DI-SHIQI JIE
ZHONGGUO MOHU SHUXUE YU MOHU XITONG
XUESHU HUIYI LUNWENJI

第十七届中国模糊数学与模糊系统
学术会议论文集

秦 勇 贾利民 史福贵 张德学 ◎主 编

知识产权出版社
全国百佳图书出版单位

DI-SHIQI JIE
ZHONGGUO MOHU SHUXUE YU MOHU XITONG
XUESHU HUIYI LUNWENJI

第十七届中国模糊数学与模糊系统学术会议论文集

秦 勇 贾利民 史福贵 张德学 ◎主 编

知识产权出版社
全国百佳图书出版单位

图书在版编目(CIP)数据

第十七届中国模糊数学与模糊系统学术会议论文集/秦勇等主编.
—北京：知识产权出版社，2014.8
ISBN 978-7-5130-2897-4
Ⅰ.①第… Ⅱ.①秦… Ⅲ.①模糊数学—学术会议—文集 ②模糊系统—学术会议—文集
Ⅳ.①O159-53 ②N94-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 185667 号

内容提要

本书是第十七届中国模糊数学与模糊系统学术会议的论文合集，共收录20余篇文章，汇集了模糊理论在基础理论和实际应用等方面的众多最新研究成果。基础理论方面主要包括模糊拓扑，模糊代数，模糊逻辑，模糊测度，模糊控制等领域。实际应用方面涵盖了模糊信息，模糊算法，模糊分类，模糊关系方程，模糊决策等若干领域。

本论文集可为来自学术、工业、政府的研究者或工程技术人员全面了解模糊数学与系统理论、应用及交叉融合的最新发展提供参考。

责任编辑：安耀东　　　**责任出版**：谷　洋

第十七届中国模糊数学与模糊系统学术会议论文集

DI-SHIQI JIE ZHONGGUO MOHU SHUXUE YU MOHU XITONG XUESHU HUIYI LUNWENJI

秦　勇　贾利民　史福贵　张德学　主编

出版发行：	知识产权出版社 有限责任公司	**网　　址**：	http：//www.ipph.cn http：//www.laichushu.com
电　　话：	010-82004826		
社　　址：	北京市海淀区马甸南村1号	**邮　　编**：	100088
责编电话：	010-82000860 转 8534	**责编邮箱**：	an569@qq.com
发行电话：	010-82000860 转 8101/8029	**发行传真**：	010-82000893/82003279
印　　刷：	北京中献拓方科技发展有限公司	**经　　销**：	各大网上书店、新华书店及相关专业书店
开　　本：	787mm×1092mm　1/16	**印　　张**：	9.25
版　　次：	2014年8月第1版	**印　　次**：	2014年8月第1次印刷
字　　数：	216千字	**定　　价**：	48.00元

ISBN 978-7-5130-2897-4

第十七届中国模糊数学与模糊系统学术会议

北京·2014年8月23日—27日

一、主办单位

中国系统工程学会模糊数学与模糊系统专业委员会

二、承办单位

北京交通大学

北京理工大学

三、大会主席

刘应明(院士)

四、程序委员会

主　任:罗懋康

委　员:(排名不分先后)

吴从炘　张文修　李中夫　应明生　陈国青　李洪兴　贾利民

秦　勇　史福贵　赵　彬　徐晓泉　哈明虎　陈仪香　李永明

薛小平　胡宝青　王熙照　寇　辉　吴伟志　徐泽水

五、组织委员会

主　任:刘　军

副主任:张德学　贾利民　秦　勇　史福贵

委　员:(排名不分先后)

郑崇友　吴孟达　蔡伯根　唐　涛

聂　磊　李进金　陈水利　刘用麟

前　言

2014年第十七届中国模糊数学与模糊系统学术会议于2014年8月23日—27日在北京召开，本次会议由中国系统工程学会模糊数学与模糊系统专业委员会主办，北京交通大学、北京理工大学联合承办。本次会议致力于为广大模糊数学与系统理论及应用研究的学者和科技人员提供一个高水平的学术交流平台，交流和分享近年来在模糊数学与模糊系统理论及应用领域的最新研究成果。

本次会议共收到67篇中文论文、28篇英文论文，投稿覆盖了模糊数学与模糊系统理论、应用及多学科融合等主题。所有被收录的论文都经过严格的审稿过程，其中中文论文最终分别收录在《模糊系统与数学》期刊与本论文集中。本论文集将为来自学术、工业、政府的研究者和工程技术人员全面了解模糊数学与模糊系统理论、应用及交叉融合的最新发展提供重要的参考。

第十七届中国模糊数学与模糊系统学术会议的顺利召开得到了主办、承办及协办单位的大力支持，也得到了大会程序委员会和组织委员会各位专家、教授的大力支持，同时论文的审稿及编辑人员为之付出了辛勤的劳动。在此，对给予本次大会支持和帮助的单位和个人表示衷心的感谢。

第十七届中国模糊数学与模糊系统学术会议组织委员会

2014年8月

目　录

格序 Kent 收敛空间与格序极限空间

王　凯,方进明
(中国海洋大学 数学科学学院,山东 青岛 266100)

摘　要:这篇文章以格序滤子为工具,提出了格序 Kent 收敛空间和格序极限空间的概念,建立了对应的空间范畴. 研究结果表明它们与已知的范畴(包括格序收敛空间范畴,预拓扑的格序收敛空间范畴)构成反射链. 最后证明了这两个新定义的格序 Kent 收敛空间范畴和格序极限空间范畴都是笛卡尔闭的.

关键词:格序 Kent 收敛空间;格序极限空间;反射子范畴;拓扑范畴;笛卡尔闭
中图分类号:O159　　　　**文献标志码**:A

The L-ordered Kent Convergence Spaces and L-ordered Limit Spaces

WANG Kai, FANG Jinming
(Department of Mathematics, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

Abstract: In this paper, with the tool of L-ordered filters, we propose the concept of L-ordered Kent convergence spaces and L-ordered limit spaces. And we establish the corresponding two categories. It is shown by results of the paper that two categories and known categories (the category of L-ordered convergence spaces, the category of L-ordered pretopological convergence spaces) compose reflective chain. Finally, it is proved that the category of L-ordered Kent convergence spaces and the category of L-ordered limit spaces are Cartesian closed.

Key words: L-ordered Kent convergence space; L-ordered limit space; reflective subcategory; topological category; cartesian closed

---

基金项目:国家自然科学基金(11201437);山东省自然科学基金(ZR2011AQ010);高等学校博士学科点专项科研基金(20110132120014);中央高校基本科研业务费(201213010)
作者简介:王凯(1988—),男,硕士研究生;方进明(1961—),男,教授。

1 引言[1-7]

从范畴论的观点，为了克服拓扑空间范畴的非笛卡尔闭性，拓扑学引入了广义收敛空间的概念，并建立了广义收敛空间范畴（记作 GConv）. GConv 是笛卡尔闭的，且它不仅把拓扑空间范畴（记作 Top）作为子范畴，还将 Kent 收敛空间、极限空间、Choquet 收敛空间、预拓扑空间等空间范畴（分别记作 KConv，Lim，PsTop 和 PrTop）作为子范畴. 而且 GConv $\supseteq$ KConv $\supseteq$ Lim $\supseteq$ PsTop $\supseteq$ PrTop $\supseteq$ Top 构成所谓的反射链. 这些包括 Top 在内的各种空间范畴构成了经典收敛理论的主要部分.

受模糊集理论的影响，格值收敛理论有许多重要的进展（可以参见文献[1]，[4]，[5-7]）. 其中比较而言，文献[5-7]提出的格值收敛结构更加强调逻辑值格上的逻辑结构的介入，也更加强调格值收敛结构与基于逻辑结构的格值幂集上多值包含关系的相容性. 正是基于这种思想，本文第二作者和李令强分别在文献[5-6]和[7]中提出了格序收敛空间（L-ordered convergence spaces）和预拓扑的格序收敛空间的概念. 但和经典的收敛理论比较，格序 Kent 收敛空间和格序极限空间的概念及主要性质有待提出和发现. 本文的目的就是回答上述有待探索的问题. 具体地，我们以格序滤子为工具，提出了格序 Kent 收敛空间和格序极限空间的概念，建立了对应的空间范畴. 研究结果表明本文的空间范畴和文献[5-7]中已有的范畴恰好构成反射链. 特别地，当 L 是完备 Heyting 代数时，格序 Kent 收敛空间范畴与格序极限空间范畴是笛卡尔闭的.

2 预备

一般地，本文用 L 记完备剩余格[2]，$\otimes$代表张量积，$\rightarrow$记为$\otimes$对应的蕴含运算. 关于完备剩余格有下列结论.

引理 2.1[2] 设 L 是完备剩余格. 对于任意 $a,b,c,d\in L$，$\{a_i\mid i\in I\}$ 下列条件成立：

(1) $a\otimes b\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant(b\rightarrow c)\Leftrightarrow b\leqslant(a\rightarrow c)$；

(2) $a\rightarrow(b\rightarrow c)=b\rightarrow(a\rightarrow c)=(a\otimes b)\rightarrow c$；

(3) $(a\rightarrow b)\otimes(b\rightarrow c)\leqslant(a\otimes c)\rightarrow(b\otimes d)$，$(a\rightarrow b)\wedge(b\rightarrow c)\leqslant(a\wedge c)\rightarrow(b\wedge d)$；

(4) $a\rightarrow(\bigwedge_{i\in I}a_i)=\bigwedge_{i\in I}(a\rightarrow a_i)$，$(\bigvee_{i\in I}a_i)\rightarrow b=\bigwedge_{i\in I}(a_i\rightarrow b)$.

对于集合 X，X 上的 L-子集全体记为 L^X，L^X 关于 L 在 L^X 的点态扩张运算构成完备剩余格. L^X 上又可引入 L-包含关系 $S(-,-):L^X\times L^X\rightarrow L$ 其意义为 $S(U,V)=\bigwedge_{i\in I}(U(x)\rightarrow V(x))$ $(U,V\in L^X)$，值 $S(U,V)$ 解释为 U 包含于 V 的程度值. 本文称 L^X 上的 L-子集为 X 上的 L-集族，常记作 $\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C}\cdots$. X 上的 L-集族 $\mathcal{A}$ 称作非空的是指 $\bigvee_{D\in L^X}\mathcal{A}(D)=1$，称作有限的是指 Supp $\mathcal{A}$ 为有限集族. X 上的 L-集族全体记作$[L^X,L]$，其上可以定义 $S_{L^X}:[L^X,L]\times[L^X,L]\rightarrow L$，其意义为 $S_{L^X}(\mathcal{A},\mathcal{B})=\bigwedge_{D\in L^X}(\mathcal{A}(D)\rightarrow\mathcal{B}(D))$（其中 $\mathcal{A},\mathcal{B}\in[L^X,L]$）. 利用[6]中例子 2.2 知，对每个 L-子集族 $\mathcal{R}:L^X\rightarrow L$ 关于 $S(-,-)$ 的 $\inf\mathcal{R}$ 存在，具体为 $\inf\mathcal{R}=\bigwedge_{D\in L^X}(\mathcal{R}(D)\rightarrow D)$. 由引理 2.1，易证下面引理 2.2 成立.

引理 2.2 设 X 为集合，映射 $P(-):L^X\rightarrow L$. 若 $P(-)=S(A,-)$，则 $P(-)$ 保任意交（即，对 L-子集族 $\mathcal{R}:L^X\rightarrow L$，有 $P(\inf\mathcal{R})=S_{L^X}(\mathcal{R},P(-))$ 成立.

定义 2.3[5] 设 X 为非空集合. 若映射 $F:L^X\to L$ 满足条件:(F0) $F(0_X)=0$;(OF2) 对 X 上的任意有限集族 $R:L^X\to L$, 有 $S_{L^X}(R,F)=F(\inf R)$ 成立;则称 F 为格序滤子.

X 上的全体格序滤子记为 $OF_L(X)$, 全体格序滤子族记为 $[OF_L(X),L]$, 其上可以定义 L-包含关系 $S_F(A,B)=\bigwedge_{F\in OF_L(X)}(A(F)\to B(F))$ (其中 $A,B\in[OF_L(X),L]$). 同上, 对于每个非空滤子族 $A:OF_L(X)\to L$ 关于 S_{L^X} 的 $\inf A$ 存在, 具体为 $\inf A=\bigwedge_{F\in OF_L(X)}(A(F)\to F)$. 对任意指定的 $F,G\in OF_L(X)$ 和满足 $\alpha\vee\beta=1$ 的 L 中元 α,β, 构造 L-滤子族 $A:OF_L(X)\to L$ 使得 $A=\frac{\alpha}{F}+\frac{\beta}{G}$. 本文记 $D(F,G)=\left\{\frac{\alpha}{F}+\frac{\beta}{G}\mid\alpha,\beta\in L,\alpha\vee\beta=1\right\}$, $D_1(F,[x])=\left\{\frac{1}{F}+\frac{\alpha}{[x]}\mid\alpha\in L\right\}$.

定义 2.4[5,6] (1) 设 X 为非空集合. 若映射 $\lim:OF_L(X)\to L^X$ 满足条件:

(L1) $\forall x\in X,\lim[x](x)=1$; (OL2) $\forall F,G\in OF_L(X),S_{L_x}(F,G)\leqslant S(\lim F,\lim G)$;

(2) 若格序收敛结构 $\lim$ 满足条件: (LP) $\lim F(x)=\bigwedge_{A\in L^X}U^x(A)\to F(A)$, 其中 $U^x(A)=\bigwedge_{F\in OF_L(X)}\lim F(x)\to F(A)$ 是邻域滤子, 则称 $\lim$ 为预拓扑的格序收敛结构, 称偶对 $(X,\lim)$ 为预拓扑的格序收敛空间. X 上的预拓扑的格序收敛结构全体记为 $\lim_P(X)$.

定义 X 上格序收敛结构的序关系如下: $\lim_1\leqslant\lim_2\Leftrightarrow\forall F\in OF_L(X),x\in X,\lim_2F(x)\leqslant\lim_1F(x)$ 易得 $(\lim(X),\leqslant)$ 的最大元与最小元, 分别记作 $\lim^1,\lim^2$, 其意义为: $\forall F\in OF_L(X),x\in X,\lim^1F=1_X,\lim^2F(x)=S_{L^X}([x],F)$. 可得如下结论.

引理 2.5[5] $(\lim(X),\leqslant)$ 为完备格.

定义 2.6 设 $(X,\lim^X)$, $(Y,\lim^Y)$ 是格序收敛空间, $f:X\to Y$ 是映射. 如果 f 满足: $\forall F\in OF_L(X),x\in X,\lim^XF(x)\leqslant\lim^Yf^\to(F)(f(x))$, 则称 f 是连续的.

格序收敛空间与预拓扑的格序收敛空间及相应的连续映射构成的范畴分别记为 L-OCS, L-OPrTop. 用引理 2.1 和引理 2.2 易证下面引理 2.7 成立.

引理 2.7 设 $(X,\lim)$ 是格序收敛空间. 则 $(X,\lim)$ 为预拓扑的格序收敛空间的充要条件为它保任意交(即 $\lim_x\inf A=S_{L^X}(A,\lim_x)$, 其中 $x\in X$, A 为非空滤子族.

引理 2.8[5] 格序收敛空间范畴是拓扑范畴, 且当 L 是完备 Heyting 代数时为笛卡尔闭的.

3 格序 Kent 收敛空间和格序极限空间的概念与主要性质

本节在文献[5-7]提出的格序收敛空间的基础上, 提出了格序 Kent 收敛空间和格序极限空间的概念, 并研究了其对应的空间范畴的反射关系.

定义 3.1 (1) 格序收敛空间 $(X,\lim)$ 称为格序 Kent 收敛空间, 如果满足下列条件:

(OL3w) $\forall F\in OF_L(X),x\in X,A\in D_1(F,[X]),\lim_x\inf A=S_F(A,\lim_x)$

(2) 格序收敛空间 $(X,\lim)$ 称为格序极限空间, 如果满足下列条件:

(OL3) $\forall F,G\in OF_L(X),x\in X,A\in D(F,G),\lim_x\inf A=S_F(A,\lim_x)$. X 上的格序 Kent 收敛结构全体记为 $(X,\lim_K(X))$, X 上的格序极限结构全体记为 $(X,\lim_L(X))$.

例 3.2 (1) 设 X 为非空集. 定义 X 上的格序 Kent 收敛结构具体为 $\lim F(x)=S_{L_X}([x],F)$ 易证 $\lim$ 满足 (L1), (OL2). 利用引理 2.2 容易验证 (OL3w), (OL3) 成立.

(2)(文献[5]中例子 4.9) 设 $X=\{x,y\}$, 链 $L=\{0,a,1\}$. 我们定义 X 上的结构如下:

$\forall F\in OF_L(X)$，$x\in X$，若 $F\geqslant[x]$，$\lim F(x)=1$，否则 $\lim F(x)=0$，易证$(X,\lim)$. 为满层 L-Kent 收敛空间，但它不是定义 3.1(1) 意义下的格序 Kent 收敛空间. 因此，本文提出的格序 Kent 收敛空间与此前文[4]提出的满层 L-Kent 收敛空间不同.

格序 Kent 收敛空间范畴与格序极限空间范畴作为格序收敛空间范畴的满子范畴分别记为 L-OKCS，L-Olim. 利用文献[5]中引理 5.4 的思想易得下面定理 3.3 成立.

定理 3.3 (1)L-OKCS 为 L-OCS 的同构闭的满子范畴；(2)L-Olim 为 L-OKCS 的同构闭的满子范畴；(3)L-OPrTop 为 L-Olim 的同构闭的满子范畴.

由引理 2.5 知，偏序集$(\lim(X),\leqslant)$是为完备格，其上的序关系在 X 上格序 Kent 收敛结构的限制作为格序 Kent 收敛结构的序关系，易知，全体 X 上格序 Kent 收敛结构$(\lim_K(X),\leqslant)$构成偏序集. 同理可得相应的格序极限结构全体$(\lim_L(X),\leqslant)$和预拓扑的格序收敛结构全体$(\lim_P(X),\leqslant)$上的序关系且都构成偏序集，从而有下面引理 3.4.

引理 3.4 $(\lim_K(X),\leqslant)$，$(\lim_L(X),\leqslant)$和$(\lim_P(X),\leqslant)$都是完备格.

由引理 2.1，定义 2.4 和定义 3.1 易证下面引理 3.5 成立.

引理 3.5 设$(X,\lim^X)$是一个格序 Kent 收敛空间(相应地，格序极限空间，预拓扑的格序收敛空间)，$f:Y\to X$ 为映射. 若映射 $f^{\leftarrow}(\lim^X):OF_L(X)\to L^Y$ 如下 $\forall F\in OF_L(X)$，$x\in X$，$f^{\leftarrow}(\lim^X)F(y)=\lim^X f^{\Rightarrow}(F)(f(y))$，那么 $f^{\leftarrow}(\lim^X)$是一个格序 Kent 收敛结构(相应地，格序极限结构，预拓扑的格序收敛结构).

由上面的两个引理 3.4 和引理 3.5，可得如下主要结论.

定理 3.6 (1)L-OKCS 不仅是 L-OCS 的反射子范畴，还是 L-OCS 的余反射子范畴；

(2)L-Olim 是 L-OKCS 的反射子范畴；

(3)L-OPrTop 是 L-Olim 的反射子范畴.

证明：(1)(i)证明 L-OKCS 是 L-OCS 的余反射子范畴. 设$(X,\lim)$是格序收敛空间，$(Y,\lim^Y)$是格序 Kent 收敛空间. 定义映射 $\lim^*:OF_L(X)\to L^X$ 为 $\lim^*F(x)=\lim_x\inf A=\lim(F\wedge[x])(x)$，其中 $A=\frac{1}{F}+\frac{1}{[x]}$首先证明$(X,\lim^*)$是格序 Kent 收敛空间. 需验证：(L1)$\lim^*[x](x)=\lim[x](x)=1$.

(OL2) $\forall F,G\in OF_L(X)$，$x\in X$，利用定义 2.4 可得下面推理成立：$\lim^*F(x)\to\lim^*G(x)=\lim(F\wedge[x])(x))\to\lim(G\wedge[x])(x)\geqslant\lim F(x)\to\lim G(x)\geqslant S_{L^X}(F,G)$.

(oL3w) $\forall B\in D_1(F,[x])$易证 $\inf B\wedge[x]=F\wedge[x]$成立，从而 $\lim^*\inf B(x)=\lim_x(\inf B\wedge[x])=\lim_x(F\wedge[x])=S_F(B,\lim_x)$成立.

其次，由 lim 保序知，$\lim^*F(x)=\lim(F\wedge[x])(x)\leqslant\lim F(x)$，即，$id_X:(X,\lim^*)\to(X,\lim)$为格序收敛空间范畴中的态射. 当 $f:(Y,\lim^Y)\to(X,\lim)$为连续时，$f:(Y,\lim^Y)\to(X,\lim^*)$必连续. 这是因 $\lim^*f^{\Rightarrow}(F)(f(x))=\lim(f^{\Rightarrow}(F)\wedge[f(x)])(f(x))=\lim f^{\Rightarrow}(F\wedge[x])(f(x))\geqslant\lim^Y(F\wedge[x])(x)=\lim^YF(x)$.

(ii)证明 L-OKCS 是 L-OCS 的反射子范畴. 设 $\lim_0$ 为 X 上的格序收敛结构，用 $E_{\lim}$ 记使得 $\lim\leqslant\lim_0$ 成立的全体格序 Kent 收敛结构 lim. 定义映射 $\lim_*$ 为 $\forall F\in OF_L(X)$，$x\in X$，$\lim_*F(x)=\bigwedge_{\lim\in E_{\lim_0}}\lim F(x)$. 由引理 2.4 可知，$\lim_*$ 为格序 Kent 收敛结构. 由 $\lim_*$ 定义知，$\lim_0F$

$(x)\leqslant \lim_{*} F(x)$成立,即,$id_X:(X,\lim_0)\to(X,\lim_{*})$连续.设$(Y,\lim^Y)$为格序 Kent 收敛空间.若$f:(X,\lim_0)\to(Y,\lim^Y)$连续,则$f^{\leftarrow}(\lim^Y)F(x)=\lim^Y f(F)(f(x))\geqslant \lim_0 F(x)$.由引理 2.5 可得$f^{\leftarrow}(\lim^Y)$为格序 Kent 收敛结构,从而可知$f^{\leftarrow}(\lim^Y)\in E_1\mathrm{im}_0$.又因$\lim_{*} F(x)\leqslant f^{\leftarrow}(\lim^Y) F(x)$成立,所以$f:(X,\lim_{*})\to(Y,\lim^Y)$连续.通过上述证明知,$(X,\lim_{*})$是$(X,\lim_0)$的反射对象.利用(ii)的方法类似可证(2)和(3).

通过定理 3.6,我们认识到本文建立的若干收敛空间范畴与已知格序的空间范畴也如经典的收敛空间范畴一样构成相应的反射链($L\text{-OCS}\overset{r.c.}{\supseteq}L\text{-OKCS}\overset{r.}{\supseteq}L\text{-Olim}\overset{r.}{\supseteq}L\text{-OPrTOP}$),并且利用引理 2.8 可得如下结论.

推论 3.7 L-OKCS(相应地,L-Olim,L-OPrTop)为拓扑范畴.

4 格序 Kent 收敛空间和格序极限空间的笛卡尔闭性

本节总假设 L 是完备 Heyting 代数,思路是利用引理 2.8,证明格序 Kent 收敛空间范畴与格序极限空间范畴的笛卡尔闭性.首先我们引入下面两个引理.

引理 4.1[3] 设范畴 **C** 是笛卡尔闭的,范畴 **D** 是范畴 **C** 子范畴.若 **D** 在 **C** 中反射且反射函子保持有限积,那么 **D** 对 **C** 中有限乘积和幂对象封闭,即 **D** 为笛卡尔闭的.

引理 4.2[5] 设 X,Y 为非空集,$\lim_1,\lim_2\in\lim_K(X)$,$\lim_3,\lim_4\in\lim_K(Y)$,若 $\lim_1\leqslant\lim_2$,$\lim_3\leqslant\lim_4$ 成立,则 $\lim_1\times\lim_3\leqslant\lim_2\times\lim_4$.

应用引理 4.1,引理 4.2 可以证明下面定理.

定理 4.3 L-OKCS(相应地,L-Olim)为笛卡尔闭的.

证明:首先,利用引理 2.8 得,格序收敛空间范畴是拓扑范畴且为笛卡尔闭的;由定理 3.3,格序 Kent 收敛空间范畴为格序收敛空间范畴的同构闭的满子范畴;并且利用定理 3.6,格序 Kent 收敛空间范畴为格序收敛空间范畴的反射子范畴.为证格序 Kent 收敛空间范畴为笛卡尔闭的,利用引理 4.1 的结论,只需证明格序 Kent 收敛空间范畴的反射子保有限乘积,即,我们只需验证$(\lim^X\times\lim^Y)_{*}=\lim^X_{*}\times\lim^Y_{*}$成立,其中$(X,\lim^Y_{*})$(相应地,$(Y,\lim^Y_{*})$)为格序收敛空间$(X,\lim^X)$(相应地,$(Y,\lim^Y_{*})$)的反射对象.运用文献[5]中定理 5.5 的方法和引理 4.2,可以证明$(\lim^X\times\lim^Y)_{*}=\lim^X_{*}\times\lim^Y_{*}$)成立.综上可知,格序 Kent 收敛空间范畴为笛卡尔闭的.

类似可证格序极限空间范畴也为笛卡尔闭的.

参考文献

[1] LOWEN R. Convergence in fuzzy topological space[J]. General Topology and Application, 1979,10:147-160.

[2] 方进明,剩余格与模糊集[M].北京:科学出版社,2012.

[3] ADÁMEK J, HERRLICH H, STRECKER G E. Abstract and Concrete Categories[M]. New York: Wiley, 1990.

[4] JÄGER G. A category of L-fuzzy convergence spaces[J]. Quaestiones Math, 2001, 24: 501-518.

[5] FANG J M. Stratified L-ordered convergence structures[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161: 2130-2149.

[6] FANG J M. Relationship between L-ordered convergence structures and strong L-topologies [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161: 2923-2944.

[7] LI L, JIN Q. On adjunctions between Lim, SL-Top and SL-Lim[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2011, 182: 66-78.

L-偏序集上相容 L-子集的表现定理

李友燕,方进明

(中国海洋大学 数学科学学院,山东 青岛 266100)

摘　要:本文在 L-偏序集上,提出了相容 L-子集,相容 L-集合套及相容强 L-集合套的概念. 以相容 L-集合套和相容强 L-集合套为工具,成功建立了 L-偏序集上相容 L-子集的两个表现定理.

关键词:L-偏序集;相容 L-子集;相容 L-集合套;相容强 L-集合套;表现定理

中图分类号:O159　　　　**文献标志码**:A

Representation Theorem of Compatible L- subsets on an L- poset

LI Youyan, FANG Jinming

(School of Mathematical Sciences, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

Abstract: In this paper, the concepts of compatible L-subsets, compatible L-nested systems and compatible strong L-nested systems are proposed on an L-poset. Then with the tool of compatible L-nested systems and compatible strong L-nested systems, we successfully establish two new representation theorem of L-subsets on an L-poset.

Keywords: L - poset; compatible L - subsets; compatible L - nested systems; compatible strong L-nested systems; representation theorem

1　引言

1983 年,Luo[1] 首先提出了集合套的概念,并且给出了 L-子集的表现定理(其中 $L=[0,$

基金项目:国家自然科学基金(NO. 11201437),山东省自然科学基金(ZR2011AQ010),高等学校博士学科点专项科研基金(20110132120014),中央高校基本科研业务费(201213010)

作者简介:李友燕(1989—),女,硕士研究生,研究方向:格上拓扑与非经典推理;方进明(1961—),男,教授,研究方向:格上拓扑与非经典推理。

1]). 后来,Zhang[2],Shi[3],R. Bělohlávek[4]进一步研究了基于不同形式的集合套的 L-子集表现定理. 值得注意的是,Xiong[5],Fang 和 Han[6]在 L 是完备格的条件下,用不同的工具,给出了 L-子集的表现定理. 这些 L-子集的表现定理有一个公共的特点:论域 X 仅仅是集合,不具有任何其他的数学结构. 但在模糊数学的许多领域,如在格值拓扑学中,论域 X 经常被赋予 L-偏序结构 P. 因此,L-子集表现为 L-偏序集(X,P)到 L 的映射,这里 L 一般是完备剩余格.

一般地,L-子集的表现定理是模糊集理论中核心内容之一. 但我们发现定义在 L-偏序集上的 L-子集表现定理有待研究和明确. 方进明在著作[8]中,给出了定义在 L-近似论域上相容 L-子集的表现定理. 受此思想的影响和启发,本文提出了 L-偏序集上相容 L-子集,相容 L-集合套及相容强 L-集合套的概念,借助于文[8]中的表现定理,成功建立了 L-偏序集上相容 L-子集的两个表现定理.

2 预备

本文不区分 X 的子集及对应的特征函数,并且总假设 L 是完备剩余格,$\otimes$代表 L 上的张量积,$\rightarrow$记为$\otimes$对应的蕴含运算. X 上所有 L-子集记作 L^X,对任意的 $a\in L, A\in L^X$,A 的 a-截集记作 $A_a=\{x\in X|A(x)\geqslant a\}$,$A$ 的 a-强截集记作 $A^{(a)}=\{x\in X|A(x)\not\leqslant a\}$.

定义 2.1[7] 设 X 为非空集合,$P:X\times X\rightarrow L$ 为映射. 若 P 满足:

$P(x,x)=1, P(x,y)=P(y,x)=1\Rightarrow x=y, P(x,y)\otimes P(y,z)\leqslant P(x,z)$,

则称 P 为 L-偏序关系,序对(X,P)称作 L-偏序集. P 作为 X 上的 L-偏序关系,其诱导出 X 上的偏序"$\leqslant_P$"意义如下:对任意 $x,y\in X, x\leqslant_P y$ 当且仅当 $P(x,y)=1$.

定义 2.2[8] 设 $H:L\rightarrow P(X)$是映射,X 是非空集. 若 H 满足:

(LH1)对 $a,b\in L,(a\leqslant b)\Rightarrow(H(b)\subseteq H(a))$成立;

(LH2)对 $x\in X$,L 的子集$\{a\in L|x\in H(a)\}$非空且总有最大元,则称 H 是 X 上的 L-集合套. X 上 L-集合套的全体记作 $H_L(X)$.

定义 2.3[8] 设 $G:L\rightarrow P(X)$是映射. 若 G 满足:

(LG1)对 $a,b\in L,(a\leqslant b)\Rightarrow(G(b)\subseteq G(a))$成立;

(LG2)对 $x\in X$,L 的子集$\{a\in L|x\notin G(a)\}$非空且总有最小元,则称 G 是 X 上的强 L-集合套. X 上强 L-集合套的全体记作 $G_L(X)$.

定理 2.4[8] 若定义 $C:H_L(X)\rightarrow L^X$ 如下:对 $H\in H_L(X)$, $C(H):=\bigvee_{a\in L}(a\wedge H(a))$则对每个 $b\in L, C(H)_b=H(b)$.

定理 2.5[8] 若定义 $K:G_L(X)\rightarrow L^X$ 如下:对 $G\in G_L(X)$, $K(G):=\bigwedge_{a\in L}(a\vee G(a))$则对每个 $b\in L, K(G)^{(b)}=G(b)$.

定理 2.6[8] 设 X 是非空集. 则对每个 L-子集 A, $A=\bigwedge_{a\in L}(\mathrm{a}\vee A_{\mathrm{a}})=\bigvee_{a\in L}(\mathrm{a}\vee A^{(\mathrm{a})})$ 成立.

3 基于相容 L-集合套的相容 L-子集表现定理

在本节中,我们引入相容 L-子集,相容 L-集合套的定义,给出了相容 L-集合套的例子,

然后,提出了基于相容 L-集合套的相容 L-子集表现定理.

定义 3.1 设(X,P)是 L-偏序集,$A\in L^X$. 若 A 满足:对任意 $x,y\in X$,$A(x)\otimes P(x,y)\leqslant A(y)$,则称 A 是 X 上关于 P 相容的 L-子集,记全体如上 A 为 $L^{(X,P)}$.

定义 $L(X,P)$上的偏序"$\leqslant_{L^X}$"为:$\forall A,B\in L(X,P)$,$A\leqslant_{L^X}B\Leftrightarrow\forall x\in X,A(x)\leqslant B(x)$.

定义 3.2 设(X,P)是 L-偏序集,$H:L\to P(X)$是 L-集合套. 若 H 满足:

$$\forall x,y\in X,\forall a\in L,(x\in H(a))\Rightarrow(y\in H(a\otimes P(x,y))),$$

则称 H 关于 P 是相容的,记全体关于 P 相容的 L-集合套为 $H_L(X,P)$.

下面给出一个相容 L-集合套的例子.

例 3.3 设 $A\in L^{(X,P)}$,定义映射 $H_A:L\to P(X)$使得对 $a\in L$,$H_A(a)=A_a$. 则 $H_A:L\to P(X)$是一个相容 L-集合套的典型例子,常称其为相容 L-子集 A 诱导的相容 L-集合套. 事实上,易证 H_A 是一个 L-集合套[8]. 又由于 $A\in L^{(X,P)}$,故 H_A 满足:对任意 $x,y\in X,a\in L$,$(x\in H_A(a))\Rightarrow(y\in H_A(a\otimes P(x,y))$成立.

定义 $H_L(X,P)$上的偏序"$\leqslant_H$"为:$\forall H,G\in H_L(X,P)$,$H\leqslant_H G\Leftrightarrow\forall a\in L,H(a)\subseteq G(a)$则 $H_L(X,P)$有最小元 $\underline{H}:L\to P(X)$,其定义为:当 $a=0$ 时,$\underline{H}(a)=X$;当 $a\neq 0$ 时,$\underline{H}(a)=\varnothing$. 最大元 $\overline{H}$ 定义为:$\forall a\in L,\overline{H}(a)=X$.

设$\{H_t\}_{t\in T}\subseteq H_L(X,P)$,这时$\{H_t\}_{t\in T}$关于"$\leqslant_H$"的上、下确界为:

$$(\wedge_{t\in T}H_t)(a)=\cap_{t\in T}H_t(a),(\vee_{t\in T}H_t)=\wedge\{H\in H_L(X)\mid\forall t\in T,H_t\leqslant_H H\}$$

因此,我们有如下命题.

命题 3.4 若(X,P)是 L-偏序集,则$(L^{(X,P)},\leqslant_{L^X})$,$(H_L(X,P),\leqslant_H)$为完备格.

引理 3.5 设(X,P)是 L-偏序集,$H\in H_L(X)$. 则 H 关于 P 是相容的当且仅当 $C(H)$关于 P 是相容的.

证明:首先我们证明必要性. 设 H 关于 P 是相容的. 利用$\otimes$关于$\vee$的分配性可知,对任意 $x,y\in X$,下列不等式成立:

$$\begin{aligned}C(H)(x)\otimes P(x,y)&=\vee_{a\in L}(a\wedge H(a))(x)\otimes P(x,y)=\vee\{a\in L|x\in H(a)\}\otimes P(x,y)\\&=\vee\{a\otimes P(x,y)|x\in H(a)\}\leqslant\vee\{a\otimes P(x,y)|y\in H(a\otimes P(x,y))\}\leqslant\\&\quad\vee\{b\in L|y\in H(b)\}=\vee(b\wedge H(b))(y)=C(H)(y).\end{aligned}$$

其次是验证充分性. 设 $C(H)$关于 P 是相容的. 为证充分性,任取 $x,y\in X$. 当 $x\in H(a)$时,$C(H)(x)=\vee\{b\in L|x\in H(b)\}\geqslant a$ 从而借助于 $C(H)$相容知,$a\otimes P(x,y)\leqslant C(H)(x)\otimes P(x,y)\leqslant C(H)(y)$成立,即,$y\in C(H)_{a\otimes P(x,y)}=H(a\otimes P(x,y))$.

接下来,定理 3.6 是本节的主要结果,证明了基于相容 L-集合套的相容 L-子集表现定理.

定理 3.6 设(X,P)是 L-偏序集. 则 $H_L(X,P)$与 $L^{(X,P)}$格同构,即:

$$(H_L(X,P),\wedge,\vee)\cong(L^{(X,P)},\wedge,\vee)$$

证明:定义 $C:H_L(X,P)\to L^{(X,P)}$使得对任意 $H\in H_L(X,P)$,$C(H)=\vee_{a\in L}a\wedge H(a)$利用引理 3.5 可知,$C$ 的确是 $H_L(X,P)$到 $L^{(X,P)}$的映射. 为证 $H_L(X,P)$与 $L^{(X,P)}$格同构,只需验证 C 为满的序嵌入. 首先验证,C 为满射.

对任意 $A\in L^{(X,P)}$,利用例 3.3 知,$H_A\in H_L(X,P)$. 由定理 2.6 知,$C(H_A)=A$. 故 C 为

满射.

其次,证明映射 C 为序嵌入.

(1)设 $H,G\in H_L(X,P)$,满足 $H\leqslant_H G$. 则对任意 $a\in L, H(a)\subseteq G(a)$. 由对任意 $x\in X$,下面式子成立:$C(H)(x)=\bigvee\{a\in L\mid x\in H(a)\}\leqslant\bigvee\{b\in L\mid x\in G(b)\}=C(G)(x)$. 从而,$C(H)\leqslant_{L^X}C(G)$.

(2)设 $H,G\in H_L(X,P)$, $C(H)\leqslant_{L^X}C(G)$. 则对任意的 $x\in X$, $C(H)(x)\leqslant C(G)(x)$,等价地,$\bigvee\{a\in L\mid x\in H(a)\}\leqslant\bigvee\{b\in L\mid x\in G(b)\}$. 从而,对任意 $c\in L$,当 $x\in H(c)$ 时,则 $c\leqslant\bigvee\{a\in L\mid x\in H(a)\}\leqslant\bigvee\{b\in L\mid x\in G(b)\}$. 利用 G 为 L-集合套知,$\{b\in L\mid x\in G(b)\}$ 有最大元 t,满足 $c\leqslant t$. 从而 $x\in G(t)\subseteq G(c)$. 因此,由 x 的任意性知,$H\leqslant_H G$.

综上可知,$H_L(X,P)$ 与 $L(X,P)$ 格同构.

4 基于相容强 L-集合套的相容 L-子集表现定理

本节首先定义了相容强 L-集合套,然后给出了相应的例子,最后,作为本节的主要内容,我们提出了基于相容强 L-集合套的相容 L-子集表现定理.

定义 4.1 设 (X,P) 是 L-偏序集,$G:L\to P(X)$ 是强 L-集合套. 若 G 满足:$\forall x,y\in X$, $(x\notin G(a))\Rightarrow(y\notin G(P(y,x)\to a))(\forall a\in L)$,则称 G 关于 P 是相容的. 记全体相容强 L-集合套为 $G_L(X,P)$.

定义 $G_L(X,P)$ 上的偏序"$\leqslant_G$"为 $\forall H,G\in G_L(X,P)$, $H\leqslant_G G\Leftrightarrow\forall a\in L, H(a)\subseteq G(a)$,而且可以证明$(G_L(X,P),\leqslant_G)$是完备格.

下面给出相容强 L-集合套的例子.

例 4.2 设 $A\in L^{(X,P)}$, G_A 是 A 的诱导相容强 L-集合套,即 $a\in L$ 时,$G_A(a)=A(a)$,则可以验证 $G_A:L\to P(X)$ 是相容强 L-集合套.

为了得到基于相容强 L-集合套的相容 L-子集表现定理,先给出以下预备引理.

引理 4.3 设(X,P)是 L-偏序集,$G\in G_L(X)$. 则 G 关于 P 是相容的当且仅当 $K(G)$ 关于 P 是相容的.

证明:(必要性)设 $K(G)$ 关于 P 相容. 借助定理 2.5 知,任取 $x,y\in X$,下列不等式成立.

$$\begin{aligned}P(x,y)\to K(G)(y)&=P(x,y)\to\bigwedge_{a\in L}(a\vee G(a))(y)=P(x,y)\to\bigwedge\{a\in L\mid y\notin G(a)\}\\&=\bigwedge\{P(x,y)\to a\mid y\notin G(a)\}\geqslant\bigwedge\{P(x,y)\to a\mid x\notin G(P(x,y)\to a)\}\geqslant\\&\quad\bigwedge\{b\in L\mid x\notin G(b)\}=\bigwedge(b\vee G(b))(x)=K(G)(x),\end{aligned}$$

即,$K(G)(x)\otimes P(x,y)\leqslant K(G)(y)$,故 $K(G)$ 关于 P 相容.

(充分性)设 $x,y\in X$. 当 $x\notin G(a)$ 时,有 $K(G)(x)=\bigwedge_{a\in L}(a\vee G(a))(x)=\bigwedge\{a\in L\mid x\notin G(a)\}\leqslant a$,从而,利用 $K(G)$ 关于 P 相容性可知,$K(G)(y)\leqslant P(y,x)\to K(G)(x)\leqslant P(y,x)\to a$. 故 $y\notin K(G)^{(P(y,x)\to a)}$.

最后,按照定理 3.6 的证明思想,再结合例 4.2,引理 4.3,可以证明本文的另一主要结论,即,基于相容强 L-集合套的相容 L-子集表现定理.

定理 4.4 设 X 是非空集. 则 $G_L(X,P)$ 与 $L^{(X,P)}$ 格同构,即:

$$(G_L(X,P),\wedge,\vee)\cong(L^{(X,P)},\wedge,\vee)$$

5 结论

满足若干条件的水平信息系统的表现形式是 L-集合套. 表现定理是运用承载了水平信息的 L-集合套来界定 L-子集的主要方法. 本文给出了基于相容 L-集合套和相容强 L-集合套的相容 L-子集表现定理. 因此,我们预计本文得到的表现定理将会成为借助相容 L-集合套和相容强 L-集合套来界定相容 L-子集的主要方法.

参考文献

[1] LUO C Z. Fuzzy sets and nested systems[J],Fuzzy Mathematics,1983,3(4):113-126.

[2] 张文修.模糊数学基础[M].西安交通大学出版社,1984.

[3] SHI F G. Theory of $L\alpha$-nested sets and L_β-nested sets and applications[J]. Fuzzy Systems and Mathematics,1995,9(4):65-72.

[4] BĚLOHLÁVEK R. Fuzzy relational systems:foundatons and principal[M]. Kluwer Academic Plenum Publishers,2002.

[5] XIONG F L. The representation theorems on complete lattice and their application[J]. Periodical of Ocean University of Qingdao,1998,28(2):339-344.

[6] FANG J M, HAN Y L. A new represention theorem of L-sets[J]. Perodical of Ocean University of China,2008,38(6):1025-1028.

[7] FANG J M. Relationships between L-ordered convergence structures and strong L-topologies [J]. Fuzzy Sets and Systems,2010,161:2923-2944.

[8] 方进明.剩余格与模糊集[M].北京:科学出版社,2012.