

朗道

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА ТОМ I

Л. Д. ЛАНДАУ

Е. М. ЛИФШИЦ

МЕХАНИКА

《理论物理学教程》解读丛书

# 朗道《力学》解读

鞠国兴 编著

高等教育出版社

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА ТОМ I

Л. Д. ЛАНДАУ

Е. М. ЛИФШИЦ

**МЕХАНИКА**

《理论物理学教程》解读丛书

LANGDAO LIXUE JIEDU

# 朗道《力学》解读

鞠国兴 编著

## 图书在版编目（CIP）数据

朗道《力学》解读 / 鞠国兴编著 . — 北京 : 高等教育出版社, 2014.7

ISBN 978-7-04-039945-5

I . ①朗… II . ①鞠… III . ①力学 - 高等学校 - 教学  
参考资料 IV . ①O 3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 103740 号

策划编辑 王 超

责任校对 刘丽娴

责任编辑 王 超

责任印制 毛斯璐

封面设计 王 洋

版式设计 余 杨

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市西城区德外大街4号

邮 政 编 码 100120

印 刷 北京中科印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 25

字 数 400 千字

购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

网上订购 <http://www.landraco.com>

<http://www.landraco.com.cn>

版 次 2014 年 7 月第 1 版

印 次 2014 年 7 月第 1 次印刷

定 价 59.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版 权 所 有 侵 权 必 究

物 料 号 39945-00

# 前 言

---

朗道和栗弗席兹的《理论物理学教程》是国际公认的一套著名的物理学经典教材，以其内容广博、讲解精炼、方法独特等优点著称。《教程》对物理学各学科的基本原理、基础理论和应用等方面进行了认真、细致地梳理，精心选材和组织材料，试图将从事理论物理所必需的物理学基础知识纳入一个统一的框架，其中特别包含了作者在相关领域的许多重要研究成果。《教程》从出版至今赢得了广泛的好评，成为物理学工作者案头常备的参考书，在物理学以及相关领域也是经常引用的重要参考文献。该《教程》自出版以来先后多次修订，同时也已出版或正在出版包括英文、中文等多种文字的译本，已经并仍将惠及众多的物理学工作者或相关领域的学者。

也正因为上述特点，要系统地学习《教程》，准确理解《教程》中所涉及的诸多物理原理，深刻领会其物理实质，掌握处理问题的方法、技巧，充分欣赏作者的意图，读者非具备扎实的专业基础知识、广博的知识面、足够的耐心和毅力不可。

经典力学是学习近代物理的重要基础，它为近代物理提供了重要的理论背景，处理问题的基本框架、方法和工具。《力学》作为《教程》的第一卷，无疑是为学习后面其它各卷作引导的。但是，通常认为《力学》是面向研究生的经典力学教材，需要具备一定的力学和理论力学方面的基础。特别是，《力学》以分析力学内容为主，以变分原理作为出发点，通过空间的各向同性和均匀性作为基本假设，由此导出基本的动力学方程。起点高，内容精炼，在很小的篇幅中浓缩了力学的基本原理和许多具体应用（除了混沌等非线性内容外）。遗憾的是，国内研究生阶段不再开设经典力学方面的课程，因此谈起《力学》常常是将其作为本科生理论力学课程的参考书，本科生研读《力学》时遇到的困难不言而喻。

作者最早接触《力学》一书是在二十多年前，当时是出于讲授理论力

学课程的需要,针对教学中的特定问题阅读了其中的相关章节。近年来,为了强化学生的专业基础,特别是为针对学生学习理论课程时不太愿意花较多的时间重复理论推导过程这种比较普遍的倾向,对教学环节作了一些调整。教学中,除了选读常规教学参考书之外,我们特别将研读经典名著作为课程教学的一个基本组成部分,选定《力学》作为理论力学课程的必读著作。要求学生以小组为单位,重复著作中的每一个细节,并将过程(包括存在的疑问)等整理成文作为课外作业的一部分。在此背景下,为有效地掌握学生的情况和考察实际完成的效果,作者开始从头至尾按部就班地系统研读《力学》。根据对《力学》的理解,所参阅的文献以及学生提出的问题等,作者以问题解答的形式编写了一个电子文稿,在课程结束后散发给学生,这个文稿就是本书的雏形。后来应高等教育出版社的约请,参与了《力学》中文本的译校工作。为保证译文的准确性,在以前工作的基础之上,作者不仅多次反复阅读原著,而且又广泛调研和研读了相关的文献,由此对《力学》内容的精练性,选材的独特性,处理方法的广泛适用性等有了更为深刻的认识和理解,充分享受到经典名著的独特魅力。往往一个小节,看上去是处理一个特定的力学问题,但是其蕴含的思想方法可以适用于多个问题,可以推广到量子理论等其它物理学学科,有些结果甚至在不同问题中有较广的适用性。为了与读者分享这种学习、思考的结果,也为了在一定程度上弥补前面提到因为起点高,技巧性强等对初学者造成的研读费力,进度缓慢,演算过程难以重复等方面的欠缺,作者不揣冒昧尝试搭建这样的桥梁。在原有稿件的基础之上,作者对内容作了大幅度的扩充,编写了这本参考书。

本书按原书章节编排,每节中一般分为内容提要,内容补充和习题解答三个部分。内容提要部分扼要概括所讨论的问题的基本要点,内容补充部分包括过程推导,补充说明,内容扩展和引申等,习题解答将给出原例题中的详细求解过程,同时也补充了一些习题以说明相关概念、方法等。需要说明的是,出于完整性的考虑,有些习题的求解过程部分重复了原书的内容,而对于不需要作补充的习题一概省略。书中内容充分吸收了文献中的一些成果,在相关地方列出参考文献,当然也包括本书作者的一些学习心得和体会。凡原书公式和图形标号前均附加字母o(original),以示区别。考虑到矢量力学方法相比于分析力学方法有相对较好的直观性,在个别地方增加了这种处理方法。另外,也注意到了力学与量子力学之间的一些关联性,但对此不作具体讨论仅列出有关文献供参考。

感谢卢德馨教授,从他关于研究型教学的研究和实施,相关的著作以及与他多次的讨论,作者受益匪浅。感谢我的妻子张志洁多年来对我的工

作的理解和大力支持。对刘寄星教授、金国钧教授多年来的帮助和鼓励也表示衷心的感谢。感谢高等教育出版社自然科学学术著作分社编辑王超先生的大力帮助(该书的写作最早也是由他提议的)。

解读经典著作对作者而言是一件诚惶诚恐的事情,限于作者的水平,错误和不当之处在所难免,欢迎同行专家和读者批评指正,并期望在再版时予以改正。作者邮箱: jugx@nju.edu.cn

鞠国兴 谨识

2013年9月于南京大学物理学院

# 版本说明

---

20世纪30年代，在哈尔科夫(Khar'kov)工作期间，朗道(L. D. Landau, 1908—1968)就计划编写一套教材，为理论物理工作者提供必备的基础知识。30年代后期，朗道开始实施这项计划，这就是著名的《理论物理学教程》。经过朗道以及栗弗席兹(E. M. Lifshitz, 1915—1985)，皮塔耶夫斯基(L. P. Pitaevskii, 1933—)等朗道学派的物理学家的通力合作，历时40余年，直到1979年第十卷《物理动理学》的出版才标志着整个教程的全部完成。此后，教程的体系没有变化，仅对部分内容作了修订，这就是我们现今广泛使用的版本。

《理论物理学教程》第一卷是《力学》，主要介绍力学的基础，首次成稿于1938年，当时是与皮亚季戈尔斯基(L. Pyatigorsky, 1909—1993)合著的，于1940年由国立技术和理论文献出版社出版。该版全书共六章计63节，另外包含序言以及一个关于张量代数的附录，篇幅与后来的各个版本大致相当。1937年，朗道与皮亚季戈尔斯基因为所谓“技术物理所反革命事件”而失和<sup>①</sup>，整个教程的写作也因此事件以及其他相关原因受到影响。此后，朗道改与栗弗席兹合作进行教程的写作。1957年，由国立物理数学书籍出版社出版《力学》新版第一版。与1940年的版本相比，新版在内容和体系方面均作了大幅度的调整，即使保留下来的章节也做了大量修改甚至完全重写，全书改为七章50节，不再包括序言和附录。1965年出版第二版，与第一版相比内容体系均没有变化。1973年出版第三版，皮塔耶夫斯基参与了修订工作，全书变为七章52节，与第二版相比主要是将第50节扩展为三节。1985年栗弗席兹去世后，于1988年以及2004年分别出版了第四和第五版，这些版本经由皮塔耶夫斯基修订，但基本上是第三版的重印，仅是修订了印刷错误以及少量的文字。第五版另外将1940版本朗道所写序言

---

<sup>①</sup> 参见刘寄星先生为《统计物理学I》(第五版)中译本2012年第二次印刷本所写版本说明以及I. Hargittai, Struct Chem, 19(2008)373–376。

附于书后。

《理论物理学教程》的完整英译工作于 1951 年由美国物理学家 M. Hamermesh (1915—2003) 启动, 后来由天体物理学家和翻译家 J. B. Skyes (1929—1993) 等接任并完成。但是, 1938 年 Clarendon 出版公司出版了《统计物理》的初版, 由 D. Shoenberg 翻译, 是教程中最早的英译本<sup>①</sup>。《力学》英文第一版于 1960 年出版, 由 J. B. Skyes 和物理学家 J. S. Bell (1928—1990) 翻译, 后者是量子力学中 Bell 不等式的提出者。英文版中增加了朗道小传。1969 年第二版, 1976 年第三版, 分别据俄文相应版本翻译。书前附有栗弗席兹为朗道文集俄文版所写的朗道小传, 介绍了他的家庭情况, 学习和研究经历以及对物理学的重要贡献。

《力学》中译本第一版是由莫斯科大学物理系四年级中国留学生根据 1958 年俄文第一版进行翻译的, 于 1959 年由当时的高等教育出版社出版。其后该书各版一直没有中译本, 直到 2006 年高等教育出版社重新启动《理论物理学教程》的引进翻译工作。2007 年根据俄文第五版翻译出版了《力学》新的译本, 2010 年对该中译本进行修订重新印刷发行。

---

<sup>①</sup> 1958 年第一版英译本由 E. Peierls 和 R. F. Peierls 夫妇翻译, 1969 年英译第二版, 1980 年的英译第三版均由 J. B. Sykes 和 M. J. Kearsley 翻译。

# 目 录

---

<b>第一章 运动方程</b>	1
§1 广义坐标	1
§1.1 内容提要	1
§1.2 内容补充	2
§2 最小作用量原理	5
§2.1 内容提要	5
§2.2 内容补充	6
§3 伽利略相对性原理	9
§3.1 内容提要	9
§3.2 内容补充	10
§4 自由质点的拉格朗日函数	13
§4.1 内容提要	13
§4.2 内容补充	13
§5 质点系的拉格朗日函数	14
§5.1 内容提要	14
§5.2 内容补充	14
§5.3 习题解答	15
<b>第二章 守恒定律</b>	24
§6 能量	24
§6.1 内容提要	24
§6.2 内容补充	25
§6.3 补充习题	29

§7 动量 . . . . .	32
§7.1 内容提要 . . . . .	32
§7.2 内容补充 . . . . .	33
§7.3 习题解答 . . . . .	34
§8 质心 . . . . .	37
§8.1 内容概要 . . . . .	37
§8.2 内容补充 . . . . .	38
§8.3 习题解答 . . . . .	39
§9 角动量 . . . . .	41
§9.1 内容概要 . . . . .	41
§9.2 内容补充 . . . . .	41
§9.3 习题解答 . . . . .	46
§10 力学相似性 . . . . .	50
§10.1 内容概要 . . . . .	50
§10.2 内容补充 . . . . .	50
§10.3 习题解答 . . . . .	51
<b>第三章 运动方程的积分 . . . . .</b>	<b>53</b>
§11 一维运动 . . . . .	53
§11.1 内容提要 . . . . .	53
§11.2 内容补充 . . . . .	54
§11.3 习题解答 . . . . .	54
§12 根据振动周期确定势能 . . . . .	58
§12.1 内容提要 . . . . .	58
§12.2 内容补充 . . . . .	59
§13 约化质量 . . . . .	63
§13.1 内容提要 . . . . .	63
§13.2 习题解答 . . . . .	63
§14 有心力场内的运动 . . . . .	65
§14.1 内容提要 . . . . .	65
§14.2 内容补充 . . . . .	66
§14.3 习题解答 . . . . .	75
§15 开普勒问题 . . . . .	84
§15.1 内容提要 . . . . .	84

---

§15.2 内容补充 . . . . .	85
§15.3 习题解答 . . . . .	97
<b>第四章 质点碰撞 . . . . .</b>	<b>104</b>
§16 质点分裂 . . . . .	104
§16.1 内容提要 . . . . .	104
§16.2 内容补充 . . . . .	106
§16.3 习题解答 . . . . .	107
§17 质点弹性碰撞 . . . . .	110
§17.1 内容提要 . . . . .	110
§17.2 内容补充 . . . . .	111
§17.3 习题解答 . . . . .	114
§18 质点散射 . . . . .	115
§18.1 内容提要 . . . . .	115
§18.2 内容补充 . . . . .	116
§18.3 习题解答 . . . . .	118
§19 卢瑟福公式 . . . . .	125
§19.1 内容提要 . . . . .	125
§19.2 内容补充 . . . . .	125
§19.3 习题解答 . . . . .	128
§20 小角度散射 . . . . .	131
§20.1 内容提要 . . . . .	131
§20.2 内容补充 . . . . .	132
§20.3 习题解答 . . . . .	132
<b>第五章 微振动 . . . . .</b>	<b>136</b>
§21 一维自由振动 . . . . .	136
§21.1 内容提要 . . . . .	136
§21.2 习题解答 . . . . .	137
§22 强迫振动 . . . . .	142
§22.1 内容提要 . . . . .	142
§22.2 内容补充 . . . . .	143
§22.3 习题解答 . . . . .	144

---

§23 多自由度系统振动 . . . . .	150
§23.1 内容提要 . . . . .	150
§23.2 内容补充 . . . . .	151
§23.3 习题解答 . . . . .	155
§24 分子振动 . . . . .	162
§24.1 内容提要 . . . . .	162
§24.2 内容补充 . . . . .	162
§24.3 习题解答 . . . . .	163
§25 阻尼振动 . . . . .	171
§25.1 内容提要 . . . . .	171
§25.2 内容补充 . . . . .	173
§26 有摩擦的强迫振动 . . . . .	174
§26.1 内容提要 . . . . .	174
§26.2 内容补充 . . . . .	175
§26.3 习题解答 . . . . .	179
§27 参变共振 . . . . .	180
§27.1 内容提要 . . . . .	180
§27.2 内容补充 . . . . .	181
§27.3 习题解答 . . . . .	187
§28 非简谐振动 . . . . .	187
§28.1 内容提要 . . . . .	187
§28.2 内容补充 . . . . .	188
§29 非线性振动中的共振 . . . . .	199
§29.1 内容提要 . . . . .	199
§29.2 内容补充 . . . . .	201
§29.3 习题解答 . . . . .	206
§30 快速振动场中的运动 . . . . .	209
§30.1 内容提要 . . . . .	209
§30.2 内容补充 . . . . .	210
§30.3 习题解答 . . . . .	217
<b>第六章 刚体的运动 . . . . .</b>	<b>221</b>
§31 角速度 . . . . .	221
§31.1 内容提要 . . . . .	221

---

§31.2 内容补充 . . . . .	222
§32 惯量张量 . . . . .	223
§32.1 内容提要 . . . . .	223
§32.2 内容补充 . . . . .	224
§32.3 习题解答 . . . . .	226
§33 刚体角动量 . . . . .	236
§33.1 内容提要 . . . . .	236
§33.2 内容补充 . . . . .	237
§34 刚体运动方程 . . . . .	239
§34.1 内容提要 . . . . .	239
§34.2 内容补充 . . . . .	240
§35 欧拉角 . . . . .	242
§35.1 内容提要 . . . . .	242
§35.2 内容补充 . . . . .	243
§35.3 习题解答 . . . . .	244
§36 欧拉方程 . . . . .	254
§36.1 内容提要 . . . . .	254
§36.2 内容补充 . . . . .	254
§36.3 补充习题 . . . . .	255
§37 非对称陀螺 . . . . .	257
§37.1 内容提要 . . . . .	257
§37.2 内容补充 . . . . .	257
§37.3 习题解答 . . . . .	262
§38 刚体的接触 . . . . .	266
§38.1 内容提要 . . . . .	266
§38.2 内容补充 . . . . .	267
§38.3 习题解答 . . . . .	271
§39 非惯性参考系中的运动 . . . . .	278
§39.1 内容提要 . . . . .	278
§39.2 内容补充 . . . . .	279
§39.3 习题解答 . . . . .	279

---

第七章 正则方程 . . . . .	287
§40 哈密顿方程 . . . . .	287
§40.1 内容提要 . . . . .	287
§40.2 内容补充 . . . . .	288
§40.3 习题解答 . . . . .	293
§41 罗斯函数 . . . . .	293
§41.1 内容提要 . . . . .	293
§41.2 习题解答 . . . . .	294
§42 泊松括号 . . . . .	295
§42.1 内容提要 . . . . .	295
§42.2 内容补充 . . . . .	297
§42.3 习题解答 . . . . .	300
§43 作为坐标函数的作用量 . . . . .	304
§43.1 内容提要 . . . . .	304
§43.2 内容补充 . . . . .	304
§44 莫培督原理 . . . . .	308
§44.1 内容提要 . . . . .	308
§44.2 内容补充 . . . . .	309
§44.3 习题解答 . . . . .	309
§45 正则变换 . . . . .	313
§45.1 内容提要 . . . . .	313
§45.2 内容补充 . . . . .	314
§45.3 补充习题 . . . . .	320
§46 刘维尔定理 . . . . .	324
§46.1 内容提要 . . . . .	324
§46.2 内容补充 . . . . .	324
§47 哈密顿 - 雅可比方程 . . . . .	329
§47.1 内容提要 . . . . .	329
§47.2 内容补充 . . . . .	330
§47.3 补充习题 . . . . .	331
§48 分离变量 . . . . .	332
§48.1 内容提要 . . . . .	332
§48.2 内容补充 . . . . .	333
§48.3 不同坐标系下的分离变量, 例题 . . . . .	334

---

§48.4 习题解答 . . . . .	341
§49 浸渐不变量 . . . . .	347
§49.1 内容提要 . . . . .	347
§49.2 内容补充 . . . . .	347
§49.3 补充习题 . . . . .	348
§50 正则变量 . . . . .	354
§50.1 内容提要 . . . . .	354
§50.2 内容补充 . . . . .	355
§50.3 习题解答 . . . . .	355
§51 浸渐不变量守恒的准确度 . . . . .	360
§51.1 内容提要 . . . . .	360
§51.2 内容补充 . . . . .	361
§51.3 习题解答 . . . . .	362
§52 条件周期运动 . . . . .	364
§52.1 内容提要 . . . . .	364
§52.2 内容补充 . . . . .	366
§52.3 习题解答 . . . . .	372
索引 . . . . .	379

# 第一章

## 运动方程

---

本章所讨论的系统是仅受到理想完整约束且所有主动力均为有势力(或保守力)的系统. 在这种情况下, 可以从哈密顿原理<sup>①</sup>(或最小作用量原理) 导出系统的运动微分方程, 即拉格朗日方程<sup>②</sup>.

哈密顿原理表示的是, 对实际运动作用量  $S = \int L dt$  取极值. 对于理想完整保守系统, 作用量  $S$  中的拉格朗日函数  $L$  是系统的特性函数, 即由它原则上可以完全确定系统的运动情况. 对自由粒子系统,  $L$  的表示形式可以利用时间空间的性质(即时间是均匀的, 空间是均匀和各向同性的)得到, 然后再推广到有相互作用的问题. 有非保守力和非完整约束的系统相关的动力学方程等在第六章最后一节(即 §38)中讨论.

### §1 广义坐标

#### §1.1 内容提要

对于力学系统, 设有  $N$  个质点, 通常用径矢  $\mathbf{r}_a (a = 1, 2, \dots, N)$  指定其中各个质点的位置, 即系统的位形, 这总计有  $3N$  个坐标. 但是实际系统会受到各种约束的限制,  $3N$  个坐标并不都是独立的.

能唯一地确定系统位置(即位形)所需独立变量的数目称为系统的自由度(设为  $s$ ), 相应的变量称为广义坐标, 记为  $q_1, q_2, \dots, q_s$ , 其导数  $\dot{q}_i (i = 1, 2, \dots, s)$  和  $\ddot{q}_i (i = 1, 2, \dots, s)$  分别称为广义速度和广义加速度. 广义坐标不一定是笛卡儿坐标. 广义坐标与笛卡儿坐标之间的关系称为坐标变换关

---

<sup>①</sup> William Rowan Hamilton, 1805—1865, 爱尔兰数学家、物理学家及天文学家.

<sup>②</sup> Joseph-Louis Lagrange, 1736—1813, 法国籍意大利裔数学家和天文学家.

系

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{r}_a(q_1, q_2, \dots, q_s, t), \quad (a = 1, 2, \dots, N). \quad (1.1)$$

系统的力学状态由广义坐标和相应的广义速度给定, 即它们原则上可以确定系统在任意时刻的位形以及位形的变化.

## §1.2 内容补充

### 1. 约束和分类

要理解广义坐标以及相关的问题, 需要对约束以及分类有一个基本的了解.

在分析力学中处理问题时, 首要的是先明确系统, 这是所有讨论的基本出发点. 系统中各质点(离散系统)或质元(连续分布的系统)的位置的集合称为系统的位形. 约束是对系统的位形以及位形的变化的一种限制.

按照是否同时限制位形和位形的变化可将约束分为完整约束(也称为几何约束)和非完整约束两类. 前者仅对位形有限制, 也就是约束相应的数学关系(称为约束方程)一般具有下列形式

$$f_j(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N, t) = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, l), \quad (1.2)$$

其中  $l$  为这类约束的个数. 非完整约束对位形以及位形的变化均有限制, 约束方程通常具有下列形式

$$f_j(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N, \dot{\mathbf{r}}_1, \dot{\mathbf{r}}_2, \dots, \dot{\mathbf{r}}_N, t) = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, l'). \quad (1.3)$$

依据约束方程中是否显含时间, 又可将约束分为定常约束和非定常约束两类. 前者是显含时间的, 后者则否. 方程(1.2)和(1.3)表示的均是非定常约束.

根据约束是否可以解除又将约束分为单侧约束和双侧约束. 单侧约束是可解除的约束, 约束方程通常表示为不等式. 在实际问题中, 约束解除与否取决于约束力的变化情况. 约束方程可以表示为等式的约束称为双侧约束.

在讨论动力学问题时, 往往需要根据系统所受各约束力的虚功之代数和是否等于零将约束分为理想约束和非理想约束. 设各质点的虚位移分别为  $\delta\mathbf{r}_a$ , 受到的约束力为  $\mathbf{F}'_a$ , 如果有

$$\sum_{a=1}^N \mathbf{F}'_a \cdot \delta\mathbf{r}_a = 0, \quad (1.4)$$