

2015

李永乐·王式安**唯一**考研数学系列

全国十二大考研辅导机构指定用书

数学历年真题 权威解析

数学二

主 编 ◎ 李永乐 王式安 季文铎

编委 王式安 刘喜波 李永乐 季文铎 武忠祥
(按姓氏笔划排序)

最佳搭配:《复习全书》+《660题》+《历年真题》

权威名师与命题专家联手打造
多角度讲解试题开拓解题思路
详尽地归纳总结典型解题方法

考试知识复习与能力培养并重
分析解答透彻易懂更有针对性
综合提高运用知识的分析能力

国家行政学院出版社



2015

李永乐·王式安唯一考研数学系列
全国十二大考研辅导机构指定用书

数学历年真题 权威解析

数学二

主 编 ◎ **李永乐 王式安 季文铎**

编委 王式安 刘喜波 李永乐 季文铎 武忠祥
(按姓氏笔划排序)

国家行政学院出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学历年真题权威解析. 数学二/李永乐, 王式安
编著. —2 版. —北京: 国家行政学院出版社, 2013. 12
ISBN 978-7-5150-1059-5

I. ①数… II. ①李… ②王… III. ①高等数学—研
究生—入学考试—题解 IV. ①013—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 290020 号

敬告读者

本书封面贴有专用防伪标识, 凡有防伪标识
的为正版图书, 请读者注意识别。

书 名: 数学历年真题权威解析. 数学二

主 编: 李永乐 王式安

责任编辑: 姚敏华

装帧设计: 金榜图文设计室

出版发行: 国家行政学院出版社

(北京市海淀区长春桥路 6 号 100089)

电 话: (010)68920640 68929037

编 辑 部: (010)68928761 68929009

印 刷: 大厂回族自治县彩虹印刷有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 17.75

字 数: 421 千字

版 次: 2014 年 3 月第 2 版

印 次: 2014 年 3 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5150-1059-5

定 价: 40.00 元

图书如有印装质量问题, 请与印刷厂联系调换 电话: (010)51906740

版权所有 侵权必究



教材精华+考试大纲+习题集
练习难度分级 便携独立分册



突破典型例题 归纳解题方法和技巧
题型系统完整 循序渐进 覆盖面广
多方位多角度 在练习中透彻掌握知识点

全新改版上市 强化学练结合

· 前言 ·

历年真题权威解析

从真题中你能够了解一个真实的考研数学,寻找考研数学的规律

真题是教育部考试中心一届又一届命题组老师们集体智慧的结晶,题目经典,又有规律可循。为了帮助广大考生能够在较短的时间内,准确理解和熟练掌握考研数学考试的出题方式和解题规律,全面提高解题能力,进而更好地驾驭考试,本书编写团队依据 15 年的命题与阅卷经验,并结合近 10 年的考研辅导和研究精华,精心编写了本书,真正起到帮助同学们提高综合分析和综合解题的能力。

历年来,研究生入学考试数学各学科知识点没有太大变化,而且各学科考查的重难点比较稳定,都是往年考试反复考查的内容,依据往年考题把握了这些重难点,我们就等于成功了一半。练真题,反复揣摩是有效把握这些重难点的最佳途径。考生们可以思考考过的知识点会再从什么角度命题,如何与没有考过的知识点结合起来考查,进而复习没有考过的知识点,这就可以从深度、广度上全方位把握知识点了,也因此,真题能够最有效的暴露我们的不足和复习误区,提供更有有效的复习思路和策略,甚至可以说,真题就是最好的“辅导老师”,它告诉我们考试会考什么,怎么考,反过来又指导我们思考如何应对,也只有真题准确体现了考试所要求的能力、方法。

真题对大部分考生来说都是“陌生”的。真题命制科学,经过命题人的反复推敲,是市面上的练习题所无法比拟的,市面上的练习题,难易适中,命制科学,贴近考试要求的很少,做真题,反复揣摩,这能节省我们宝贵的复习时间,达到事半功倍的效果。紧紧抓住真题,在考试时也可以使我们做到从容应对。

本书共分三篇。第一篇给出最新的真题和解析,目的是让读者了解最新考题的结构形式和难易程度,方便复习备考。第二篇是历年的试题。第三篇将真题按考点所属内容分类并进行解析,各章编排如下:

1. 本章导读

设置本部分的目的是使考生明白此章的考试内容和考试重点,从而复习时目标明确。

2. 试题特点

本部分总结此章的历年考试出题规律,分析可能的出题点。

3. 考题详析

本部分对历年真题的题型进行归纳分类,总结各种题型的解题方法。这些解法均来自各位专家多年教学实践总结和长期命题阅卷经验。针对以往考生在解题过程中普遍存在的问题及常犯

的错误,给出相应的注意事项,对每一道真题都给出解题思路的分析,以便考生真正的理解和掌握解题方法。

4. 练习题

数学复习离不开做题,只有适量的练习才能巩固所学的知识。为了使考生更好地巩固所学知识,提高实际解题能力,本书作者精心选取历年真题其他卷别的试题作为练习题,供考生练习,以便使考生在熟练掌握基本知识的基础上,达到轻松解答真题的水平。同时,练习题都配备了详细的参考答案和解析,以便考生遇到解答疑难问题时能及时得到最详尽的指导。

建议考生在使用本书时不要就题论题,而是要多动脑,通过对题目的练习、比较、思考,总结并发现题目设置和解答的规律性。请大家一定要在今后的复习中,时刻想到将各个方面的知识融会贯通,做好知识的串联和总结,从而检验自己对问题的把握程度,真正掌握应试解题的金钥匙,从而迅速提高知识水平和应试能力,取得理想分数。

另外,为了更好地帮助同学们进行复习,“李永乐考研数学辅导团队”特在新浪微博上开设答疑专区,同学们在考研数学复习中,如若遇到任何问题,即可在线留言,团队老师将尽心为你解答。请访问 weibo.com/金榜图书官方微博。

希望本书能对同学们的复习备考带来更大的帮助。对书中的不足和疏漏之处,恳请读者批评指正。

祝同学们复习顺利,心想事成,考研成功!

编者

2014年3月

金榜图书·图书目录

考研思想政治系列

书名	作者	出版时间
《思想政治理论超级红宝书》	徐之明	2014 年 1 月
《思想政治理论近年真题心解》试卷版	徐之明	2014 年 3 月
《思想政治理论红宝书逻辑图解》	徐之明	2014 年 3 月
《思想政治理论红宝书超级 900 题》	徐之明	2014 年 3 月
《考研思想政治红宝书背诵精华掌中宝》	徐之明	2014 年 10 月
《考研思想政治分析题专项突破一本通》	徐之明	2014 年 11 月
《思想政治理论历年真题解析及复习思路》	石磊	2014 年 3 月
《思想政治理论名师核心讲义》	石磊	2014 年 3 月
《思想政治理论强化训练 1500 题》	石磊	2014 年 5 月
《思想政治理论考研冲刺最后 5 套题》	石磊	2014 年 11 月
《考研思想政治终极预测 3 套卷》	石磊	2014 年 12 月
《思想政治理论命题核心点名师精析》	米鹏	2014 年 1 月
《思想政治理论精雕细刻 1000 题》	米鹏	2014 年 5 月
《思想政治理论大串讲》	米鹏	2014 年 11 月
《思想政治理论最后 20 天必背 20 题》	米鹏	2014 年 11 月

考研数学系列

书名	作者	出版时间
《数学复习全书》(基础篇)	李永乐 王式安	2013 年 10 月
《数学基础过关 660 题》	李永乐 王式安	2013 年 12 月
《数学复习全书》	李永乐 王式安	2014 年 1 月
《数学历年真题权威解析》	李永乐 王式安	2014 年 3 月
《数学历年真题权威解析》(试卷版)	李永乐 王式安	2014 年 3 月
《李永乐数学决胜冲刺 6+2》	李永乐 王式安	2014 年 7 月
《线性代数辅导讲义》	李永乐	2014 年 2 月
《概率论与数理统计辅导讲义》	王式安	2014 年 3 月
《数学公式的奥秘》	单立波	2014 年 3 月
《概率论与数理统计辅导讲义》	曹显兵	2014 年 2 月
《高等数学(微积分)辅导讲义》	曹显兵 刘喜波	2014 年 3 月
《概率论与数理统计辅导讲义》	张伟	2014 年 2 月
《线性代数辅导讲义》	张伟	2014 年 2 月
《高等数学辅导讲义》	张宇	2014 年 3 月
《大题满分技巧揭秘》	金榜考研数学命题研究组	2014 年 8 月
《难点一本通》	杨超	2014 年 7 月

大学英语四、六级系列

书名	作者	出版时间
《命题人大学英语四级新题型预测试卷》(基础篇)	金榜大学英语四级命题研究中心	2014 年 1 月
《命题人大学英语四级新题型预测试卷》(预测篇)	金榜大学英语四级命题研究中心	2014 年 2 月
《命题人大学英语六级新题型预测试卷》(基础篇)	金榜大学英语六级命题研究中心	2014 年 2 月
《命题人大学英语六级新题型预测试卷》(预测篇)	金榜大学英语六级命题研究中心	2014 年 2 月
《命题人大学英语四级核心 2000 词》	金榜大学英语四级命题研究中心	2014 年 2 月
《命题人大学英语六级核心 3000 词》	金榜大学英语六级命题研究中心	2014 年 2 月

考研英语系列

书名	作者	出版时间
《石春祯考研英语阅读理解 220 篇》(基础篇)	石春祯	2014 年 1 月
《石春祯考研英语阅读理解 220 篇》(提高篇)	石春祯	2014 年 7 月
《考研英语词汇速记宝典》	徐 蛟	2014 年 6 月
《考研英语美文诵读宝典 60+30》(晨读)	徐 蛟	2014 年 1 月
《考研英语时文阅读宝典 120+60》(夜读)	徐 蛟	2014 年 1 月
《考研英语词组 734 大冲关》	赵 敏	2014 年 5 月
《30 天突破考研英语长难句》	赵 敏	2014 年 5 月
《60 天突破考研英语阅读》	赵 敏	2014 年 2 月
《30 天突破考研英语翻译》	赵 敏	2014 年 2 月
《考研英语决胜冲刺 3 套卷》(英语一、英语二)	赵 敏	2014 年 10 月
《考研英语写作冲刺 30 篇》	赵 敏	2014 年 10 月

考研专业课系列

	书名	主编	出版时间
教 育 学	考研教育学高分必备 2000 题	金榜考研教育学命题研究中心	2014 年 4 月
	考研教育学历年真题权威解析	金榜考研教育学命题研究中心	2014 年 5 月
	考研教育学终极预测试卷	金榜考研教育学命题研究中心	2014 年 9 月
历 史 学	考研历史学高分必备 2000 题	金榜考研历史学命题研究中心	2014 年 4 月
	考研历史学历年真题权威解析	金榜考研历史学命题研究中心	2014 年 5 月
	考研历史学终极预测试卷	金榜考研历史学命题研究中心	2014 年 9 月
心 理 学	考研心理学高分必备 2000 题	金榜考研心理学命题研究中心	2014 年 4 月
	考研心理学历年真题权威解析	金榜考研心理学命题研究中心	2014 年 5 月
	考研心理学终极预测试卷	金榜考研心理学命题研究中心	2014 年 9 月
西 医	《刘应科考研西医综合辅导讲义》(上、下)	刘应科	2014 年 1 月
	《刘应科考研西医综合核心考点突破与速记》(口袋版)	刘应科	2014 年 3 月
	《刘应科考研西医综合历年真题精析及复习思路》	刘应科	2014 年 4 月
	《刘应科考研西医综合历年真题精析及复习思路》(试卷版)	刘应科	2014 年 4 月
	《刘应科考研西医综合配套 5000 题》	刘应科	2014 年 8 月
	《刘应科考研西医综合终极预测试卷》	刘应科	2014 年 11 月
中 医	《刘应科考研中医综合辅导讲义》(上、下)	刘应科	2014 年 1 月
	《刘应科考研中医综合核心考点突破与速记》(口袋版)	刘应科	2014 年 3 月
	《刘应科考研中医综合历年真题精析及复习思路》	刘应科	2014 年 4 月
	《刘应科考研中医综合历年真题精析及复习思路》(试卷版)	刘应科	2014 年 4 月
	《刘应科考研中医综合配套 5000 题》	刘应科	2014 年 8 月
	《刘应科考研中医综合终极预测试卷》	刘应科	2014 年 11 月

· 目 录 ·

历年真题权威解析

第一篇 最新真题

2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学(二)	1
2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学(二)参考答案	5

第二篇 历年真题

2013 年全国硕士研究生入学统一考试试题	14
2012 年全国硕士研究生入学统一考试试题	17
2011 年全国硕士研究生入学统一考试试题	20
2010 年全国硕士研究生入学统一考试试题	23
2009 年全国硕士研究生入学统一考试试题	26
2008 年全国硕士研究生入学统一考试试题	29
2007 年全国硕士研究生入学统一考试试题	32
2006 年全国硕士研究生入学统一考试试题	35
2005 年全国硕士研究生入学统一考试试题	38

第三篇 真题解析

第一部分 高等数学	41
第一章 函数 极限 连续	41
第二章 一元函数微分学	76
第三章 一元函数积分学	115
第四章 多元函数微分学	152

第五章	二重积分	168
第六章	常微分方程	183
第二部分	线性代数	198
第一章	行列式	198
第二章	矩阵	205
第三章	向量	221
第四章	线性方程组	234
第五章	特征值与特征向量	252
第六章	二次型	267

第一篇 最新真题

绝密 ★ 启用前

2014 年全国硕士研究生入学统一考试

数 学 (二)

(科目代码:301)

考生注意事项

1. 答题前,考生须在试题册指定位置上填写考生姓名和考生编号;在答题卡指定位置上填写报考单位、考生姓名和考生编号,并涂写考生编号信息点。
2. 选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上,非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸试题册上答题无效。
3. 填(书)写必须使用黑色字迹签字笔或钢笔书写,字迹工整,笔迹清楚;涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
4. 考试结束,将答题卡和试题册按规定交回。

姓 名	考生编号												

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.

(1) 当 $x \rightarrow 0^+$ 时,若 $\ln^\alpha(1+2x)$, $(1-\cos x)^{\frac{1}{\alpha}}$ 均是比 x 高阶的无穷小,则 α 的取值范围是

- (A) $(2+\infty)$. (B) $(1,2)$. (C) $(\frac{1}{2},1)$. (D) $(0,\frac{1}{2})$.

(2) 下列曲线中有渐近线的是

- (A) $y = x + \sin x$. (B) $y = x^2 + \sin x$.
(C) $y = x + \sin \frac{1}{x}$. (D) $y = x^2 + \sin \frac{1}{x}$.

(3) 设函数 $f(x)$ 具有 2 阶导数, $g(x) = f(0)(1-x) + f(1)x$,则在区间 $[0,1]$ 上

- (A) 当 $f'(x) \geq 0$ 时, $f(x) \geq g(x)$. (B) 当 $f'(x) \geq 0$ 时, $f(x) \leq g(x)$.
(C) 当 $f''(x) \geq 0$ 时, $f(x) \geq g(x)$. (D) 当 $f''(x) \geq 0$ 时, $f(x) \leq g(x)$.

(4) 曲线 $\begin{cases} x = t^2 + 7, \\ y = t^2 + 4t + 1 \end{cases}$ 上对应于 $t = 1$ 的点处的曲率半径是

- (A) $\frac{\sqrt{10}}{50}$. (B) $\frac{\sqrt{10}}{100}$. (C) $10\sqrt{10}$. (D) $5\sqrt{10}$.

(5) 设函数 $f(x) = \arctan x$. 若 $f(x) = xf'(\zeta)$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\zeta^2}{x^2} =$

- (A) 1. (B) $\frac{2}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{3}$.

(6) 设函数 $u(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续,在 D 的内部具有 2 阶连续偏导数,且满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \neq 0$ 及

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \text{ 则}$$

- (A) $u(x,y)$ 的最大值和最小值都在 D 的边界上取得.
(B) $u(x,y)$ 的最大值和最小值都在 D 的内部取得.
(C) $u(x,y)$ 的最大值在 D 的内部取得,最小值在 D 的边界上取得.
(D) $u(x,y)$ 的最小值在 D 的内部取得,最大值在 D 的边界上取得.

(7) 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix} =$

- (A) $(ad-bc)^2$. (B) $-(ad-bc)^2$. (C) $a^2d^2-b^2c^2$. (D) $b^2c^2-a^2d^2$.

(8) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为 3 维向量,则对任意常数 k, l , 向量组 $\alpha_1 + k\alpha_3, \alpha_2 + l\alpha_3$ 线性无关是向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关的

- (A) 必要非充分条件. (B) 充分非必要条件.
(C) 充分必要条件. (D) 既非充分也非必要条件.

二、填空题:9~14 小题,每小题 4 分,共 24 分.

(9) $\int_{-\infty}^1 \frac{1}{x^2+2x+5} dx =$ _____.

(10) 设 $f(x)$ 是周期为 4 的可导奇函数,且 $f'(x) = 2(x-1)$, $x \in [0,2]$, 则 $f(7) =$ _____.

(11) 设 $z = z(x,y)$ 是由方程 $e^{2yz} + x + y^2 + z = \frac{7}{4}$ 确定的函数,则 $dz \Big|_{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})} =$ _____.

(12) 曲线 L 的极坐标方程是 $r = \theta$, 则 L 在点 $(r, \theta) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 处的切线的直角坐标方程是 _____.

(13) 一根长度为 1 的细棒位于 x 轴的区间 $[0, 1]$ 上, 若其线密度 $\rho(x) = -x^2 + 2x + 1$, 则该细棒的质心坐标 $\bar{x} =$ _____.

(14) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 + 2ax_1x_3 + 4x_2x_3$ 的负惯性指数为 1, 则 a 的取值范围是 _____.

三、解答题: 15 ~ 23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 10 分)

$$\text{求极限 } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x [t^2(e^{\frac{1}{t}} - 1) - t] dt}{x^2 \ln(1 + \frac{1}{x})}.$$

(16) (本题满分 10 分)

已知函数 $y = y(x)$ 满足微分方程 $x^2 + y^2 y' = 1 - y'$, 且 $y(2) = 0$. 求 $y(x)$ 的极大值与极小值.

(17) (本题满分 10 分)

设平面区域 $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$, 计算 $\iint_D \frac{x \sin(\pi \sqrt{x^2 + y^2})}{x + y} dx dy$.

(18) (本题满分 10 分)

设函数 $f(u)$ 具有 2 阶连续导数, $z = f(e^x \cos y)$ 满足

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (4z + e^x \cos y) e^{2x}.$$

若 $f(0) = 0, f'(0) = 0$, 求 $f(u)$ 的表达式.

(19) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x), g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x)$ 单调增加, $0 \leq g(x) \leq 1$. 证明:

$$(I) 0 \leq \int_a^x g(t) dt \leq x - a, x \in [a, b];$$

$$(II) \int_a^{a+\int_a^b g(t) dt} f(x) dx \leq \int_a^b f(x) g(x) dx.$$

(20) (本题满分 11 分)

设函数 $f(x) = \frac{x}{1+x}, x \in [0, 1]$. 定义函数列:

$$f_1(x) = f(x), f_2(x) = f(f_1(x)), \dots, f_n(x) = f(f_{n-1}(x)), \dots$$

记 S_n 是由曲线 $y = f_n(x)$, 直线 $x = 1$ 及 x 轴所围平面图形的面积, 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} nS_n$.

(21)(本题满分 11 分)

已知函数 $f(x, y)$ 满足 $\frac{\partial f}{\partial y} = 2(y+1)$, 且 $f(y, y) = (y+1)^2 - (2-y)\ln y$, 求曲线 $f(x, y) = 0$ 所围图形绕直线 $y = -1$ 旋转所成旋转体的体积.

(22)(本题满分 11 分)

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}, E \text{ 为 3 阶单位矩阵.}$$

(I) 求方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系;

(II) 求满足 $AB = E$ 的所有矩阵 B .

(23)(本题满分 11 分)

$$\text{证明 } n \text{ 阶矩阵 } \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \text{ 与 } \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 2 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & n \end{bmatrix} \text{ 相似.}$$

2014 年全国硕士研究生入学统一考试

数学(二) 参考答案

一、选择题

(1)【答案】 B

【分析】 由于当 $x \rightarrow 0^+$ 时, $\ln(1+2x) \sim 2x$, $1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2$, 所以, 只需同时满足 $\alpha > 1$ 与 $\frac{2}{\alpha} > 1$ 即可. 此二不等式联立即得 $1 < \alpha < 2$, 可知选项(B) 是正确的. 此外, 当 $\alpha \in (2, +\infty)$ 时, 因 $\frac{2}{\alpha} < 1$, 无穷小 $(1 - \cos x)^{\frac{1}{\alpha}}$ 是比 x 低阶的无穷小; 而当 α 在 $(0, \frac{1}{2})$ 或 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内取值时, 因 $\alpha < 1$, $\ln^{\alpha}(1+2x)$ 都是比 x 低阶的无穷小. 总之, 选项(A)、(C)、(D) 都不符合题意, 从而是错误的.

【评注】 本题考查的是无穷小的比较中参数取值范围的确定. 解题要点是善于利用等价无穷小.

(2)【答案】 C

【分析】 因为 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin \frac{1}{x}}{x} = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sin \frac{1}{x} - x) = 0,$$

故曲线 $y = x + \sin \frac{1}{x}$ 有一条斜渐近线 $y = x$.

对于曲线 $y = x + \sin x$, 虽然有 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x} = 1$, 但 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sin x - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$ 是不存在的, 故该曲线无斜渐近线, 而且无水平与铅直渐近线. 其余两条曲线, 由于

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \sin x}{x} = \infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \sin \frac{1}{x}}{x} = \infty$$

都没有斜渐近线; 又由于 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ 不存在, 所以曲线 $y = x^2 + \sin \frac{1}{x}$ 也无铅直渐近线. 故只有选项(C) 是正确的.

【评注】 本题考查曲线有无渐近线的判定. 从解题方法看, 直观上可先排除(C)、(D) 两个选项, 在前两条曲线中作选择.

(3)【答案】 D.

【分析】 在区间 $[0, 1]$ 上, 曲线 $y = g(x)$ 是连结曲线 $y = f(x)$ 两个端点的一条弦. 由函数 $f(x)$ 的 2 阶导数 $f''(x)$ 的正负号, 可以判定曲线 $y = f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的凹凸性态, 所以, 当 $f''(x) \geq 0$ 时, 曲线 $y = f(x)$ 是凹的, 从而弦在曲线的上方. 即 $g(x) \geq f(x)$. 这同时否定了选项(C).

若设 $F(x) = g(x) - f(x)$, $x \in [0, 1]$. 则 $F(0) = F(1) = 0$, $F(x)$ 在 $[0, 1]$ 上满足罗尔定理

的条件,于是,至少存在一点 $\xi \in (0,1)$,使 $F'(\xi) = 0$.不妨假设只存在一点 ξ .则在区间 $(0,\xi)$ 与 $(\xi,1)$ 内 $F'(x)$ 异号,函数 $F(x)$ 的增减性相反,又 $F(0) = F(1) = 0$,所以选项(A)与(B)都是错的.

【评注】 利用2阶导数的几何意义,可以容易判断出正确选项.这是考生应该掌握的重要方法.

(4)**【答案】** C.

【分析】 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = \left. \frac{2t+4}{2t} \right|_{t=1} = 3,$

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=1} = -\frac{2}{t^2} \cdot \frac{1}{2t} \Big|_{t=1} = -1,$$

由曲率公式得 $K \Big|_{t=1} = \frac{|-1|}{(1+3^2)^{3/2}} = \frac{1}{10\sqrt{10}},$

从而在对应点处曲线的曲率半径为 $10\sqrt{10}$.即选项(C)是正确的.

【评注】 本题考查的是对参数方程求导及曲率公式的掌握情况.要防止计算中出错的低级错误的干扰.

(5)**【答案】** D.

【分析】 由题设, $f'(\xi) = \frac{1}{1+\xi^2}$,从而题设等式化为

$$\arctan x = \frac{x}{1+\xi^2}, \xi \in (0,x),$$

并解出 $\xi^2 = \frac{x}{\arctan x} - 1.$

于是

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\xi^2}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{x^2 \arctan x}, \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{1}{1+x^2}}{3x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3x^2(1+x^2)} = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

即选项(D)是正确的.

【评注】 本题以等式 $f(x) = xf'(\xi)$ 建立了 ξ 与 x 之间的关系,此等式就是函数 $f(x)$ 在区间 $(0,x]$ 上应用拉格朗日中值定理所得到的,而本题的本质是求极限.

(6)**【答案】** A.

【分析】 由于 $B = \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \neq 0, A = \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2}$ 与 $C = \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2}$ 异号,所以 $B^2 - AC > 0$,即 $u(x,y)$ 在区域 D 的内部取不到极值.而在有界闭区域 D 上连续的函数 $\mu(x,y)$ 在 D 上必有最大值与最小值,故其只能在 D 的边界上取得.即只有选项(A)正确,其余3个选项都是错误的.

【评注】 本题考查对二元函数取得极值的充分条件的掌握情况.选项(C)与(D)本质上是一回事(请读者思考理由),不可能都成立,所以可先排除.