SHUILIXUE XITIJI JI JIETI ZHIDAO

水力学习题集及解题指导

主　编　谷　欣
副主编　韩　梅　谭志伟　丁　晖

黄河水利出版社

水力学习题集及解题指导

主　编　谷　欣
副主编　韩　梅　谭志伟　丁　晖

黄河水利出版社
·郑州·

内 容 提 要

本书是高等院校各相关专业水力学、流体力学的学习指导、习题解析及考研辅导参考书。全书共十四章，内容包括绪论，水静力学，水动力学基本原理，液流形态与水头损失，有压恒定流，明渠均匀流，明渠恒定非均匀流，水跃，堰流与闸孔出流，泄水建筑物下游的水流衔接与消能，渗流，液体运动的流场理论，恒定平面势流，相似原理与量纲分析。

本书各章内容按理论概要、典型例题、习题三大模块编写，题目具有典型性、代表性。

本书可作为各高等院校本科、专科学生和报考硕士学位研究生的学习参考书及复习指导书，也可作为研究生、自学者、教师和科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

水力学习题集及解题指导/谷欣主编．—郑州：黄河水利出版社，2012.8

ISBN 978-7-5509-0317-3

Ⅰ.①水… Ⅱ.①谷… Ⅲ.①水力学-高等学校-题解 Ⅳ.①TV13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 183036 号

策划编辑：李洪良 电话：0371-66024331 邮箱：hongliang0013@163.com

出 版 社：黄河水利出版社 网址：www.yrcp.com

地址：河南省郑州市顺河路黄委会综合楼 14 层 邮政编码：450003

发行单位：黄河水利出版社

发行部电话：0371-66026940、66020550、66028024、66022620(传真)

E-mail：hhslcbs@126.com

承印单位：黄河水利委员会印刷厂

开本：787 mm×1 092 mm 1/16

印张：12.5

字数：286 千字 印数：1—1 500

版次：2012 年 8 月第 1 版 印次：2012 年 8 月第 1 次印刷

定价：30.00 元

前 言

《水力学》是高等工科学校各相关专业的一门重要技术基础课,本书是水力学的学习指导参考书,编写本书旨在帮助学生深入思考和理解课程的基本概念、基本原理和基本公式,掌握必要的解题技巧和方法,提高分析问题与解决问题的能力。

本书的编写广泛吸收了国内各类优秀水力学教材和水力学解题指导的精华,力求有所发展和提高。全书共十四章:绪论,水静力学,水动力学基本原理,液流形态与水头损失,有压恒定流,明渠均匀流,明渠恒定非均匀流,水跃,堰流与闸孔出流,泄水建筑物下游的水流衔接与消能,渗流,液体运动的流场理论,恒定平面势流,相似原理与量纲分析。各章分为理论概要、典型例题、习题三大模块,其中习题模块按不同要求分成四类(思考题、判断题、选择题、计算题),基本都附有答案,题目深浅适度,新颖多样。

本书由黑龙江大学谷欣任主编,韩梅、谭志伟、丁晖任副主编。具体编写分工如下:第二章、第五章、第十一章、第十二章、第十三章由谷欣编写,第一章、第六章、第七章、第九章由韩梅编写,绪论、第三章、第八章、第十章由谭志伟编写,第四章由丁晖编写。

本书可作为各高等院校本科、专科学生和报考硕士学位研究生读者的学习参考书及复习指导书,也可作为研究生、自学者、教师和科技工作者的参考书。

鉴于编者水平有限,书中疏漏和瑕疵在所难免,恳请读者批评和指正。

编 者

2012 年 7 月

目　录

绪　论

◇理论概要

一、水力学的任务和内容

水力学的任务是研究以水为代表的液体的平衡和运动规律,以及应用这些规律解决生产实际问题。

水力学的内容可概括为水静力学和水动力学两大部分,其中有水静力学、水动力学基本原理及水流阻力与水头损失等基本理论,管流、明渠、堰、闸出流等基本应用和消能、渗流等专门课题。

水力学作为一门技术基础课,应用比较广泛,如在水利施工、水电建筑、农田水利、水利设计、化工机械、房屋建筑等中都有应用。

二、液体的基本特性

液体的基本特性是易于流动性和不可压缩性。

三、液体的主要物理性质

(一)惯性、质量与密度

惯性是液体固有的属性,可用质量来度量,质量越大,惯性也愈大。

密度为单位体积的质量,用 ρ 表示,$\rho=\dfrac{m}{V}$,单位是 kg/m^3。

(二)液体的重力特性

地球对物体的万有引力称为重力,用 G 表示,单位体积的重量称为容重,用 γ 表示,$\gamma=\dfrac{G}{V}=\dfrac{mg}{V}$,单位为 N/m^3。

(三)液体的黏滞性

液体的黏滞性是液体的基本特性,是运动液体产生能量损失的根源,因为运动液体有了黏滞性,就有摩阻力产生,此力用牛顿内摩擦定律来体现,表达式为

$$F=\eta A\frac{du}{dy}$$

或

$$\tau=\eta\frac{du}{dy}$$

式中:F 为液体内摩擦力,N;τ 为单位面积上的内摩擦力,Pa;A 为液体流层间的接触面

积,m^2;$\frac{du}{dy}$为流速梯度,$\frac{1}{s}$;η 为动力黏滞系数,与液体的物理性质有关,Pa · s,不同性质的液体,其 η 值也不同,同一液体,η 值随温度及压强而变化,液体的黏滞性也可以用 η 与 ρ 的比值来表示,即 $\nu=\frac{\eta}{\rho}$,称液体运动黏滞系数,m^2/s。

四、作用于液体上的力——表面力和质量力

表面力是作用于液体的表面,并与受作用的表面面积成正比的力。

表面力又可分为水压力和内摩擦力。

质量力是指通过所研究液体的每一部分质量而作用于液体的,其大小与液体的质量成比例的力。在均质液体中,质量和体积成正比,故质量力又称为体积力。

质量力又可分为重力与惯性力。

五、连续介质

假设液体是由质点组成的毫无间隙的完全充满所占据空间的连续介质。这里"质点"是指能反映液体机械运动的"最小"液体微团。

引进连续介质后,即可将运动液体质点的一切物理量视为时间和坐标的连续函数,充分利用连续函数这一有效的数学工具来研究液体的平衡和运动规律。

理想液体:就是把水看做绝对不可压缩、不能膨胀、没有黏滞性、没有表面张力的连续介质。

六、要求

通过本章学习,应掌握以下知识:

(1)理解水力学的定义和任务,了解液体的基本特征、理想液体和连续介质的概念。

(2)掌握液体的主要物理性质和牛顿内摩擦定律的应用。

(3)了解质量力、表面力的概念。在本章的学习中,还要强调物理单位的重要性。

本章重点:

(1)连续介质和理想液体的概念。

(2)液体的基本特征和液体的主要物理性质,特别是液体的黏滞性和牛顿内摩擦定律及其应用条件。

(3)作用于液体上的两种力。

◇典型例题

【例 0-1】　已知 20 ℃时海水的平均密度 $\rho=1.03\ g/cm^3$,求其容重。

解:

$$\rho=1.03\ g/cm^3=1\ 030\ kg/m^3$$

$$\gamma=\rho g=1\ 030\times9.8=10\ 094\ N/m^3=10.094\ kN/m^3$$

【例 0-2】　已知 20 ℃时水的容重 $\gamma=9.789\ kN/m^3$,$\eta=1.005\times10^{-3}\ N\cdot s/m^2$,求其运动黏滞系数 ν。

解:由 $\gamma=\rho g$ 得

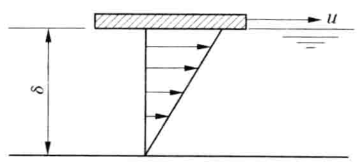
$$\rho=\frac{\gamma}{g}$$

因此 $\nu=\frac{\eta}{\rho}=\frac{\eta}{\gamma/g}=\frac{\eta g}{\gamma}$

代入数值

$$\nu=\frac{1.005\times10^{-6}\times9.8}{9.789}=1.006\times10^{-6}(\mathrm{m^2/s})$$

【例 0-3】 已知:将一面积为 1 $\mathrm{m^2}$ 的平板放入盛水的槽中,若平板在水面上以 $u=1$ m/s的速度沿水平方向运动,平板和槽底之间的距离 $\delta=1$ mm,假设水层内流速按直线分布,如图所示,当水温为 10 ℃时,求平板所受阻力。



例 0-3 图

解:因水层内流速按直线分布,所以

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=\text{常数}$$

$$\delta=\frac{1.0}{0.001}=10^3\left(\frac{1}{\mathrm{s}}\right)$$

又因水温 $t=10$ ℃,查"不同温度下的物理性质数值"表,得 $\eta=1.307\times10^{-3}$ Pa·s,应用牛顿内摩擦定律公式有

$$F=\eta A\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=1.307\times10^{-3}\times10^3\times1.0=1.307(\mathrm{N})$$

◇习　题

思考题

思 0-1　学习水力学课程的目的、任务是什么?

思 0-2　液体的基本特征是什么?

思 0-3　水力学课程的内容包括哪几个大方面,其中每个大方面又都包括几个基本内容?

思 0-4　牛顿对水力学发展所作出的贡献是什么定律?其表达式如何?

思 0-5　什么叫液体的黏滞性?在什么条件下才能表现出来?

思 0-6　为什么说液体的黏滞性是运动液体产生能量损失的根源?

思 0-7　为什么要引用连续介质的概念?它对于研究液体运动规律的意义何在?

思 0-8　理想液体与实际液体的区别是什么?

思 0-9　作用在液体上的力的种类有哪些?

判断题

判 0-1　液体的基本物理特征是:易流动,不易被压缩的连续介质。(对)

判 0-2　液体的黏滞性只有当液层之间存在着相对运动时才显示出来。(对)

判 0-3　黏滞性是液体产生内摩擦力的根源,而相对运动则是液体产生内摩擦力的条件。(对)

判 0-4　牛顿内摩擦定律只适用于流层间剪切力只有黏滞力作用的流动。(对)

判 0-5　当液体作层流运动时,其切应力与剪切变形速度成正比。(对)

判 0-6　在均质液体中,表面力的大小与作用表面的面积成正比,质量力与体积成正比。(对)

计算题

计 0-1　将下列工程单位制表示的量改为国际单位制。

(1)一个大气压下 4 ℃时水的容重 1 000 kgf/m^3。(答案:9 800 N/m^3)

(2)质量为 1 $kgf \cdot s^2/m$ 的物质。(答案:9.8 kg)

(3)0 ℃时水的黏滞系数 $\eta = 182.7 \times 10^{-6}$ $kgf \cdot s/m^3$。(答案:1.79×10^{-3} $Pa \cdot s$)

计 0-2　酒精的容重为 8 000 N/m^3,它的密度是多少?(答案:8.2×10^2 kg/m^3)

计 0-3　已知某液体的体积为 5.0 m^3,密度为 26 500 kg/m^3,求该液体的质量和容重为多少?(答案:132 500 kg,$\gamma = 259.7$ kN/m^3)

计 0-4　已知油的容重 $\gamma = 8.4 \times 10^3$ N/m^3,求油的密度,当油的运动黏滞系数 $\nu = 3.39 \times 10^{-6}$ m^2/s 时,求油的动力黏滞系数。(答案:8.6×10^2 kg/m^3,2.9×10^{-3} $Pa \cdot s$)

计 0-5　有一面积为 0.2 m^2 的平板,在油面以上以速度 $u = 2$ m/s 作水平运动,平板与油槽底(固定)之间的油层厚度 $y = 3$ mm,$\eta = 1.15$ $Pa \cdot s$,油层速度按直线分布,求平板所受阻力。(答案:153.3 N)

计 0-6　已知某水流流速分布函数为 $u = u_m\left(\frac{y}{H}\right)^{\frac{2}{3}}$,式中 H 为水深,u_m 为液面流速,若距壁面距离为 y,试计算 $\frac{y}{H} = 0.25$ 及 0.50 处的流速梯度。(答案:$1.058\frac{u_m}{H}$,$0.84\frac{u_m}{H}$)

计 0-7　水的体积为 5 m^3,当水温不变时,压强从 1 个大气压增加到 5 个大气压,其体积缩小了 0.001 m^3,试求水的压缩系数 β 和弹性系数 K。(答案:5×10^{-5} m^2/N,2×10^5 N/m^2)

计 0-8　水箱中盛有静止液体,试问此时液体所受的单位质量力为多少?(答案:$f = g = 9.8$ m/s^2)

计 0-9　若 $h = \frac{p}{\gamma}$,γ 为液体容重,p 的量纲为 $[L^{-1}MT^{-2}]$,试问 h 的量纲是什么?(答案:$[L]$)

第一章　水静力学

◇理论概要

本章任务:研究处于静止和相对平衡状态下液体的力学规律。

一、静水压强及其特性

静止液体作用在单位面积上的压力称为静水压强,单位为 N/m^2,也称为帕斯卡(Pa)。

静水压强的两个重要特性:①静水压强的方向垂直并指向受压面;②静止液体内任一点沿各方向上静水压强的大小都相等,或者说一点的静水压强仅与该点坐标有关,与受压面的方向无关,表示为 $p=p(x,y,z)$。这两个特性是绘制静水压强分布图和计算平面与曲面上静水总压力的理论基础。

二、液体平衡微分方程及其积分

根据液体的平衡条件,推出液体平衡微分方程式,又称为欧拉液体平衡微分方程式,形式如下

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x}&=\rho X\\ \frac{\partial p}{\partial y}&=\rho Y\\ \frac{\partial p}{\partial z}&=\rho Z\end{aligned}\right\} \tag{1-1}$$

该式的物理意义为:平衡液体中,静水压强沿某一方向的变化率与该方向单位体积上的质量力相等。

进一步可得全微分形式为

$$\mathrm{d}p=\rho(X\mathrm{d}x+Y\mathrm{d}y+Z\mathrm{d}z) \tag{1-2}$$

三、等压面

液体中由压强相等的点所构成的面(平面或曲面)称为等压面,静止液体的自由表面就是等压面。

等压面有两个特性:①等压面就是等势面;②等压面与质量力正交。

四、重力作用下的静水压强基本公式

重力作用下的静水压强基本公式(水静力学基本公式)为

$$p = p_0 + \rho g h \tag{1-3}$$

式中：p_0 为自由表面上的压强；h 为测压点在自由面以下的水深；ρ 为液体的密度。

式(1-3)表明，静止液体内任一点的静水压强由两部分组成：一部分是液体表面压强 p_0，它将等值地传递到液体内每一点；另一部分是高度为 h 的液柱产生的压强 ρgh。该式还表明，静水压强 p 沿水深呈线性分布。对于连通器，水深相同的点组成的面是等压面；当自由表面是水平面时，等压面也是水平面。

五、绝对压强、相对压强及真空度

静水压强有两种表示方法：一是绝对压强 p'，它是以完全没有大气存在的绝对真空为零点计量的压强；二是相对压强 p，它是以当地大气压为零点计量的压强，若当地大气绝对压强为 p_a，则相对压强与绝对压强的关系为

$$p = p' - p_a \tag{1-4}$$

当液面与大气相通，根据相对压强定义，液面压强 $p_0 = 0$，静止液体中某点相对压强为

$$p = \rho g h \tag{1-5}$$

式(1-5)是用相对压强表示的静水压强基本公式，该式也可表示为

$$h = \frac{p}{\rho g} \tag{1-6}$$

即用液柱的高度表示某点的压强，也是用测压管量测某点压强的依据。

当液体中某点的绝对压强小于当地大气压强，该点的相对压强为负值，则称该点存在真空。相对压强负压的绝对值称为真空压强 h_v，即

$$h_v = \frac{p_v}{\rho g} = -\frac{p}{\rho g} = \frac{p_a - p'}{\rho g} \tag{1-7}$$

六、压强单位、水头和单位势能

压强单位有三种：

(1)用应力单位表示，N/m^2(Pa)或 kN/m^2(kPa)；

(2)用大气压的倍数表示，即 $p_a = 98\ kN/m^2$，用 p_a 的倍数表示；

(3)用液柱高度表示，米水柱(mH_2O)或毫米水银柱(mmHg)。它们之间的关系为

$$1\ p_a = 98\ kN/m^2,\quad \frac{1p_a}{\rho_w g} = 10\ mH_2O,\quad \frac{1p_a}{\rho_{Hg} g} = 736\ mmHg$$

重力作用下静水压强基本公式可表示为

$$z + \frac{p}{\rho g} = c \tag{1-8}$$

式中：z 为液体内某点相对于基准面的位置高程。

式(1-8)表明：重力作用下静止液体内任一点的$\left(z + \frac{p}{\rho g}\right)$都相等。$z$ 和$\frac{p}{\rho g}$都是长度量，z 是单位重量液体所具有的位能，$\frac{p}{\rho g}$是单位重量液体具有的压能。

水力学中习惯用“水头”来称呼这些具有能量意义的长度量，即 z 为位置水头，$\frac{p}{\rho g}$为压强水头，$\left(z+\frac{p}{\rho g}\right)$为测压管水头(单位重量液体具有的总势能)。

即：静止液体中各点的测压管水头是常数。它反映了静止液体中的机械能分布。

七、压强的测量和计算

依据静水压强基本公式，可以用测压管、比压计、U 形水银测压计等方法量测液体的压强。

八、静水压强分布图

静水压强分布图可以形象地反映受压平面上的压强分布，并能据此计算矩形平面上的静水总压力。用比例线段表示压强的大小，用垂直受压面的箭头表示静水压强的方向，根据静水压强沿水深呈线性分布，绘出平面上两点的压强并把其端线相连，即可确定平面上静水压强分布，这样绘制的图就是静水压强分布图。

注意：当受压面两侧均有液体作用或者一侧与大气相接触，可以用受压面两侧静水压强分布图进行合成，得到相对压强分布图。在相对压强分布图中，当表示压强方向的箭头背向受压面时，说明它代表受压面两侧合压强的方向；当外侧是大气压强时，说明受压面上的相对压强是负压或存在真空。

九、作用在平面上的静水总压力

(1)对于矩形平面，应用静水压强分布图可以求出作用在平面上静水总压力的大小为

$$F_P = \Omega b \tag{1-9a}$$

式中：Ω 为静水压强分布图的面积；b 为矩形平面的水平宽度。

总压力的方向：静水总压力的方向与压强方向相同，即垂直指向受压面。

总压力的作用点：静水总压力的作用点，又称压力中心，用 D 表示。当压强分布为三角形分布时，压力中心 D 离底部距离为 $e=\frac{1}{3}L$；当压强分布为梯形分布时，压力中心离底部的距离(见图 1-1)为

$$e = \frac{L}{3}\frac{2h_1 + h_2}{h_1 + h_2} \tag{1-9b}$$

式中：L 为矩形平面的长度；h_1 和 h_2 分别为矩形平面上边和底边处的水深。

这样作用在平面上静水总压力的三个要素——大小、方向、作用点都可以确定了。在应用式(1-9b)进行计算时需要注意 h_1 和 h_2 的含义。

(2)解析法求作用在任意形状平面上的静水总压力。任意形状平面上静水总压力的大小等于该平面面积与其形心处静水压强的乘积，即

$$F_P = p_c A = \rho g h_c A \tag{1-10}$$

总压力的作用点(压力中心)D 点的坐标(见图 1-2)为

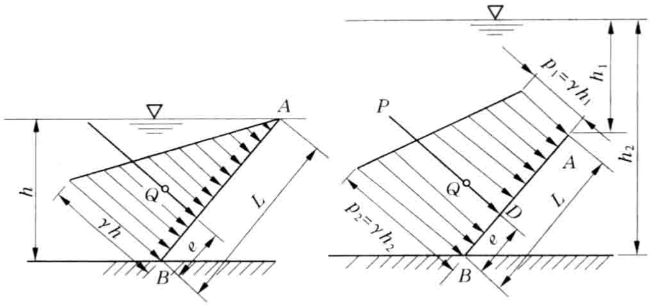


图 1-1

$$y_D = y_c + \frac{I_c}{y_c A} \tag{1-11}$$

式中：p_c 为平面形心处的静水压强；h_c 为平面形心 C 在液面下的深度；y_D 为压力中心 D 距 ox 轴的距离；y_c 为形心距 ox 轴的距离；I_c 为面积 A 对过形心 C 的水平轴的惯性矩，矩形平面的 $I_C = bh^3/12$，圆形断面的 $I_C = \pi d^4/64$；e 为偏心距，即压力中心 D 到形心 C 的距离。

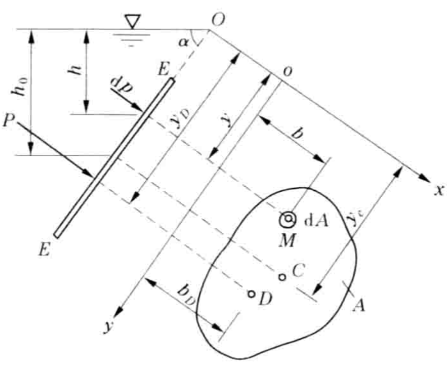


图 1-2

十、作用在曲面上的静水总压力

求解作用于曲面上的静水总压力 F_P，可分别求其水平分力 F_{Px} 和铅垂分力 F_{Pz}，然后合成。

(1)静水总压力的水平分力 F_{Px} 等于作用在该曲面铅垂投影面 A_x 上的静水总压力，即

$$F_{Px} = p_c A_x = \rho g h_c A_x \tag{1-12}$$

式中：h_c 为投影面 A_x 形心点的水深；F_{Px} 的方向垂直于投影面 A_x，作用点位于 A_x 压力中心。

(2)静水总压力的铅垂分力 F_{Pz} 等于曲面所托压力体的水重。

压力体由以下各面组成：①受压曲面本身；②液面或液面的延长面；③通过曲面的边缘向液面或液面的延长面作的铅垂平面。

这时静水总压力的铅垂分力 F_{Pz} 为

$$F_{P_z} = \rho g V \tag{1-13}$$

铅垂分力 F_{P_z}的方向按如下原则确定：当压力体与受压面在曲面的同侧时，F_{P_z}向下；当压力体与受压面在曲面的两侧时，则 F_{P_z}向上，并且 F_{P_z}的作用线通过压力体的形心。

(3)作用在曲面上的静水总压力 F_P 为

$$F_P = \sqrt{F_{Px}^2 + F_{Pz}^2} \tag{1-14}$$

总压力与水平方向的夹角 α 为

$$\alpha = \arctan \frac{F_{Pz}}{F_{Px}} \tag{1-15}$$

注意，许多工程问题，如重力坝的稳定分析，需要直接用水平分力和铅垂分力来分析。对于三维曲面，除了有 x 方向的水平分力 F_{Px}，还有 y 方向的水平分力 F_{Py}，F_{Py}的计算方法同 F_{Px}。

根据作用在曲面上静水总压力的计算可以证明：浸没在水中的物体受到静水总压力等于物体在水中所排开水体的重量，即 $F=\rho gV$，而且合力的方向向上。F 即物体受到的浮力，浮力的作用线通过物体形心，这就是著名的阿基米德定律。根据物体受到重力 G 和浮力 F 的大小，可以确定物体是处在沉浮或随遇平衡状态。

◇典型例题

【例 1-1】 试计算水库水深为 2 m 处 A 点的相对压强和绝对压强。已知当地大气压为 98 kN/m^2。

解：根据基本方程 $p=p_0+\rho gh$，计算 A 点相对压强时，不计入大气压，即 $p_0=p_a=0$

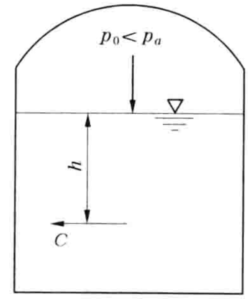
$$p_A = 0 + 9.8 \times 2 = 19.6(kN/m^2)$$

计算 A 点的绝对压强时，需计入大气压，即

$$p_0 = p_a = 98(kN/m^2)$$

$$p'_A = 98 + 9.8 \times 2 = 117.6(kN/m^2)$$

【例 1-2】 一封闭水箱如图所示，其自由表面压强 $p_0=68.6$ kN/m^2(绝对压强)，求水面以下 1 m 处 C 点的绝对压强、相对压强和真空度。



例 1-2 图

解：应用公式 $p=p_0+\rho gh$ 及公式 $p=p'-p_a$

C 点的绝对压强 $p'=p_0+\rho gh=68.6+9.8\times 1=78.4(kN/m^2)$

C 点的相对压强 $p=p'-p_a=78.4-98=-19.6(kN/m^2)$

相对压强为负值，说明 C 点存在真空。

C 点的真空度 $p_V=p_a-p'=98-78.4=19.6(kN/m^2)$

【例 1-3】 一盛水容器如图所示，液面压强为大气压强，试计算液面下 1 m 处 M 点的绝对压强及相对压强，并用不同的单位表示。

解：1. 用应力单位表示

M 点的绝对压强为

$$p'_M = p_0 + \rho g h = 98 + 9.8 \times 1 = 107.8(\text{kPa})$$

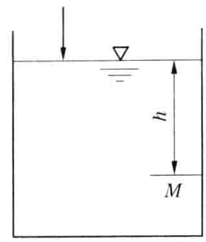
M 点的相对压强为

$$p = \rho g h = 9.8 \times 1 = 9.8(\text{kPa})$$

2. 用工程大气压表示

M 点的绝对压强为

$$\frac{p'_M}{p_0} = \frac{107.8}{98} = 1.1$$



例 1-3 图

M 点的相对压强为

$$\frac{p_M}{p_0} = \frac{9.8}{98} = 0.1 \text{ 个工程大气压}$$

3. 用液柱高度表示

(1)用水柱高度表示

M 点的绝对压强为 $\quad h = \dfrac{p'_M}{\rho g} = \dfrac{107.8}{9.8} = 11(\text{m})(\text{水柱})$

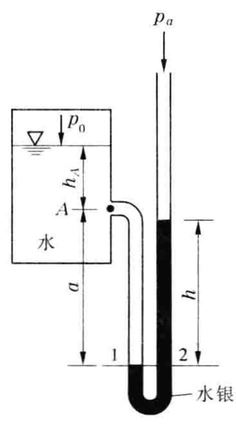
M 点的相对压强为 $\quad h = \dfrac{p_M}{\rho g} = \dfrac{9.8}{9.8} = 1(\text{m})(\text{水柱})$

(2)用水银柱高度表示

M 点的绝对压强为 $\quad h = \dfrac{p'_M}{\rho_m g} = \dfrac{107.8}{133.28} = 0.809(\text{m})(\text{水银柱})$

M 点的相对压强为 $\quad h = \dfrac{p}{\rho_m g} = \dfrac{9.8}{133.28} = 0.073\ 5(\text{m})(\text{水银柱})$

【例 1-4】 一 U 形水银测压计如图所示，已知 $h = 0.2$ m，$a = 0.25$ m，$h_A = 0.1$ m，(1)试推求 A 点的压强 p_A 和表面压强 p_0。(2)如果测压计左右水银面齐平，即 $h = 0$，其他数据不变，问此时 p_A、p_0 又为多少？是否出现真空？



例 1-4 图

解：(1)当 $h = 0.2$ m，$a = 0.25$ m，$h_A = 0.1$ m 时，由图可知，1—2面为等压面，$p_1 = p_2$。

对于左侧 $\quad p_1 = p_A + \rho g a$

对于右侧 $\quad p_2 = \rho_m g h$

于是 $\quad p_A + \rho g a = \rho_m g h$

$$p_A = \rho_m g h - \rho g a = 133.28 \times 0.2 - 9.8 \times 0.25 = 24.4(\text{kPa})$$

又因 $p_A = p_0 + \rho g h_A$，所以

$$p_0 = p_A - \rho g h_A = 24.2 - 9.8 \times 0.1 = 23.2(\text{kPa})$$

(2)当 $h = 0$，$a = 0.25$ m，$h_A = 0.1$ m 时

$$p_A = \rho_m g h - \rho g a = 0 - 9.8 \times 0.25 = -2.45(\text{kPa})$$

$$p_0 = p_A - \rho g h_A = -2.45 - 9.8 \times 0.1 = -3.43(\text{kPa})$$

由于 A 点和液面的相对压强均为负值，说明出现了真空现象，相对压强的绝对值即为真空度。

$$p_{AV} = 2.45 \text{ kPa} \qquad p_{0V} = 3.43 \text{ kPa}$$

【例 1-5】　对于压强较大的密闭容器，可采用复式水银测压计，如图所示，已知 $h_1 = 1.3$ m，$h_2 = 0.8$ m，$h_3 = 1.7$ m，试计算容器内液面压强 p_0。

解：如图所示，1—2、3—4、5—6 面均为等压面，根据静压方程，从右向左推算，则

$$p_1 = p_2 = \gamma_m h_1$$

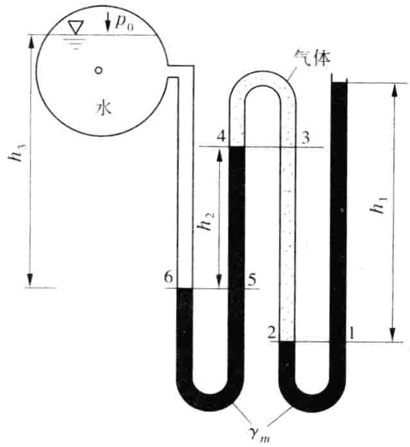
由于气体容重远小于液体容重，所以 1—2 面及 3—4 面间气柱产生的压强可忽略不计，即 $p_2 = p_3 = p_4$。

所以 $$p_5 = p_6 = p_4 + \gamma_m h_2 = \gamma_m h_1 + \gamma_m h_2 = \gamma_m (h_1 + h_2)$$

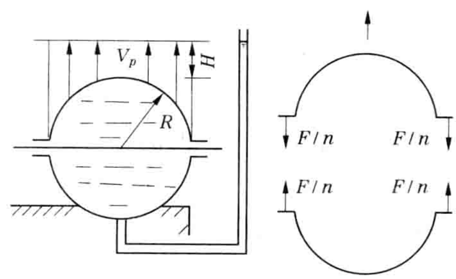
又因 $p_6 = p_0 + \gamma h_3$，于是容器液面上压强为

$$\begin{aligned} p_0 &= p_6 - \gamma h_3 = \gamma_m (h_1 + h_2) - \gamma h_3 = 133.28 \times (1.3 + 0.8) - 9.8 \times 1.7 \\ &= 263.23 (\text{kPa}) \end{aligned}$$

【例 1-6】　一球形容器由两个半球面铆接而成，铆钉有 n 个，内盛重度为 g 的液体，求每一铆钉受到的拉力。



例 1-5 图



例 1-6 图

解：取球形容器的上半球为受压曲面，则其所受到的压力体如图所示，则有：

$$nF = \gamma V_p = \gamma \left[\pi R^2 (R + H) - \frac{2}{3} \pi R^3 \right] = \gamma \left(\frac{1}{3} \pi R^3 + \pi R^2 H \right)$$

$$F = \frac{\gamma}{n} \left(\frac{1}{3} \pi R^3 + \pi R^2 H \right)$$

【例 1-7】　溢流坝上的弧形闸门如图所示，已知闸门半径 $R = 8$ m，门宽 $b = 6$ m，圆心角 $\alpha = 30°$，门轴 O 与门顶位在同一水平面上，试求作用于该弧形闸门上的静水总压力及作用点的位置。

解：(1) 静水总压力的水平分力

$$P_x = \gamma h_c A_x = \gamma \left(4 + \frac{H}{2} \right) \cdot (bH)$$

其中　$H = R\sin\alpha = R\sin 30° = 8 \times 0.5 = 4 (\text{m})$