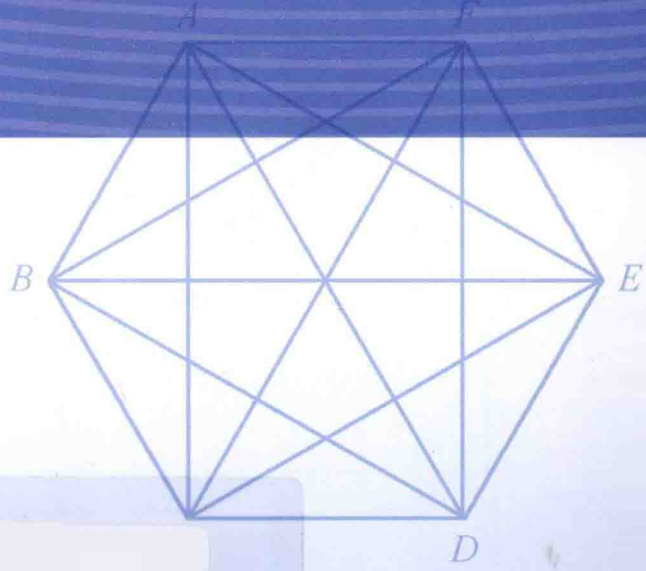
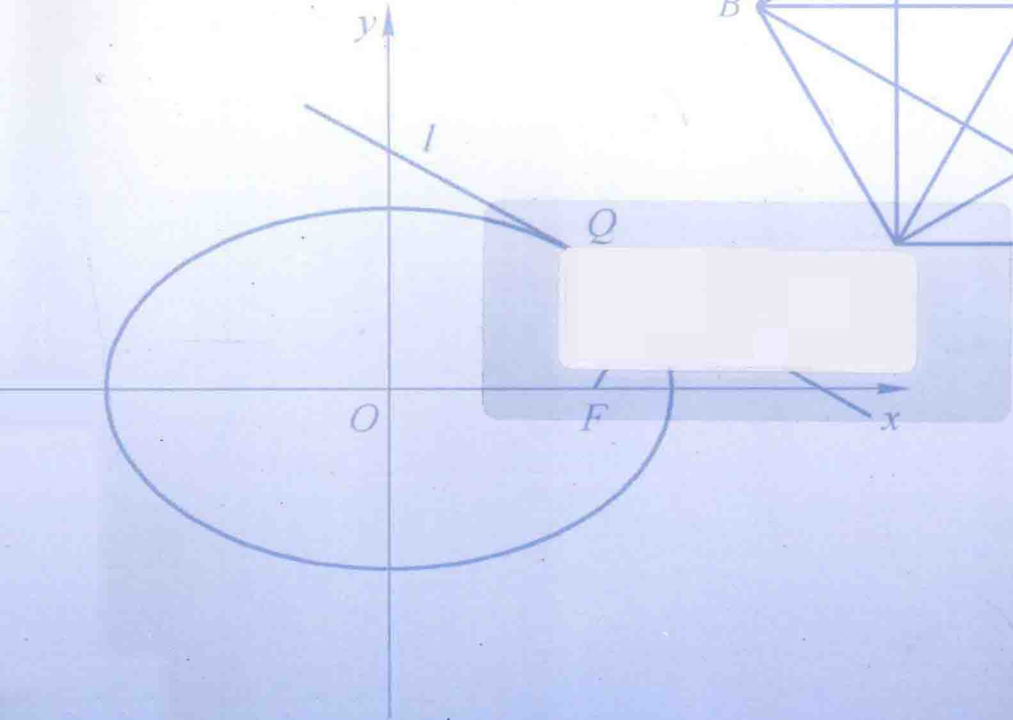
GAOZHONG
SHUXUE JIAOXUE
QIANTAN

高中数学教学浅谈

陆学政　著





上海科学技术出版社

高中数学教学浅谈

陆学政　著

上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书收录了作者近几年发表在各类中学数学教学学术期刊上的文章若干篇，可分为学习指导、课堂教学、高考复习三个方面。作者立足于自身在高中数学教育实践中积累的鲜活案例，致力于实实在在的行动研究，既有对教材的深入领会与解剖，也有对课堂教学的创新设计与反思改进；既有如何对学生进行学习指导的分析与实践，也有如何促进高中数学教师专业发展的思考与建议；既有对高考试题的评论与研究，也有对高考复习的探索与管理，旨在帮助教师加深对教材和高考的理解，掌握教材的内容，进一步提高教学质量。

图书在版编目(CIP)数据

高中数学教学浅谈/陆学政著. —上海:上海科学技术出版社,2014.7

ISBN 978-7-5478-2246-3

Ⅰ.①高… Ⅱ.①陆… Ⅲ.①中学数学课-教学研究-高中 Ⅳ.①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 105765 号

责任编辑 雷炳坚 刘小莉

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版
（上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235）
上海世纪出版股份有限公司发行中心发行
200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.cc
常熟市兴达印刷有限公司印刷
开本 787×1092 1/16 印张 13.5
字数 299 千字
2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5478-2246-3/G·523
定价：35.00 元

序

翻开手头的这本文集，一缕缕“草根”的清香，一份份沁人的感动扑面而来。这是一位教师的教学手记，字里行间渗透着教书的执着，承载着专业发展的经历；这是一位数学教师的教改笔录，一篇篇朴实的文章，记录着育人的对话，迸溅出教育改革理念的思想火花。这里有教学行动的反思，教学改革的探索，教学设计的创新，教学评价的变革；这里有新课标学习的研读，新教材探究的思索，新教法改革的实践，新课程资源的开发；这里有励志耕耘的磨炼，艰辛攀登的写照，自强不息的勾画，改革信念的闪烁。

2005 年是安徽高中教育不平凡的一年，这一年全省启动了新一轮的高中新课程改革，陆学政老师投身于改革的大潮之中，搏浪奋进。新课程改革给教师的专业发展创造了广阔的空间，在新课程改革中的教师也焕发出新的生命，从 2005 年到 2013 年的整整八年，陆学政老师在课程改革的实践中，不断探索、不断总结，撰写了 44 篇教育教学论文，这些论文源于鲜活的教学实践，展示了作者的教育灵感和智慧。这些文章不少发表在中文核心期刊或权威期刊，其学术价值和现实意义不言而喻。

没有学校层面的变革，就不可能有真正的教育变革。学校一直处在教育变革的风口浪尖，经历着变革更新的挑战。教师是学校工作的承担者和执行者，学校的“教育改革最终发生在课堂上”，教师的专业素质是决定学校工作成效与教育质量的关键。教师的专业发展需要学校的

支持和培养，更需要自我的修炼和倾注；要耐住寂寞、丢去浮躁，潜心学习、刻苦钻研，勤于思索、勇于践行，不断反思、善于总结。八年的教学改革生涯，陆老师正是这样度过的。这一篇篇文章洒满了他前行奋进的足迹，也见证了一位默默无闻耕耘者的心路历程。

苏联教育家苏霍姆林斯基曾说过："一个好教师是这样的人，他精通他所教的科目据以建立的那门科学，热爱那门科学，并了解它的发展情况——最新的发现、正在进行的研究以及最近取得的成果。除此而外，本人若能热心于本门科学正在探讨的问题，并具备进行独立研究的能力，这样的教师则可成为学校的骄傲。"陆学政老师不正是这样的人吗，六安中学可以为他骄傲！

薛 凌

写于 2013 年冬至

目　录

第一篇　学习指导

第二篇　课堂教学

第三篇　高考复习

第一篇　学习指导

导　读

“国培计划”首批专家、上海静安区教育学院附属学校校长张人利说：“当前，课堂教学的突出问题之一是对学生的‘潜意识’暴露不够，‘相异构想’未能呈现，教师往往满足于告诉学生什么是正确的，而未能足够关注在这些问题上学生怎么想.”他指出：在教学中，教师应致力于将学生脑子中正确的、错误的认识都挖出来，以引起认知冲突，只有经历充分的思考、辨析的过程，才能真正抛去原来的错误认识，留下正确的. 否则，错误的东西在下面，正确的东西在上面，看起来好像问题得到了解决，实际上错误的东西迟早还会冒上来，学生还是会犯同样的错误.

学生在学习中出现这样那样的错误认识，是非常正常的，教师的主要任务就是要及时发现甚至有意识地让学生暴露出自己的错误，然后“咬定错误不放松”，引导学生对自己的错误进行深刻的反思、透彻的剖析，既讲逻辑，又讲道理，逐步达到对问题本质的理解，这是学生在学习知识、提高能力的过程中必不可少的一个环节，呈现的是一种科学的、“螺旋上升”式的进步.

在当前的高中数学教学中，不少教师仍然习惯于从正面对学生进行数学教育，在对学生错误的纠正上往往认为“老师讲过了，学生订正就行了”，因此一带而过、浅尝辄止，缺乏应有的重视. 经常听到有的数学教师抱怨：我讲了很多、学生也练了很多，可就是成效不明显，考试的时候有些平时讲了很多遍的问题学生也会弄错，也不知为什么. 根本原因在于总是喜欢给学生吃“压缩饼干”，对学生的具体学情关注不够，对学生学习中的困难与错误没有从根本上加以解决.

本篇收集了作者对学生进行答疑解惑的几篇短文，力求针对学生在学习中遇到的错误，从不同的视角进行剖析，通过彻底的“纠错”以不断提高学生的数学素养，如《导数应用“扫盲”》《“数形结合”应注意等价性》《名为求“范围”，实则求“数值”》等文，而《列表法“追踪”循环结构中的变量》一文则是从学法指导的角度，对提高学生的学习效率有所裨益.

1 错在哪里

题目 已知定点 $A(a,0)$，其中 $0<a<3$，它到曲线 $\begin{cases}x=3\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$ $(\theta\in\mathbf{R})$ 上的点的距离的最小值为 1，求 a 的值.

解答 曲线 $\begin{cases}x=3\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$ $(\theta\in\mathbf{R})$ 即为椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$，以点 $A(a,0)$ 为圆心，1 为半径的圆的方程是：$(x-a)^2+y^2=1$. 根据题意，此圆应与椭圆相切. 联立，得

$$\begin{cases}\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1, & ①\\ (x-a)^2+y^2=1. & ②\end{cases}$$

由①，得
$$y^2=4-\frac{4x^2}{9}.$$

代入②消去 y^2，整理，得

$$5x^2-18ax+9a^2+27=0. \quad ③$$

令 $\Delta=0$，得 $a^2=\frac{15}{4}$.

又 $\because 0<a<3$，$\therefore a=\frac{\sqrt{15}}{2}$.

解答错了！错在哪里？

分析 错在误认为方程③有两相等实根等价于原方程组有唯一解，事实上，当 $a=\frac{\sqrt{15}}{2}$ 时，方程③确实有两相等实根 $x_1=x_2=\frac{9\sqrt{15}}{10}$.

代入①，得 $y^2=4-\frac{4x^2}{9}=-\frac{7}{5}$，显然这时原方程组无解.

事实上，由于圆的半径是确定的(为 1)，当圆心到椭圆的距离最小时，并不代表此圆与椭圆相切.

正解 设曲线 $\begin{cases}x=3\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$ $(\theta\in\mathbf{R})$ 上任一点为 $P(3\cos\theta,2\sin\theta)$，则

$$|PA|=\sqrt{(3\cos\theta-a)^2+(2\sin\theta)^2}=\sqrt{5\cos^2\theta-6a\cos\theta+a^2+4}$$
$$=\sqrt{5\left(\cos\theta-\frac{3}{5}a\right)^2+4-\frac{4}{5}a^2}，其中，0<\frac{3}{5}a<\frac{9}{5}.$$

① 若 $0<\frac{3}{5}a\leqslant 1$,即 $0<a\leqslant\frac{5}{3}$,则当 $\cos\theta=\frac{3}{5}a$ 时,$|PA|_{\min}=\sqrt{4-\frac{4}{5}a^2}=1$.

解方程,得 $a=\frac{\sqrt{15}}{2}$,但 $\frac{\sqrt{15}}{2}\notin\left(0,\ \frac{5}{3}\right]$,故舍去.

② 若 $\frac{3}{5}a>1$,即 $\frac{5}{3}<a<3$,则当 $\cos\theta=1$ 时,$|PA|_{\min}=\sqrt{5-6a+a^2+4}=1$.

解方程,得 $a=4$ 或 2. 又∵ $\frac{5}{3}<a<3$,∴ $a=2$.

由①②,得 $a=2$.

（本文曾刊于《中学数学教学》2008 年第 4 期）

2 导数应用“扫盲”

导数法在函数图象和性质的研究中具有广泛的应用,然而,学生在用导数法研究函数时,普遍存在两个“盲点”.一是导数法研究函数图象的变化趋势时,只关注函数的单调性与极值情况,而忽视函数图象的渐近线,当函数在区间端点处没有定义时,往往不假思索地一律在图象上标为“空心点”,表示函数图象在此处“戛然而止”;当区间端点为 $+\infty$ 或 $-\infty$ 时,又简单地认为函数图象一定是向上或向下无限延伸.这些“想当然”的认识经常导致对函数图象的错误判断,从而解题过程要么半途而废,要么似是而非.二是处理含参数不等式恒成立问题时,除了“变更主元法”“数形结合法”等情形外,只要是用导数解决,必用“分离参数法”,对此法可谓“痴心不改”“情有独钟”!殊不知,任何方法都不是万能的,“分离参数法”固然有其优点(分离参数后,最值或确界往往易求,避免了对参数的分类讨论),也具有广泛的应用价值.然而一旦无法顺利实现参数分离,或参数分离后函数的最值(确界)无法求出,便“黔驴技穷”,成为可怜的“跛脚鸭”.因此,学生应及时扫除这两个“盲点”,现举例加以说明,供同学们学习时参考.限于篇幅,对题目的多种正确解法略去,主要呈现学生典型的思维错误及思维障碍.

例 1 求函数 $f(x)=\frac{1}{x^2-2x+2}$ 的值域.

盲点再现 求导,得 $f'(x)=\frac{-2(x-1)}{(x^2-2x+2)^2}$,$x\in\mathbf{R}$.

当 $x>1$ 时,$f(x)$ 单调递减;当 $x<1$ 时,$f(x)$ 单调递增,因此,可作出 $y=f(x)$ 的大致图象(图 1),由于 $f(1)=1$,故函数值域为 $(-\infty,\ 1]$.

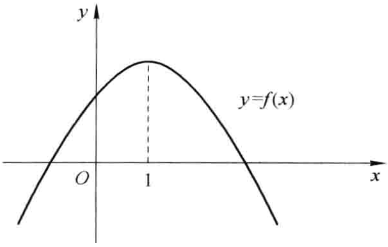


图 1

盲点扫除 用导数法求值域无可厚非,对函数单调性

的分析也是正确的. 问题是,当 $x \to \pm\infty$ 时,一定有 $y \to -\infty$ 吗?

用极限思想分析可知:当 $x \to +\infty$ 时,$x^2-2x+2 \to +\infty$,$\dfrac{1}{x^2-2x+2} \to 0$;当 $x \to -\infty$ 时,$x^2-2x+2 \to +\infty$,$\dfrac{1}{x^2-2x+2} \to 0$. 所以函数 $f(x)$的图象有渐近线 $y=0$ (图 2),因此其值域是$(0, 1]$.

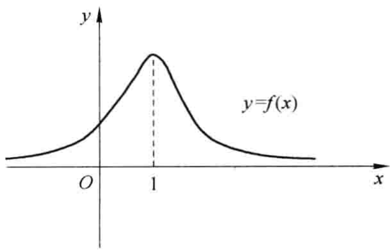


图 2

变题 1 若函数 $f(x)=x^2-6x+4\ln x+a$ ($a \in \mathbf{R}$) 有 3 个不同的零点,求 a 的取值范围.

盲点再现 求导,得 $f'(x)=2x-6+\dfrac{4}{x}=\dfrac{2(x-1)(x-2)}{x}$,$x>0$. 由 $f'(x)>0 \Rightarrow x>2$ 或 $0<x<1$,由 $f'(x)<0 \Rightarrow 1<x<2$. 由此可知,$f(x)$在$(0, 1]$及$[2, +\infty)$单调递增,在$[1, 2]$单调递减. 可作出 $y=f(x)$ 的大致图象(图 3).

极大值 $f(1)=a-5$,极小值 $f(2)=a+4\ln 2-8$.

但由于图中空心点的纵坐标无法求出,或者说,函数 $f(x)$在区间$(0, 1]$的下确界无法求出,因此无法知道何时函数 $f(x)$有 3 个不同的零点.(解题陷入困境)

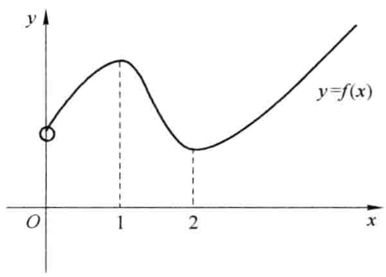


图 3

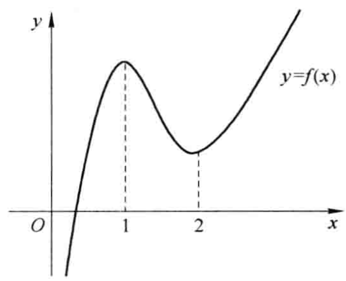


图 4

盲点扫除 事实上,对于函数 $f(x)$,当 $x>0$ 且 $x \to 0$ 时,$x^2-6x \to 0$,$4\ln x+a \to -\infty$ (由对数函数图象与性质可知),因此 $y=f(x)$ 的大致图象应如图 4 所示(y 轴是函数图象的一条渐近线),从而 $f(x)$有 3 个不同的零点当且仅当:

$$\begin{cases} a-5>0, \\ a+4\ln 2-8<0 \end{cases} \Rightarrow 5<a<8-4\ln 2.$$

变题 2 (2007 广东理)已知 a 是实数,函数 $f(x)=2ax^2+2x-3-a$. 如果函数 $y=f(x)$ 在区间$[-1, 1]$上有零点,求 a 的取值范围.

盲点再现 $y=f(x)$ 在区间$[-1, 1]$上有零点,等价于方程 $2ax^2+2x-3-a=0$ 在$[-1, 1]$上有实根,利用分离参数,方程变为 $(2x^2-1)a=3-2x$,显然 $2x^2-1 \neq 0$ (否则 $x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,不满足方程). 得方程 $a=\dfrac{3-2x}{2x^2-1}$ 在$[-1, 1]$上有实根,故只需直线 $y=a$ 与函

数 $g(x)=\dfrac{3-2x}{2x^2-1}$，$x\in[-1,1]$ 的图象有公共点即可.

由 $g'(x)=\dfrac{2(2x^2-6x+1)}{(2x^2-1)^2}$，

令 $g'(x)>0\Rightarrow x>\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$ 或 $x<\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}$.

令 $g'(x)<0\Rightarrow \dfrac{3-\sqrt{7}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$.

又 $x\in[-1,1]$，故 $g(x)$在 $\left[-1,\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}\right]$ 单调递增，在 $\left[\dfrac{3-\sqrt{7}}{2},1\right]$ 单调递减.

作出函数 $y=g(x)$ 的大致图象如图 5 所示.

计算，得 $g(-1)=5$，$g\left(\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}\right)=\dfrac{-3-\sqrt{7}}{2}$，$g(1)=1$，故直线 $y=a$ 与函数 $g(x)$ 的图象有公共点，当且仅当 $5\leqslant a\leqslant\dfrac{-3-\sqrt{7}}{2}$.

盲点扫除 多么"荒谬"的结果！竟然对 $\dfrac{-3-\sqrt{7}}{2}<0$ 视而不见！究其原因，还是对 $x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 附近函数的变化趋势理解错误.

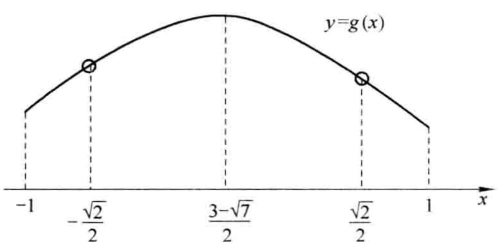


图 5

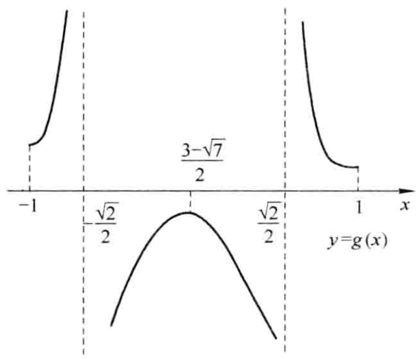


图 6

事实上，当 $x<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $x\to-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$g(x)=\dfrac{3-2x}{2x^2-1}\to+\infty$，当 $x>-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $x\to-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$g(x)=\dfrac{3-2x}{2x^2-1}\to-\infty$，因此，$x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 是函数 $g(x)$图象的一条渐近线. 类似地，$x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 也是函数 $g(x)$图象的一条渐近线. 所以函数 $g(x)$的大致图象应如图 6 所示.

由图 6 可知，直线 $y=a$ 与函数 $g(x)$ 的图象有公共点，当且仅当 $a\geqslant 1$ 或 $a\leqslant$

$\dfrac{-3-\sqrt{7}}{2}$，即 a 的取值范围是 $\left(-\infty, \dfrac{-3-\sqrt{7}}{2}\right] \cup [1, +\infty)$.

例 2 （改编自 2010 湖南文 21）已知函数 $f(x)=(-2x^3+3ax^2+6ax-4a^2-6a)e^x$，其中，$x>a$. 若函数 $f(x)$ 在其定义域内为减函数，求实数 a 的取值范围.

盲点再现 由 $f(x)=(-2x^3+3ax^2+6ax-4a^2-6a)e^x$，求导，得

$$f'(x)=[-2x^3+3(a-2)x^2+12ax-4a^2]e^x.$$

因为函数 $f(x)$ 在其定义域内为减函数，$\therefore f'(x)\leqslant 0$ 在区间 $(a, +\infty)$ 恒成立[其中 $f'(x)=0$ 的解集构不成一个区间]，等价于 $-2x^3+3(a-2)x^2+12ax-4a^2\leqslant 0$ 在区间 $(a, +\infty)$ 恒成立. 该不等式中，参数 a 无法分离，解题陷入困境.

盲点扫除 既然无法实现分离，则考虑 $-2x^3+3(a-2)x^2+12ax-4a^2\leqslant 0$ 恒成立问题时，直接求左边函数的最大值（或上确界，用参数 a 表示），进而求出 a 的范围，解答如下：

设 $g(x)=-2x^3+3(a-2)x^2+12ax-4a^2$，$x\in(a, +\infty)$，则

$$g'(x)=-6(x-a)(x+2).$$

(1) 若 $a=-2$，则 $g'(x)=-6(x+2)^2\leqslant 0$，即 $f'(x)\leqslant 0$ 在区间 $(a, +\infty)$ 恒成立，满足条件；

(2) 若 $a<-2$，则当 $x\in(a, -2)$ 时，$g'(x)>0$，$f'(x)$ 单调递增；当 $x\in(-2, +\infty)$ 时，$g'(x)<0$，$f'(x)$ 单调递减，$f'(x)_{\max}=f'(-2)\leqslant 0\Rightarrow a^2+3a+2\geqslant 0\Rightarrow a\geqslant -1$ 或 $a\leqslant -2$，又 $a<-2$，取交集得 $a<-2$；

(3) 若 $a>-2$，则当 $x\in(a, +\infty)$，$g'(x)<0$，$f'(x)$ 单调递减，$f'(x)_{\text{上确界}}=f'(a)=(a^3+2a^2)e^x\leqslant 0$. 解不等式，得 $a=0$ 或 $a\leqslant -2$.

又 $a>-2$，取交集，得 $a=0$.

综合(1)(2)(3)，实数 a 的取值范围是 $(-\infty, -2]\cup\{0\}$.

变题 （2010 新课标全国理）设函数 $f(x)=e^x-1-x-ax^2$.

(1) 若 $a=0$，求 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 若当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)\geqslant 0$，求 a 的取值范围.

盲点再现 [只考虑第(2)问]

由 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=e^x-1-x-ax^2\geqslant 0$ 恒成立，得

当 $x=0$ 时，$f(0)=0\geqslant 0$，满足，故 $a\in\mathbf{R}$；

当 $x>0$ 时，由 $f(x)=e^x-1-x-ax^2\geqslant 0$，得 $a\leqslant\dfrac{e^x-x-1}{x^2}$.

设 $g(x)=\dfrac{e^x-x-1}{x^2}$，$x>0$，故等价于 $a\leqslant g(x)_{\min}$ 或 $g(x)_{\text{下确界}}$.

求得 $g'(x)=\dfrac{(x^2-2x)e^x+x^2+2x}{x^4}$，$x>0$.

令 $h(x)=(x^2-2x)e^x+x^2+2x$，则 $h'(x)=(x^2-2)e^x+2x+2$，$h''(x)=(x^2+2x-2)e^x+2$，$h'''(x)=(x^2+4x)e^x$，$\because x>0$，$\therefore h'''(x)>0$，即 $h''(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单

调递增，又 $h''(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，∴ $h''(x)>h''(0)=0$，类似地，有 $h'(x)>h'(0)=0$，$h(x)>h(0)=0$，即 $g'(x)>0$，∴ $g(x)=\dfrac{e^x-x-1}{x^2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

[至此，学生通过多次求导，终于得出 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增这一重要结论，似乎大功即将告成.]

然而，“悲剧”发生了：$g(x)$ 在 $x=0$ 处无定义，显然 $g(x)_{\min}$ 不存在，而 $g(x)_{下确界}$ 又不会求，学生陷入深深的困惑之中……

盲点扫除 (1) 上述学生费了九牛二虎之力的解题过程，学过高等数学的教师当然可以将其完成（利用洛必达法则）：

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{e^x-x-1}{x^2}=\lim_{x\to 0^+}\frac{(e^x-x-1)'}{(x^2)'}=\lim_{x\to 0^+}\frac{e^x-1}{2x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{(e^x-1)'}{(2x)'}=\lim_{x\to 0^+}\frac{e^x}{2}=\frac{1}{2},$$

即 $g(x)_{下确界}=\dfrac{1}{2}$，故 a 的取值范围是 $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$.

可惜的是，这超出了高中生的学习要求. 因此，“分离参数法”对高中生来说“失效”了！

(2) 既然“失效”，能否不进行“参数分离”呢？

答案是肯定的，解答如下：

求导，得 $f'(x)=e^x-1-2ax$，$f''(x)=e^x-2a$.

∵ $x\geqslant 0$，∴ $e^x-2a\geqslant 1-2a$.

① 若 $1-2a\geqslant 0$，即 $a\leqslant\dfrac{1}{2}$，则 $f''(x)=e^x-2a\geqslant 1-2a\geqslant 0$，

∴ $f'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，$f'(x)\geqslant f'(0)=0$，$f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，$f(x)\geqslant f(0)=0$，∴ $a\leqslant\dfrac{1}{2}$ 满足.

② 若 $1-2a<0$，即 $a>\dfrac{1}{2}$，则 $f'(x)$ 在 $[0,\ln 2a]$ 单调递减，$f'(x)\leqslant f'(0)=0$，$f(x)$ 在 $[0,\ln 2a]$ 单调递减，当 $x\in[0,\ln 2a]$ 时，$f(x)\leqslant f(0)=0$，不符合.

综上，a 的取值范围是 $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$.

本题充分抓住 $x\geqslant 0$ 及 $f(0)=0$，结合简单的放缩，根据 $f''(x)=e^x-2a$ 的最小值 $1-2a$ 的正负对参数 a 进行分类讨论，避免了函数最值（确界）不可求的矛盾，顺利地求出了 a 的范围，使学生对“分离参数法”应用的条件及含参不等式恒成立问题的处理有了更深刻的认识和理解.

（本文曾刊于《数学通讯》（学生刊）2011 年第 3 期）

参考文献

[1] 刘良志. 例析函数图象的渐近线[J]. 中学数学，2009，(11)：9-11.

[2] 张鹤.用分离变量法解含参数的不等式恒成立问题[J].高中数理化,2006,(1):18-19.
[3] 程文.含参数不等式恒成立问题[J].中学数学教学参考,2010,(6).

3 列表法"追踪"循环结构中的变量

近几年,在实行新课标的省市区高考数学试卷中,对"算法"部分的考查主要是以阅读理解程序框图的形式出现,而程序框图的考查重点无一例外都放在了循环结构上.在实际学习中,很多学生对循环结构框图中变量变化情况的掌握存在比较大的困难,具体表现在随着循环次数的增加,学生对某些变量的变化情况逐渐变得模糊,甚至混淆,进而对循环的条件、循环的过程、循环的结果、循环的功能等无法准确把握.

那么,如何才能突破上述难点呢?关键在于能否准确"追踪"循环结构中的变量."追踪"是几何画板"显示"菜单中的一个重要功能,主要是通过设置所选中的点、线、圆、轨迹、图象等对象为跟踪对象,在移动该对象时显示其踪迹."追踪"功能反映在循环结构中,就是力求直观具体地显示变量的变化过程.而列表法是实现这一目标的有效途径,它简单明了、通俗易懂、便于操作.本文拟举例说明列表法的应用,供学生学习时参考.

1. 利用列表,确定循环结构中变量的输出结果

例 1 (2010 福建理 5)阅读如图 1 所示的程序框图,运行相应的程序,输出的 i 值等于(　　).

A. 2　　B. 3
C. 4　　D. 5

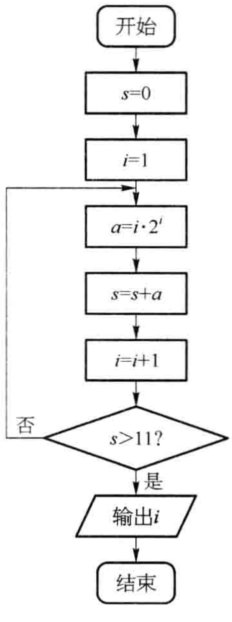


图 1

略解 这里的循环条件是通过对"$s>11$"这个不等式的真假判断来实现的.因此,这里的判断框是个关键点.我们对程序每次循环到这个判断框时的三个变量 a, s, i 进行列表追踪,得到如表 1 所示结果(此表反映了每个值的计算过程,以下略).

表 1

a	s	i
$1\times2^1=2$	$0+2=2$	$1+1=2$
$2\times2^2=8$	$2+8=10$	$2+1=3$
$3\times2^3=24$	$10+24=34$	$3+1=4$

由表 1 可知,输出的 i 值等于 4,选 C.

评析 (1) 列表的时候,表中的变量自左至右的顺序应与框图中各变量发生变化的先后顺序保持一致,便于明确每个变量的当前值是哪一次循环得到的.

(2) 无论是"直到型"还是"当型"循环结构,列表时均以判断框作为计算每一组变量值

的分界点.

例 2 (2010 江苏 7)如图 2 是一个算法流程图,则输出的 s 的值是________.

略解 列表如表 2 所示.

表 2

n	s
1	3
2	7
3	15
4	31
5	63

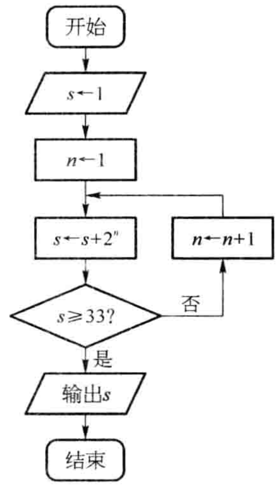


图 2

由表 2 可知,输出的 s 的值是 63.

评析 本题的循环结构中,循环体看起来好像被判断框"分割"成了两部分:s 在判断框前开始第一次变化,而 n 在判断框后才开始第一次变化.实际上,抓住了"判断框作为分界点"这个关键,第一组变量的值就不难确定是"$n=1$, $s=3$",而不是"$s=3$, $n=2$";同时也不难确定,变量变化的先后顺序是:n 在前而 s 在后.

例 3 (2009 海南宁夏理 10)如果执行如图 3 所示的程序框图,输入 $x=-2$, $h=0.5$,那么输出的各个数的和等于( ).

A. 3　　　　B. 3.5　　　　C. 4　　　　D. 4.5

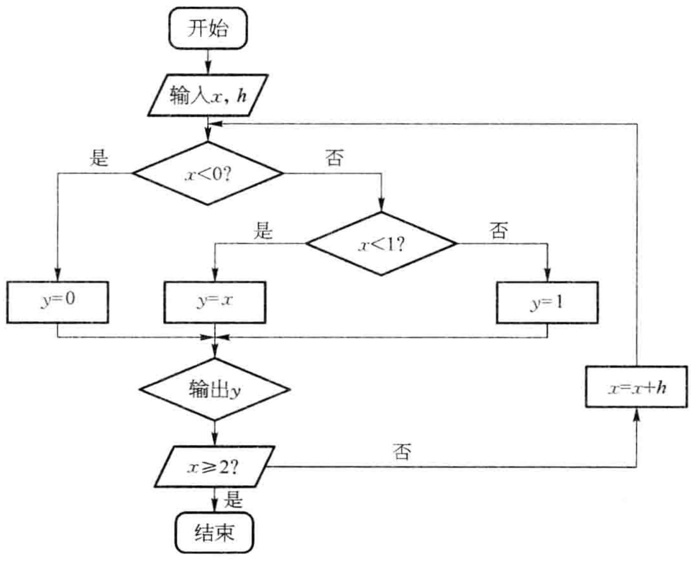


图 3