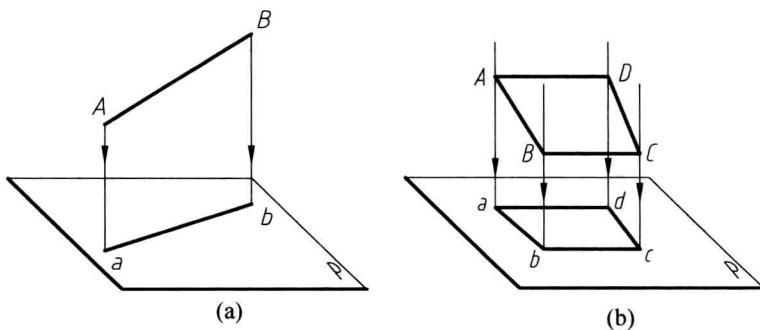


图 1-8 类似性

第三节 常用的投影图

在工程技术中，图样是解决工程技术问题的工具之一。根据工程中对图样的不同要求，常用的投影图有以下四种。

一、正投影图

正投影图是采用正投影法，将物体投射到几个相互垂直的投影面上，如图 1-9 (a) 所示，再按规定把投影面展开到一个平面上，如图 1-9 (b) 所示。这种投影图虽然直观性差，但度量性好，能完整地表达物体的多个方位的形状，便于加工检测，因此工程中应用很广。这是本课程研究的重点。

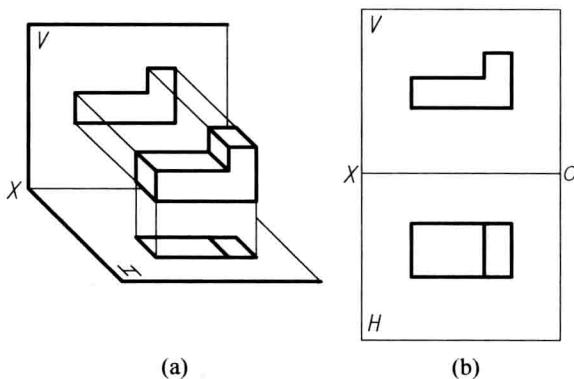


图 1-9 正投影图

二、轴测投影图

轴测投影图是利用平行投影法将物体向一个投影面投影所得到的图形，分为正轴测图和

斜轴测图。通常将物体或投射线与投影面成一定倾角，使轴测图有一定的立体感。轴测图直观性好，缺点是度量性较差，作图麻烦，如图 1-10 所示。工程中一般将其作为辅助图样。

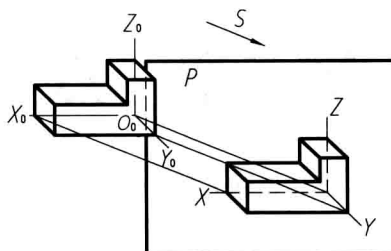


图 1-10 轴测投影图

三、标高投影图

标高投影图是用正投影法画出的单面投影。它将物体投射到一个水平投影面上，用数字标出高度尺寸（标高），主要应用于像地形图这样的各种不规则曲面和土建工程设计等。如图 1-11 所示。

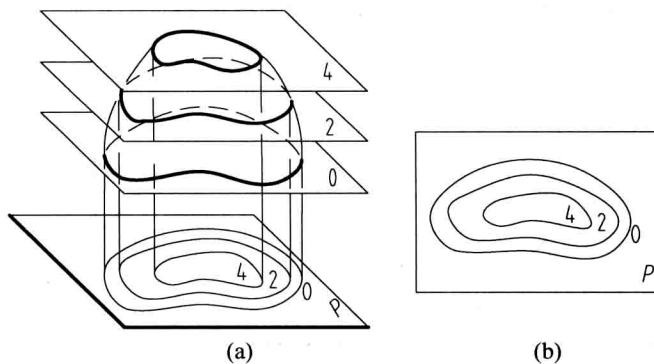


图 1-11 标高投影图

四、透视图

透视图是用中心投影法绘制的。这种投影图比较符合人眼的视觉效果，具有立体感和真实感。其缺点是作图复杂，度量性差。其主要用在建筑工程和大型设备的外观效果的设计及计算机仿真技术，如图 1-12 所示。

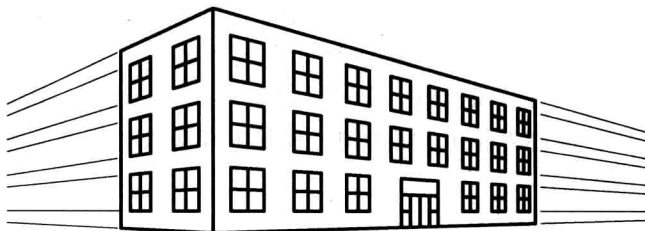


图 1-12 透视图

第二章 点

任何形体都是由点、线、面等几何元素构成的。点是最基本的几何元素，我们首先来研究点的投影。

第一节 点的投影

一、三投影面体系

如图 2-1 (a) 所示，已知空间点 A 和投影面 H ，过点 A 作 H 面的投射射线，其与 H 面的交点 a 即为点 A 在 H 面的投影。一个空间点有其确定的投影，但点的一个投影不能确定该点的空间位置。如图 2-1 (b) 所示，当投影方向确定时，投射射线上的其他投影都重影在点 a 上。因此，要确定点的空间位置，还必须要有其他的投影面。

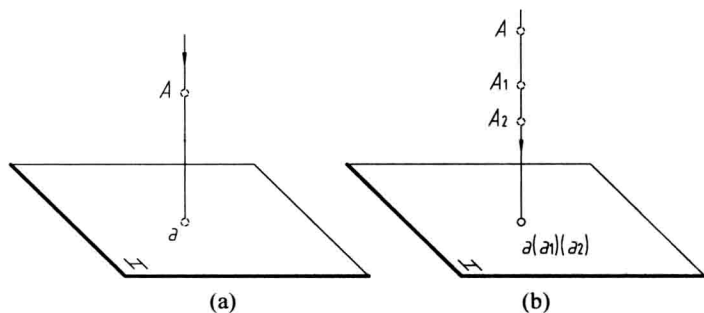


图 2-1 点的投影

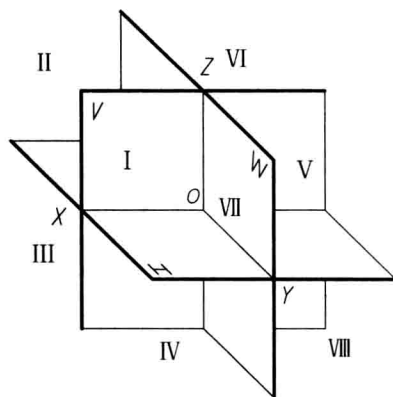


图 2-2 三投影面体系

如图 2-2 所示为三个相互垂直的投影面，即正立投影面（简称 V 面或正面）、水平投影面（简称 H 面或水平面）和一个与 H 面和 V 面同时垂直的侧立投影面（简称 W 面或侧面）。三个投影面彼此垂直相交，它们的交线称为投影轴。 H 面与 V 面的交线称为 OX 轴， H 面与 W 面的交线称为 OY 轴， V 面与 W 面的交线称为 OZ 轴。三个投影轴垂直相交的点 O 称为原点。

三个投影面构成了三投影面体系，将空间分为八个部分，每个部分称为一个分角，即 I，II，III，IV，V，VI，VII，VIII 分角。中国、日本、德国、法国、俄罗斯等国家采用第一分角投影（第一角画法，简称 E 法），而美国、加拿大和澳大利亚等国家采用第三分角投影（第三角画法，简称 A 法）。

二、三投影面体系中点的投影

为区分空间点与其投影，在投影体系中规定：空间点用大写字母 $A, B, C \cdots$ 表示，点

的水平投影用小写字母 $a, b, c \dots$ 表示, 点的正面投影用带一撇的小写字母 $a', b', c' \dots$ 表示, 点的侧面投影用带两撇的小写字母 $a'', b'', c'' \dots$ 表示。如图 2-3 (a) 所示, 点 A 位于第一分角中, 过点 A 作 H 面、 V 面、 W 面的投射射线 Aa, Aa', Aa'' , 就得出点 A 在三个投影面上的投影 a, a', a'' 。

按图 2-3 (a) 中箭头所指的方向, 使 H 面绕 OX 轴旋转 90° 与 V 面重合; W 面绕 OZ 轴旋转 90° 与 V 面重合, 就得到了点 A 展开后的三面投影图, 如图 2-3 (b) 所示。

从图 2-3 (a) 可以看出: 由 Aa 和 Aa' 组成的平面分别与 H 面和 V 面垂直, 也垂直于它们的交线 OX 轴, 平面与 OX 轴交于一点 a_x , 且有 $aa_x \perp OX$, $a'a_x \perp OX$, 可知 Aaa_xa' 是矩形, 所以 $Aa = a'a_x$, $Aa' = aa_x$ 。同理因: $a'a_z \perp OZ$, $a''a_z \perp OZ$, 则 $Aa' = a''a_z$, $Aa'' = a'a_z$; 因: $aa_y \perp OY$, $a''a_y \perp OY$, 则 $Aa = a''a_y$, $Aa'' = aa_y$ 。

为了作图简便, 投影面的边框可不画出, 如图 2-3 (c) 所示。 Y 轴展开时分为 Y_H 和 Y_W 两个位置。

从图 2-3 可以看出点在三投影面体系中的投影规律:

1. 相应两投影的连线垂直于相应的投影轴。

点的正面和水平投影的连线垂直于 OX 轴, 即 $aa' \perp OX$ 轴;

点的正面和侧平投影的连线垂直于 OZ 轴, 即 $a'a'' \perp OZ$ 轴。

2. 点的水平投影到 OX 轴的距离等于侧面投影到 OZ 轴的距离, 即 $aa_x = a''a_z$ 。

作图过程中可过 O 点作 $\angle Y_H OY_W$ 的角分线作为辅助线, 如图 2-3 (c) 所示, 从 a 点作 OX 轴的平行线与角分线相交, 过交点作 OY_W 轴的垂线与过 a' 作的水平线相交, 其交点即为 a'' 。

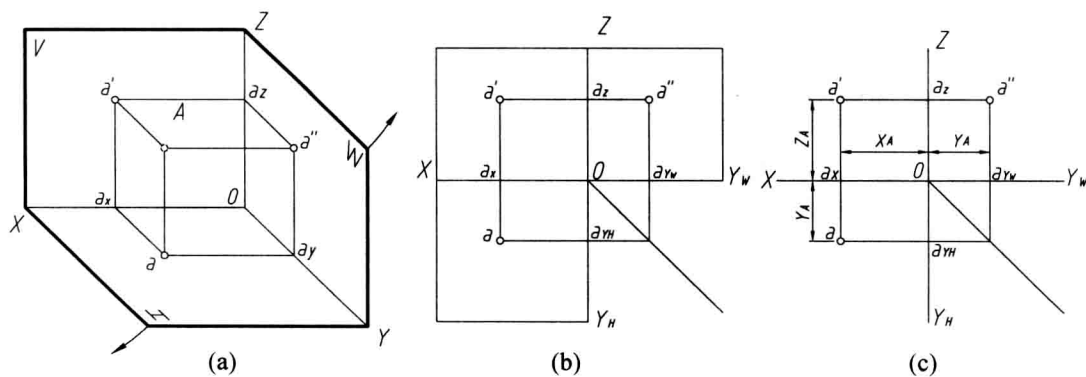


图 2-3 点在三投影面体系中的投影

第二节 点的位置

一、点的投影与空间位置的关系

从图 2-3 可看出, 点的投影到相应投影轴的距离等于空间点到相应投影面的距离。

1. 点的正面投影到 OX 轴的距离、侧面投影到 OY 轴的距离, 反映空间点到 H 面的距

离, 即 $a'a_x = a''a_y =$ 点 A 到 H 面的距离;

2. 点的水平投影到 OX 轴的距离、侧面投影到 OZ 轴的距离, 反映空间点 A 到 V 面的距离; 即 $aa_x = a''a_z =$ 点 A 到 V 面的距离;

3. 点的正面投影到 OZ 轴的距离、水平投影到 OY 轴的距离, 反映空间点 A 到 W 面的距离。即 $a'a_z = aa_y =$ 点 A 到 W 面的距离。

[例 2-1] 已知点 A 的两面投影 a' , a'' , 求

作点 A 的第三面投影 a 。

[作图]:

1. 过 a' 作 OX 轴的垂线交 OX 于 a_x 并延长, 如图 2-4 (a) 所示;
2. 在延长线上量取 $aa_x = a''a_z$ 得 a , 如图 2-4 (b) 所示。

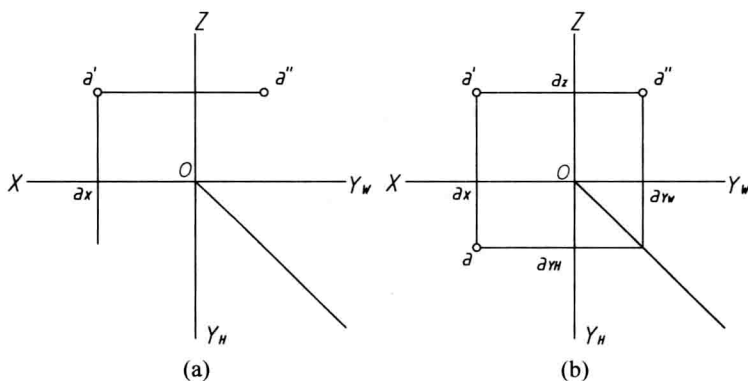


图 2-4 求点的第三投影

二、点的投影与坐标的关系

在工程中, 有时也用坐标来确定空间点的位置。把投影面 H , V , W 作为坐标面, 投影轴作为坐标轴, O 点即为坐标原点, 如图 2-3 (a) 所示。点的投影与坐标的关系为:

点 A 到 W 面的距离 $Aa'' = aa_{yH} = a'a_z = Oa_x = X$ 坐标;

点 A 到 V 面的距离 $Aa' = aa_x = a''a_z = Oa_{yW} = Y$ 坐标;

点 A 到 H 面的距离 $Aa = a'a_x = a''a_{yW} = Oa_z = Z$ 坐标。

因此, 根据一点 A 的三个坐标 (x, y, z) 以及点的投影规律, 就能作出它的投影图。

[例 2-2] 已知点 A 的坐标 $(15, 20, 25)$ 求作点 A 的三面投影。

[作图]:

1. 在 X 轴上量取 $Oa_x = 15$, 如图 2-5 (a) 所示;
2. 过 a_x 作 OX 轴的垂线, 并在垂线上量取 $aa_x = 20$, $a'a_x = 25$, 如图 2-5 (b) 所示;
3. 过 a 作水平线与 $\angle Y_H OY_W$ 的角分线相交, 过交点作 Y_W 轴的垂线与过 a' 的水平线相交, 交点即为 a'' , 如图 2-5 (c) 所示。

[例 2-3] 已知点 B 的坐标 $(20, 15, 0)$, 点 C 的坐标 $(0, 0, 20)$ 求作点 B 和点 C 的三面投影。

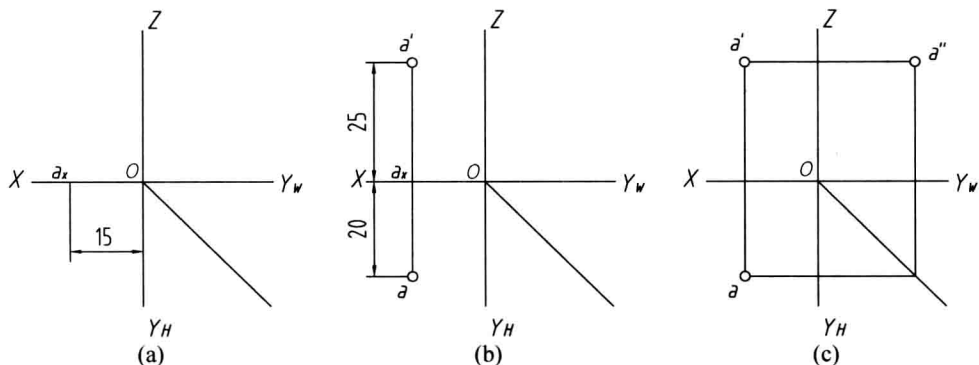


图 2-5 点 A 的三面投影

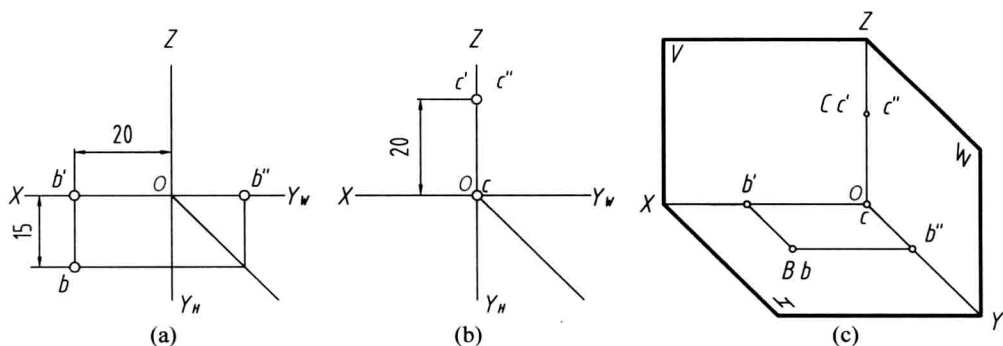


图 2-6 特殊位置点的投影

〔分析〕：由于 $Z_B = 0$ ，所以点 B 在 H 面上；又由于 $C_x = 0$ ， $C_y = 0$ ，所以点 C 在 OZ 轴上，如图 2-6 (c) 所示。

〔作图〕：略，见图 2-6 (a)(b) 所示。

由例 2-3 可知：当点位于投影面时，则点在此投影面上的投影与该点重合，而点的其他两投影分别在相应投影轴上；当点位于投影轴上时，有两个投影与该点本身重合，而第三个点的投影与坐标原点重合。

三、两点的相对位置

根据两点的投影和它们同面投影的坐标差，可以判别出该两点在空间的左右、上下和前后位置关系。

如图 2-7 所示，两点的正面投影和水平投影反映出它们的左右位置，图中 $X_A > X_B$ ，所以点 A 在左，点 B 在右；两点的正面投影和侧面投影反映出它们的上下位置，在图中 $Z_B > Z_A$ ，所以点 B 在上，点 A 在下；两点的水平投影和侧面投影反映出它们的前后位置，靠近观察者的（ Y 值较大）为前，远离观察者（ Y 值较小）为后，在图中 $Y_A > Y_B$ ，所以点 A 在前，点 B 在后。

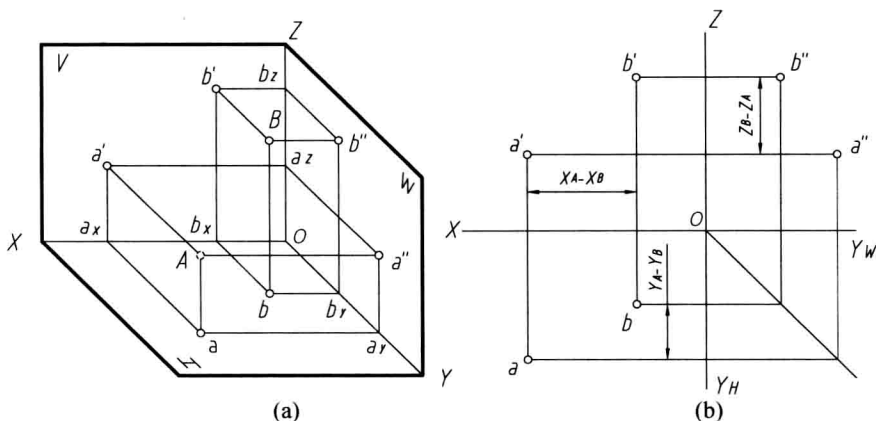


图 2-7 两点的相对位置

四、重影点

位于同一条投射线上的两点具有两个相同的坐标，在反映这两个坐标的投影面上两点投影重合，称之为两点对该投影面的重影点。如图 2-8 所示，A 和 B 两点对 V 面的同一条投射线上，它们在 V 面的投影重合，称之为 A 和 B 对 V 面的重影点。

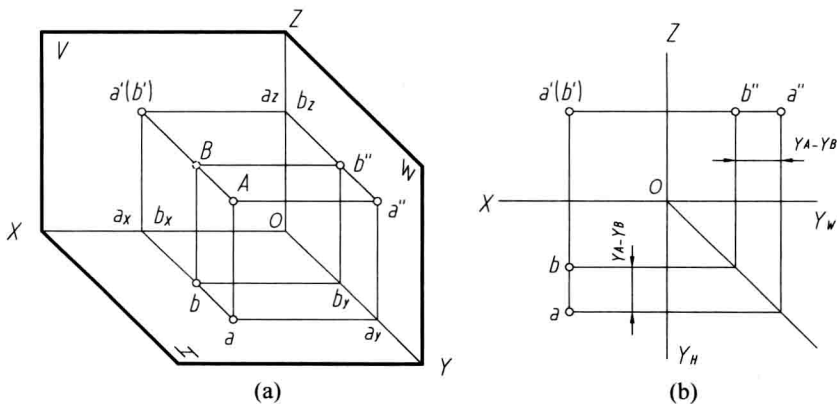


图 2-8 重影点

重影点由于空间点的相对位置关系，投影中存在可见与不可见问题。根据投影规则有：沿投影方向，靠近观察者的点可见，远离观察者的点为不可见。投影中不可见的点加括号表示，以示区别。在图 2-8 中，点 A 与点 B 比较，点 A 远离 V 面，因此点 A 的 V 面投影 a' 可见，点 B 的 V 面投影 b' 不可见，加括号表示。

第三章 直 线

第一节 直线的投影及位置

一、直线的投影

投影中，直线的投影一般仍为直线。根据几何定理，直线的空间位置可以由直线上的两点来决定，直线的投影，则可由直线上两点（通常取线段的两端点）的同面投影来确定。如图 3-1 所示直线 AB ，它的三面投影是分别作出 A 、 B 两端点的投影 (a, a', a'') 、 (b, b', b'') ，然后连接 $ab, a'b', a''b''$ ，即得 AB 的三面投影。

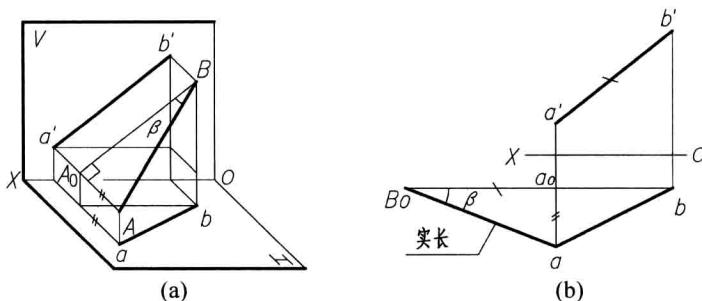


图 3-1 直线的投影

二、直线的分类

直线的分类可以有两种形式：相对投影面分类和相对观察者分类。

(一) 相对投影面分类

根据直线相对投影面的位置，可将直线分成为投影面的一般位置直线、投影面的平行线和投影面的垂直线三类。其中投影面的平行线和投影面的垂直线又称为投影面的特殊位置直线。

直线与某投影面之间的夹角称为直线对该投影面的倾角，如图 3-1 (a) 所示，直线 AB 与 H, V, W 面的倾角分别用 α, β, γ 表示。

投影面的平行线和投影面的垂直线与投影面保持着平行或垂直的特殊位置关系，投影中可以反映出空间直线的实长及直线与投影面的倾角。

投影面的一般位置直线与三个投影面都倾斜，其实长、投影长度、倾角之间的关系为：

$$ab = AB \cos \alpha, a'b' = AB \cos \beta, a''b'' = AB \cos \gamma$$

由于 α, β, γ 都不为零，且小于 90° ，因此直线的三个投影长度都小于实长。