

大学生 力学竞赛指导

马红艳 主编

DAXUESHENG LIXUE JINGSAI ZHIDAO

大连海事大学出版社

大学生力学竞赛指导

马红艳 主编

大连海事大学出版社

© 马红艳 2014

图书在版编目(CIP)数据

大学生力学竞赛指导 / 马红艳主编. — 大连 : 大连海事大学出版社, 2014. 4

ISBN 978-7-5632-2997-0

I. ①大… II. ①马… III. ①力学 - 高等学校 - 竞赛题 - 题解 IV. ①O3 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 060956 号

大连海事大学出版社出版

地址:大连市凌海路1号 邮编:116026 电话:0411-84728394 传真:0411-84727996

<http://www.dmupress.com> E-mail:cbs@dmupress.com

大连华伟印刷有限公司印装

大连海事大学出版社发行

2014 年 4 月第 1 版

2014 年 4 月第 1 次印刷

幅面尺寸:185 mm × 260 mm

印张:11.25

字数:275 千

印数:1 ~ 3 200 册

出版人:徐华东

责任编辑:王桂云

版式设计:解瑶瑶

封面设计:王 艳

责任校对:杨 森

ISBN 978-7-5632-2997-0

定价:20.00 元

前言

大学生力学竞赛由大连理工大学主办,每年平均有 6 所高校 600 多人参加比赛,在大连大学和大连民族学院设立分赛场。每年 4 月是理论力学竞赛,10 月是材料力学竞赛。竞赛内容包括客观题部分(占 85 分)和主观题部分(占 15 分),客观题以工科本科生力学课程教学大纲为主体;主观题通过现场播放一段力学相关的工程问题视频,由参赛者给出解释或联想发挥。竞赛试题不再是单纯考试型的题目,而是融基础性、趣味性、灵活性、创新性于一体,从多方面考察学生的创新思维、知识综合应用的素质和能力。

本书的主要内容为历年力学竞赛试题及答案。此外,还有考试模拟试题及答案。书中的试题根据课程大纲要求精选而成,形式多样,基本涵盖了理论力学、材料力学、工程力学课程的各项内容,除了给出解题的全过程外,还对解题思路和结果进行讨论,希望能起到触类旁通、举一反三的作用,以满足学生对力学竞赛、考研、期末考试等需求。

参加本书编写工作的有马红艳、季顺迎、毕祥军、张昭、王博、马国军、白瑞祥、于申、张永存、郑勇刚、王平、王科、赵岩、曾岩。全书由马红艳主编。此外,李锋老师在本书编写过程中提出了许多建设性意见,在此深表谢忱。

受编者水平所限,疏漏和错误在所难免,恳请专家、读者指正。

编者

2014 年 1 月

目 录

第一部分 历年力学竞赛试题及答案	(1)
材料力学部分	(1)
材料力学竞赛试题(一)	(1)
材料力学竞赛试题(一)答案	(2)
材料力学竞赛试题(二)	(6)
材料力学竞赛试题(二)答案	(8)
材料力学竞赛试题(三)	(12)
材料力学竞赛试题(三)答案	(15)
材料力学竞赛试题(四)	(20)
材料力学竞赛试题(四)答案	(22)
材料力学竞赛试题(五)	(25)
材料力学竞赛试题(五)答案	(27)
理论力学部分	(33)
理论力学竞赛试题(一)	(33)
理论力学竞赛试题(一)答案	(36)
理论力学竞赛试题(二)	(42)
理论力学竞赛试题(二)答案	(44)
理论力学竞赛试题(三)	(48)
理论力学竞赛试题(三)答案	(50)
理论力学竞赛试题(四)	(57)
理论力学竞赛试题(四)答案	(59)
理论力学竞赛试题(五)	(64)
理论力学竞赛试题(五)答案	(66)
第二部分 主观视频题解析	(70)
第三部分 材料力学考试模拟试题	(72)
材料力学考试模拟试题(试卷一)	(72)
材料力学考试模拟试题(试卷一)答案	(74)
材料力学考试模拟试题(试卷二)	(78)
材料力学考试模拟试题(试卷二)答案	(80)
材料力学考试模拟试题(试卷三)	(83)
材料力学考试模拟试题(试卷三)答案	(85)
材料力学考试模拟试题(试卷四)	(89)
材料力学考试模拟试题(试卷四)答案	(91)

材料力学考试模拟试题(试卷五)	(94)
材料力学考试模拟试题(试卷五)答案	(96)
材料力学考试模拟试题(试卷六)	(99)
材料力学考试模拟试题(试卷六)答案	(100)
第四部分 理论力学考试模拟试题	(103)
理论力学考试模拟试题(试卷一)	(103)
理论力学考试模拟试题(试卷一)答案	(105)
理论力学考试模拟试题(试卷二)	(110)
理论力学考试模拟试题(试卷二)答案	(112)
理论力学考试模拟试题(试卷三)	(116)
理论力学考试模拟试题(试卷三)答案	(118)
理论力学考试模拟试题(试卷四)	(122)
理论力学考试模拟试题(试卷四)答案	(125)
理论力学考试模拟试题(试卷五)	(130)
理论力学考试模拟试题(试卷五)答案	(132)
理论力学考试模拟试题(试卷六)	(136)
理论力学考试模拟试题(试卷六)答案	(138)
第五部分 工程力学考试模拟试题	(143)
工程力学考试模拟试题(试卷一)	(143)
工程力学考试模拟试题(试卷一)答案	(145)
工程力学考试模拟试题(试卷二)	(149)
工程力学考试模拟试题(试卷二)答案	(151)
工程力学考试模拟试题(试卷三)	(155)
工程力学考试模拟试题(试卷三)答案	(156)
工程力学考试模拟试题(试卷四)	(160)
工程力学考试模拟试题(试卷四)答案	(161)
工程力学考试模拟试题(试卷五)	(164)
工程力学考试模拟试题(试卷五)答案	(166)
工程力学考试模拟试题(试卷六)	(168)
工程力学考试模拟试题(试卷六)答案	(170)

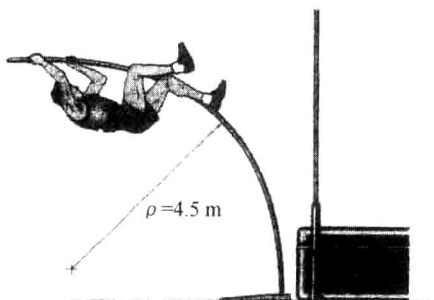
第一部分 历年力学竞赛试题及答案

材料力学部分

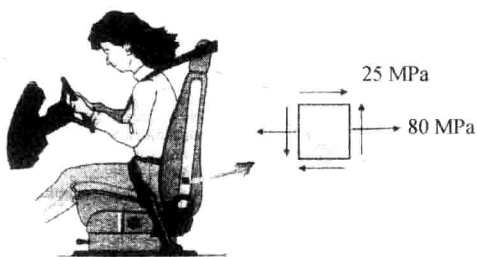
材料力学竞赛试题(一)

一、(10分)

图示为一名撑杆跳运动员的空中动作。撑杆横截面直径为40 mm,材料的弹性模量 $E = 131 \text{ GPa}$,当撑杆近似弯成半径为4.5 m的圆弧时,求杆内最大弯曲应力。



第一题图



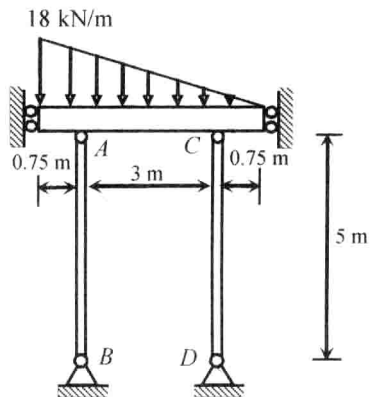
第二题图

二、(10分)

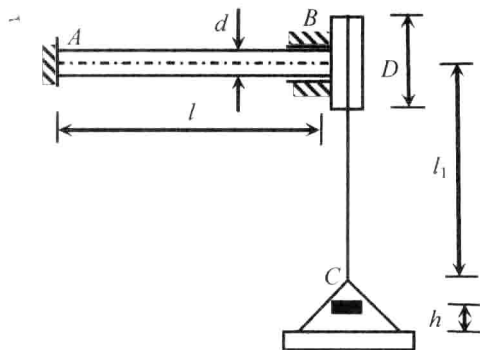
汽车碰撞过程中,座椅危险点的应力状态如图所示。座椅材料的许用应力 $[\sigma] = 170 \text{ MPa}$ 。试分析该座椅是否会发生破坏。

三、(10分)

图示水平横梁承受线分布力作用,最大集度为 18 kN/m ,两端为滚动支柱约束。 AB 、 CD 均为圆截面细长杆, AB 为钢杆,弹性模量 $E_{\text{钢}} = 200 \text{ GPa}$; CD 为铝杆,弹性模量 $E_{\text{铝}} = 70 \text{ GPa}$ 。规定稳定安全因数 $n_w = 1.5$,若两杆同时失稳,试求两杆截面直径尺寸。



第三题图



第四题图

四、(20 分)

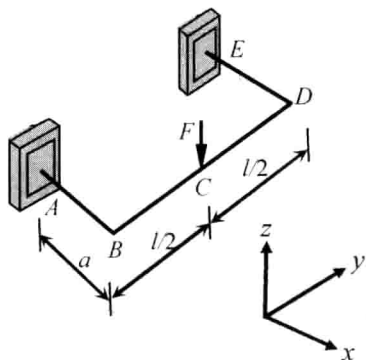
如图所示圆轴 AB 直径 $d = 60 \text{ mm}$, 长 $l = 2 \text{ m}$, A 端固定, B 端有一直径 $D = 400 \text{ mm}$ 的鼓轮。轮上绕以钢绳, 绳的端点 C 悬挂吊盘。绳长 $l_1 = 10 \text{ m}$, 横截面面积 $A = 120 \text{ mm}^2$, 弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$ 。轴的切变模量 $G = 80 \text{ GPa}$ 。重量 $P = 800 \text{ N}$ 的物块自 $h = 200 \text{ mm}$ 处落于吊盘上, 求轴内最大切应力和绳内最大正应力。

五、(30 分)

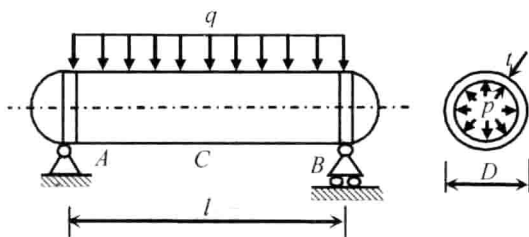
图示两端固定的直角折杆截面为圆形, 直径 $d = 20 \text{ mm}$ 。 $a = 0.2 \text{ m}$, $l = 1 \text{ m}$, $F = 650 \text{ N}$, 材料的弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$, 切变模量 $G = 80 \text{ GPa}$ 。试画出该折杆的内力图。

六、(20 分)

放置于室外的卧式压力容器长为 l , 外直径为 D , 壁厚为 t , 在两端简单支承 (如图所示)。材料的弹性模量为 E , 泊松比为 γ , 许用应力为 $[\sigma]$, 承受内压 p 和自重形成的均布荷载 q 作用。当日照强烈时, 容器内气体膨胀, 内压变大, 可能导致容器破坏, 试设计一套方案, 检测该容器是否安全。请详细说明设计原理并写出必要的公式。



第五题图



第六题图

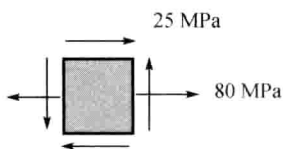
材料力学竞赛试题(一) 答案

一、(10 分)

$$\text{解: } \sigma = E \frac{\gamma}{\rho} = 131 \times 10^{-9} \times \frac{20 \times 10^{-3}}{4.5} = 582.2 \text{ MPa}$$

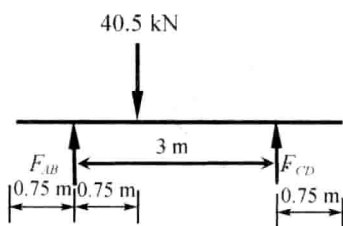
二、(10 分)

$$\text{解: } \sigma_{\text{eq}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{80^2 + 4 \times 25^2} = 94.3 \text{ MPa} < [\sigma], \text{ 安全。}$$



三、(10 分)

$$\text{解: } \sum M_A = 0, F_{CD} \times 3 - 40.5 \times 0.75 = 0$$



$$F_{CD} = 10.125 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0, F_{AB} + F_{CD} - 40.5 = 0$$

$$F_{AB} = 30.375 \text{ kN}$$

$$F_{cr1} = \frac{F_{AB}}{n_w} = 20.25 \text{ kN}$$

$$F_{cr2} = \frac{F_{CD}}{n_w} = 6.75 \text{ kN}$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = 20.25 \text{ kN}, I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$d_1^4 = \frac{64 F_{cr1} l^2}{\pi^3 E_1} = \frac{64 \times 20.25 \times 10^3 \times 5^2}{3.14^3 \times 200 \times 10^9} = 523.27 \times 10^{-8}$$

$$d_1 = 4.78 \text{ cm}$$

$$d_2^4 = \frac{64 F_{cr2} l^2}{\pi^3 E_2} = \frac{64 \times 6.75 \times 10^3 \times 5^2}{3.14^3 \times 70 \times 10^9} = 498.3 \times 10^{-8}$$

$$d_2 = 4.72 \text{ cm}$$

四、(20 分)

$$\text{解: 轴: } T = P \cdot \frac{D}{2} = 800 \times 200 \times 10^{-3} = 160 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_{AB} = \frac{Tl}{GI_p} = \frac{160 \times 2}{80 \times 10^9 \times \frac{3.14 \times 60^4}{32} \times 10^{-12}} = 3.144 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\tau_{st} = \frac{T}{W_t} = \frac{160}{\frac{3.14 \times 60^3}{16} \times 10^{-9}} = 3.77 \text{ MPa}$$

$$\text{绳: } \Delta l_1 = \frac{F_N l}{EA} = \frac{800 \times 10}{200 \times 10^9 \times 120 \times 10^{-6}} = 3.333 \times 10^{-1} \text{ mm}$$

$$\sigma_{st} = \frac{F_N}{A} = \frac{800}{160 \times 10^{-6}} = 6.67 \text{ MPa}$$

$$\Delta_{st} = \varphi_{AB} \cdot \frac{D}{2} + \Delta l_1 = 3.144 \times 10^{-3} \times 200 + 3.333 \times 10^{-1} = 9.621 \times 10^{-1} \text{ mm}$$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 200}{9.621 \times 10^{-1}}} = 21.4$$

$$\tau_d = K_d \tau_{st} = 80.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_d = K_d \sigma_{st} = 142.6 \text{ MPa}$$

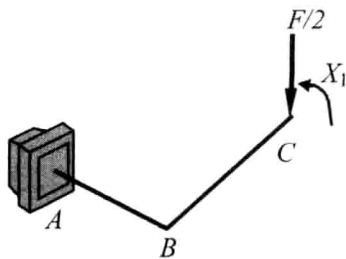
五、(30 分)

解: 利用对称性简化为一次静不定, 相当系统如图所示。

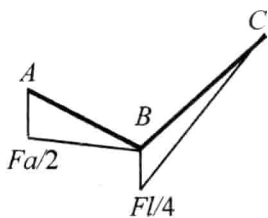
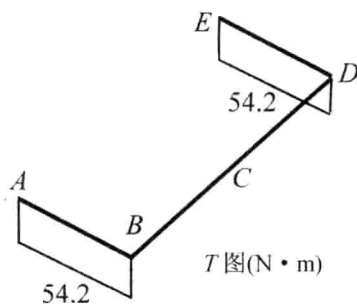
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{l}{2} \times 1 \times 1 \right) + \frac{1}{GI_p} (a \times 1 \times 1) = \frac{l}{2EI} + \frac{a}{GI_p}$$

$$\Delta_{1F} = -\frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times \frac{l}{2} \times \frac{Fl}{4} \times 1 \right) - \frac{1}{GI_p} \left(\frac{Fl}{4} \times a \times 1 \right) = -\frac{Fl}{4} \left(\frac{l}{4EI} + \frac{a}{GI_p} \right)$$

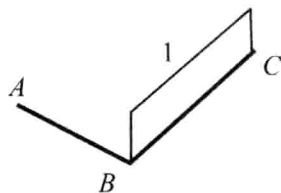
$$EI = 200 \times 10^9 \times \frac{\pi \times 2^4}{64} \times 10^{-8} = 500\pi$$



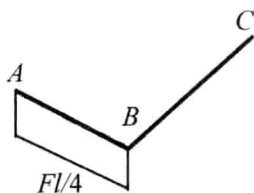
相当系统



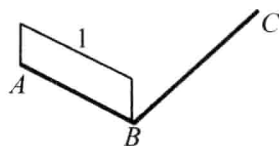
M_F 图



$\bar{M}_1$ 图



$\bar{T}_F$ 图



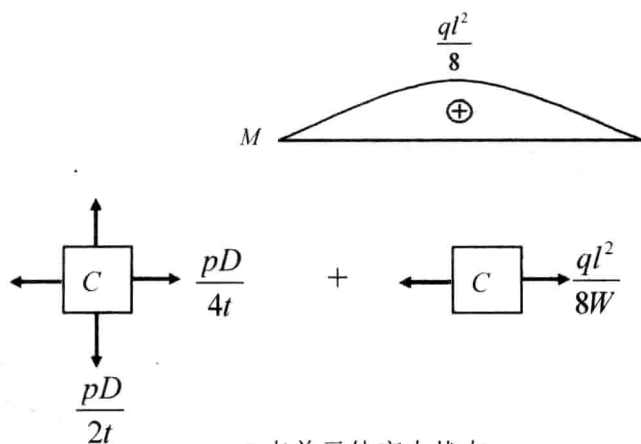
$\bar{T}_1$ 图

$$GI_p = 80 \times 10^9 \times \frac{\pi \times 2^4}{32} \times 10^{-8} = 400\pi$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{650 \times 1}{4} \left(\frac{1}{2000\pi} + \frac{0.2}{400\pi} \right) \bigg/ \left(\frac{1}{1000\pi} + \frac{0.2}{400\pi} \right) = 108.3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

六、(20 分)

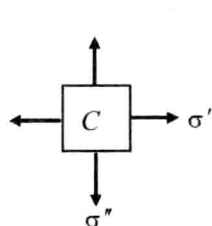
解: $W = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4)$



C 点单元体应力状态

危险点在容器中间截面底部 C 点, C 点单元体应力状态如图所示。

在 C 点沿轴向和周向分别贴应变片, 测得 ε' 、 ε'' 。根据广义胡克定律:



$$\varepsilon' = \frac{1}{E}(\sigma' - \nu\sigma'')$$

$$\varepsilon'' = \frac{1}{E}(\sigma'' - \nu\sigma')$$

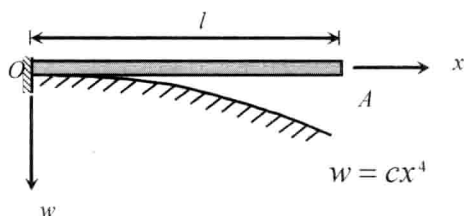
可得 σ' 、 σ'' , 其中较大者为 $\sigma_{\max}$

$\sigma_{r3} = \sigma_{\max} \leq [\sigma]$ 才安全。

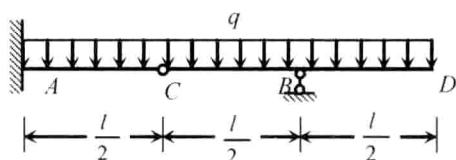
材料力学竞赛试题(二)

一、(10 分)

如图所示悬臂梁 OA , O 端固定, 在其底部有一光滑曲面 $w = cx^4$, 其中 c 为已知常数。已知梁的抗弯刚度为 EI , 长为 l , 问在梁上作用何种形式载荷才能使梁恰好与曲面重合且不产生压力。



第一题图



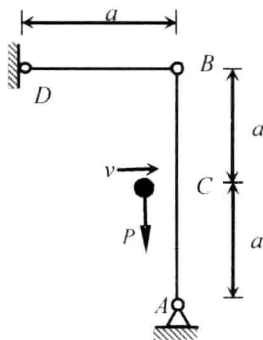
第二题图

二、(10 分)

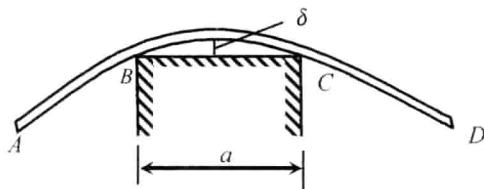
等截面多跨梁如图所示, C 处为中间铰, 受均布荷载作用。试画出该梁挠曲线的大致形状。

三、(10 分)

图示梁 AB 弯曲刚度为 EI , 抗弯截面系数为 W , B 端由拉压刚度为 EA 的杆 BD 连接, 已知 $I = \frac{1}{3}Aa^2$ 。若重量为 P 的重物以水平速度 v 冲击在梁的中点 C 处, 求杆 BD 和梁 AB 内的最大冲击动应力。



第三题图



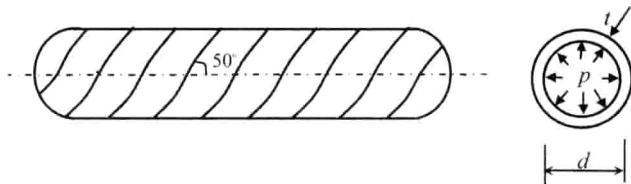
第四题图

四、(10 分)

图示钢筋 AD 长度为 $3a$, 总重量为 W , 对称地放置于宽为 a 的刚性平台上。试求钢筋与平台间的最大间隙 δ 。设 EI 为常量。

五、(10 分)

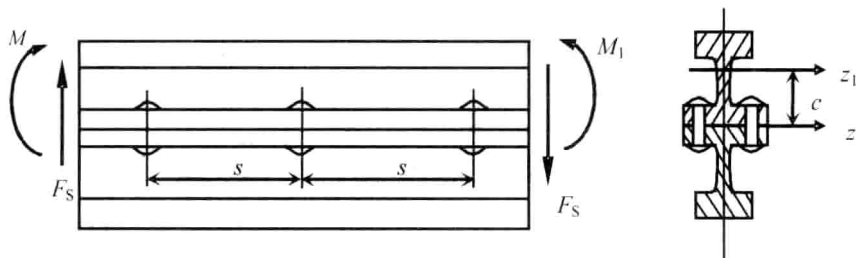
以绕带焊接而成的圆管如图所示,焊缝为螺旋线。管的内径 $d = 300 \text{ mm}$,壁厚 $t = 1 \text{ mm}$,内压 $p = 0.5 \text{ MPa}$ 。求沿焊缝斜面上的正应力和切应力。



第五题图

六、(10 分)

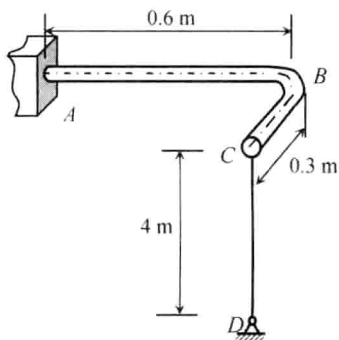
两根钢轨铆接成组合梁,其连接情况如图所示。每根钢轨的横截面积 $A = 8000 \text{ mm}^2$,形心距离底边的高度 $c = 80 \text{ mm}$,每一钢轨横截面对其自身形心轴的惯性矩 $I_{z_1} = 1600 \times 10^4 \text{ mm}^4$,铆钉间距 $s = 150 \text{ mm}$,直径 $d = 20 \text{ mm}$,许用切应力 $[\tau] = 95 \text{ MPa}$ 。若梁内剪力 $F_s = 50 \text{ kN}$,试校核铆钉的剪切强度。(不考虑上下两钢轨间的摩擦)



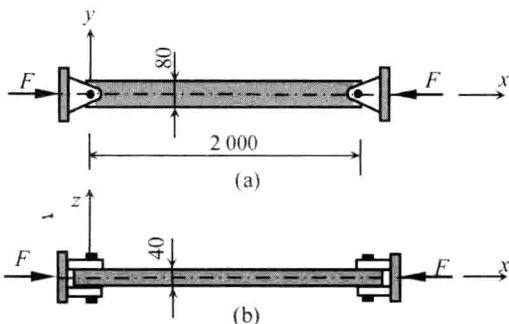
第六题图

七、(10 分)

如图所示,钢制曲拐的横截面直径为 20 mm ,C 端与钢丝相连,钢丝的横截直径为 1 mm 。曲拐和钢丝的弹性模量同为 $E = 200 \text{ GPa}$, $G = 84 \text{ GPa}$ 。若钢丝的温度降低 80°C ,且 $\alpha = 12 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$,试求曲拐截面 A 的顶点的应力状态。



第七题图



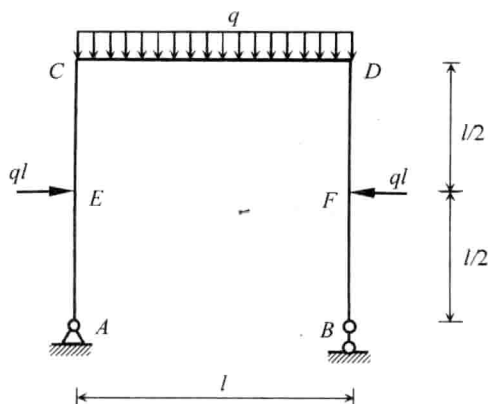
第八题图

八、(15 分)

如图所示矩形截面压杆,截面尺寸为 $80 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$,在图(a)所示平面内($x-y$ 面,正视图)两端铰支, $\mu = 1$ 。在图(b)所示平面内($x-z$ 面,俯视图)可取 $\mu = 0.8$ 。材料为 Q235 钢, $\lambda_p = 100$, $\lambda_0 = 60$, $E = 206 \text{ GPa}$, $a = 304 \text{ MPa}$, $b = 1.12 \text{ MPa}$,试求该压杆的临界力。

九、(15 分)

试求图示平面刚架点 E 的水平位移。设各杆抗弯刚度均为 EI 。(计算中可忽略轴力和剪力的影响)



第九题图

材料力学竞赛试题(二) 答案

一、(10 分)

$$\text{解: } -EIw'' = -12EIcx^2 = M(x)$$

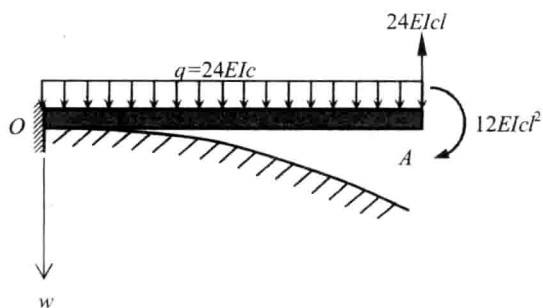
$$-EIw''' = -24Eicx = F_s(x)$$

$$-EIw'''' = -24Eic = q(x)$$

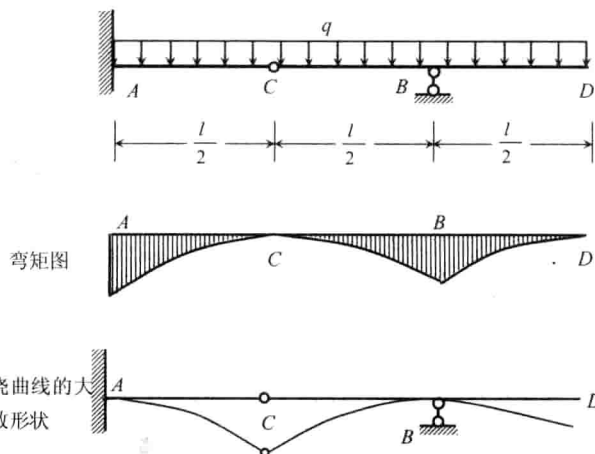
$$\text{当 } x=l \text{ 时, } F_s = -24Eicl, M = -12Eicl^2$$

二、(10 分)

解:



载荷图



三、(10 分)

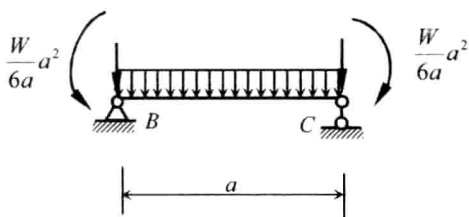
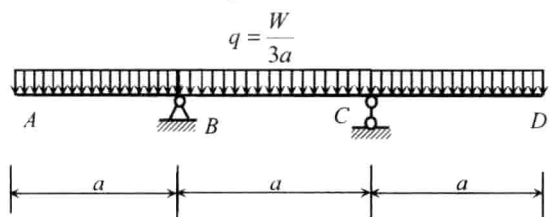
$$\text{解: } \Delta_{st} = \frac{P(2a)^3}{48EI} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{P}{2} \cdot a}{EA} = \frac{Pa^3}{4EI}$$

$$\sigma_{st\text{杆}} = \frac{P}{A} = \frac{P}{2A} \quad \sigma_{st\text{梁}} = \frac{P \cdot 2a}{W} = \frac{Pa}{2W} \quad K_d = \sqrt{\frac{v^2}{g\Delta_{st}}} = \sqrt{\frac{4v^2 EI}{gPa^3}}$$

$$\sigma_{d\text{杆}} = K_d \sigma_{st\text{杆}}, \quad \sigma_{d\text{梁}} = K_d \sigma_{st\text{梁}}$$

四、(10 分)

解:



$$\delta = \frac{M_c l^2}{16EI} \times 2 - \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{W}{6a} \frac{a^4}{16EI} \times 2 - \frac{5}{384EI} \frac{W}{3a} a^4 = \frac{19Wa^3}{1152EI}$$

五、(10 分)

解: 焊缝斜面上一点单元体

$$\sigma_x = \frac{pd}{4t} = \frac{0.5 \times 10^6 \times 300 \times 10^{-3}}{4 \times 1 \times 10^{-3}} = 37.5 \text{ MPa}$$

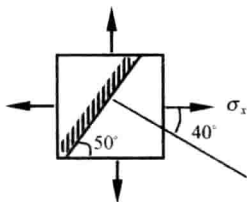
$$\sigma_y = \frac{pd}{2t} = 75 \text{ MPa}, \quad \tau_{xy} = 0$$

沿焊缝斜面上的正应力和切应力

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha =$$

$$\left[\frac{37.5 + 75}{2} + \frac{37.5 - 75}{2} \cos(-80^\circ) \right] = 53 \text{ MPa}$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha = \left[\frac{37.5 - 75}{2} \sin(-80^\circ) \right] = 18.5 \text{ MPa}$$



六、(10 分)

解: 组合梁横截面对 z 轴的惯性矩

$$I_z = 2 \times (I_{z1} + c^2 A) = 2 \times (1600 \times 10^{-8} + 80^2 \times 8000 \times 10^{-12}) = 133.4 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\text{铆钉连接处的纵向截面切应力 } \tau = \frac{F_s S_{zc}^*}{b I_z}$$

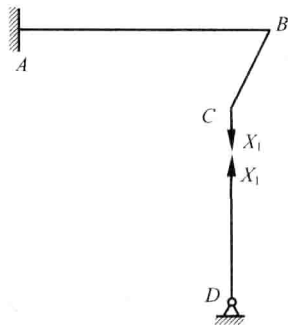
每个铆钉承受的剪力为

$$F_{s\text{铆}} = \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot sb = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_s S_{zc}^*}{b I_z} \cdot sb = \frac{50 \times 10^3 \times 8000 \times 10^{-6} \times 80 \times 10^{-3} \times 150 \times 10^{-3}}{2 \times 133.4 \times 10^{-6}} = 17.85 \text{ kN}$$

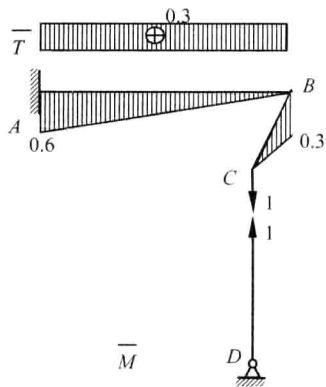
$$\text{铆钉横截面上切应力 } \tau_{\text{铆}} = \frac{F_{S\text{铆}}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4 \times 17.85 \times 10^3}{\pi \times 20^2 \times 10^{-6}} = 56.85 \text{ MPa} < [\tau]$$

所以铆钉满足剪切强度要求。

七、(10 分)



相当系统



解:(1)一次静不定,建立相当系统。

正则方程: $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1r} = 0$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{0.3^2}{2} \times \frac{2}{3} \times 0.3 + \frac{0.6^2}{2} \times \frac{2}{3} \times 0.6 \right) + \frac{0.3 \times 0.6 \times 0.3}{GI_p} + \frac{1 \times 4 \times 1}{EA} = 8.94 \times 10^{-5} \text{ m/N}$$

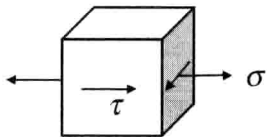
$$\Delta_{1r} = -\alpha l \Delta t = -12 \times 10^{-6} \times 4 \times 80 = -384 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1r}}{\delta_{11}} = 43 \text{ N}$$

曲拐截面 A 的顶点的应力状态图

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{X_1 a}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 43 \times 0.6}{\pi \times 20^3 \times 10^{-9}} = 32.87 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{X_1 b}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \times 43 \times 0.3}{\pi \times 20^3 \times 10^{-9}} = 8.22 \text{ MPa}$$



C 点的垂直位移

$$w_C = \alpha l \Delta t - \frac{X_1 l}{EA} = 384 \times 10^{-5} - \frac{43 \times 4}{200 \times 10^9 \times \frac{\pi \times 1 \times 10^{-6}}{4}} = 274.4 \times 10^{-5} \text{ m}$$

八、(15 分)

解:图(a)中, $\lambda_a = \frac{\mu l}{i_z} = \frac{1 \times 2}{0.289 \times 0.08} = 86.5$

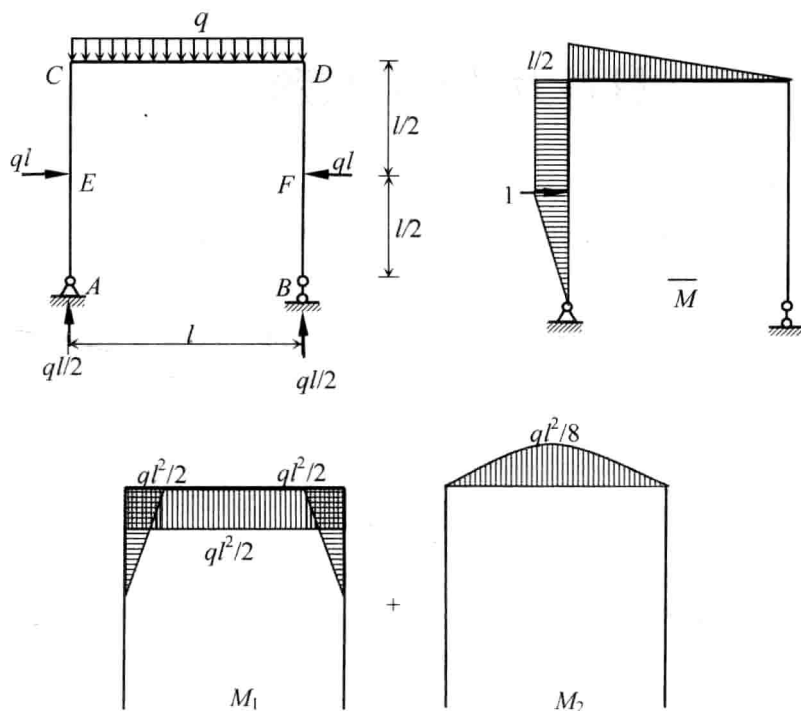
图(b)中, $\lambda_b = \frac{\mu l}{i_y} = \frac{0.8 \times 2}{0.289 \times 0.04} = 138.4$

所以在图(b)中, (x-z 面内) 易失稳, 细长杆

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} A = \frac{3.14^2 \times 206 \times 10^9}{138.4^2} \times 80 \times 40 \times 10^{-6} = 339.3 \text{ kN}$$

九、(15 分)

解：



单位荷载法：

$$w_c = \frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{ql^2}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{ql^2}{2} \cdot l \cdot \frac{l}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot l \cdot \frac{l}{4} \right) = -\frac{ql^4}{6EI} \text{ (方向向左)}$$