

奥数题库



澳大利亚数学能力检测 试题解析与评注

中学初级卷

2006—2013

(适) 年级)

[澳] W. J. 阿特金斯 P. J. 泰勒 M. G. 克拉珀 编著
朱华伟 孙文先 编译



科学出版社

奥数题库



澳大利亚数学能力检测 试题解析与评注

中学初级卷

2006—2013

(适用于小学六年级 初中一年级)

〔澳〕W. J. 阿特 G. 克拉珀 编著
朱华伟 孙文先 编译

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书收录了 2006—2013 年澳大利亚数学能力检测中学初级卷的全部试题,对每一道试题均给出详细解答,有些题目还给出了多种解法与评注,以使读者加深对问题的理解并能开拓思路,培养举一反三的能力。

本书可供小学六年级、初一数学资优生,准备参加小学、初一数学竞赛的学生,中小学数学教师、数学爱好者、高等师范院校数学教育专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

澳大利亚数学能力检测试题解析与评注. 中学初级卷: 2006—2013 / (澳)阿特金斯(Atkins, W. J.), (澳)泰勒(Taylor, P. J.), (澳)克拉珀(Clapper, M. G.) 编著; 朱华伟, 孙文先编译. —北京: 科学出版社, 2014.3

(奥数题库)

ISBN 978-7-03-040208-0

I. ①澳… II. ①阿…②泰…③克…④朱…⑤孙… III. ①中学数学课—初中—题解 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 049013 号

责任编辑: 李 敏 周 杰 / 责任校对: 朱光兰

责任印制: 赵德静 / 封面设计: 黄华斌

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 4 月第 一 版 开本: 720 × 1000 1/16

2014 年 4 月第一次印刷 印张: 11 1/2

字数: 230 000

定价: 48.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

张景中谈奥数

华伟教授认为,竞赛数学是教育数学的一部分.这个看法是言之成理的.数学要解题,要发现问题、创造方法.年复一年进行的数学竞赛活动,不断地为数学问题的宝库注入新鲜血液,常常把学术形态的数学成果转化为可能用于教学的形态.早期的国际数学奥林匹克试题,有不少进入了数学教材,成为例题和习题.竞赛数学与教育数学的关系,于此可见一斑.

写到这里,忍不住要为数学竞赛说几句话.有一阵子,媒体上面出现不少讨伐数学竞赛的声音,有的教育专家甚至认为数学竞赛之害甚于黄、赌、毒.我看了有关报道后第一个想法是,中国现在值得反对的事情不少,论轻重缓急还远远轮不到反对数学竞赛吧.再仔细读这些反对数学竞赛的意见,可以看出来,他们反对的实际上是某些为牟利而又误人子弟的数学竞赛培训.就数学竞赛本身而言,是面向青少年中很小一部分数学爱好者而组织的活动.这些热心参与数学竞赛的数学爱好者(还有不少数学爱好者参与其他活动,例如青少年创新发明活动、数学建模活动、近年来设立的丘成桐中学数学奖),估计不超过约两亿中小学生的百分之五.从一方面讲,数学竞赛培训活动过热产生的消极影响,和升学考试体制以及教育资源分配过分集中等多种因素有关,这笔账不能算在数学竞赛头上;从另一方面看,大学招生和数学竞赛挂钩,也正说明了数学竞赛活动的成功因而得到认可.对于青少年的课

外兴趣活动，积极的对策不应当是限制堵塞，而是开源分流。发展多种课外活动，让更多的青少年各得其所，把各种活动都办得像数学竞赛这样成功并且被认可，数学竞赛培训活动过热的问题自然就化解或缓解了。

摘自《走进教育数学》丛书总序

前 言

澳大利亚数学竞赛 (Australian Mathematics Competition) 于 1978 年开始正式举办, 在此之前曾在澳大利亚一些地区进行小规模试验性的竞赛. 目前它是世界上规模最大的数学竞赛之一, 每年都吸引几十万名学生参赛, 其中部分参赛者是来自邻近国家和地区, 人数较多者包括新加坡、新西兰、马来西亚、中国台湾、中国香港与菲律宾, 成绩表现优异的国家还包括中国、印度尼西亚、泰国、印度与保加利亚, 在澳大利亚几乎所有的学校都参加此竞赛.

澳大利亚数学竞赛中学试题依难易分为中学初级卷 (适用于小学六年级、初中一年级)、中学中级卷 (适用于初中二、三年级)、中学高级卷 (适用于高中) 三种. 每套试题共有 30 题, 第 1—25 题是有 5 个选择项的单项选择题, 第 26—30 题则深具挑战性, 其答案设计为 000~999 的正整数. 答题时间 75 分钟, 不得使用任何辅助计算器具.

试题的难度是经过精心分级的, 前面的一些试题, 通常与课堂上数学基本技能高度相关, 我们假定所有的学生应该有能力答对这些题目. 从第 11 题以后, 试题难度逐渐加深, 特别是最后五题, 则是非常具有挑战性的.

命题委员会的组成包括来自澳大利亚与世界各地的专家, 他们全心投入拟订试题与审查试题的工作, 以确保试题的质量, 并控制试题所涉及的知识以免超出中学生的能力. 特别具有难度的试题, 考生必须熟悉如何运用课堂知识与细心尝试各种可能性,

才能够求出答案.

澳大利亚数学信托基金会 (Australian Mathematics Trust) 出版了一系列有关澳大利亚数学竞赛中学试题的解析, 但因为是根据试题所属数学知识之分支编排, 将中学初级卷、中级卷、高级卷的试题都融合在一起, 知识面跨度较大, 对于中学低年级学生阅读产生一定的困难. 于是我们改变了编排的形式, 本书收录 2006—2013 年澳大利亚数学竞赛中学初级卷的全部试题, 我们将英文版原试题与中文翻译版试题并列, 以方便学生顺便了解数学语句与词汇的英文说法. 对于每一道试题我们均给出了详细解答, 有些题目还给出了多种解法与评注, 目的是使读者加深对问题的理解与开拓思路, 从中得到有益的启发. 本书英文版的所有打字编排工作全由命题委员会主席 Warren Atkins 与澳大利亚数学信托基金会执行董事 Peter Taylor 亲自操办, 书中运用许多生动的图案与表格来体现一些概念, 让学生易于了解, 非常适合喜爱数学的中小學生自修.

在本书编译与撰写评注过程中, 我们参阅了许多中外文文献资料, 在此向原作者表示衷心的感谢. 财团法人台北市九章数学教育基金会研究员李政霖、广州大学附属中学李平芳老师对本书的编写提供了很大的帮助, 在此向他们表示真诚的感谢. 对于本书存在的问题, 诚挚希望读者不吝赐教.

2013 年 11 月于广州大学城

目 录

张景中谈奥数

前言

第 1 章 2006—2013 年英文试题、中文试题	1
1.1 2006 年中学初级卷英文试题	1
1.2 2006 年中学初级卷中文试题	6
1.3 2007 年中学初级卷英文试题	11
1.4 2007 年中学初级卷中文试题	16
1.5 2008 年中学初级卷英文试题	21
1.6 2008 年中学初级卷中文试题	27
1.7 2009 年中学初级卷英文试题	32
1.8 2009 年中学初级卷中文试题	37
1.9 2010 年中学初级卷英文试题	43
1.10 2010 年中学初级卷中文试题	48
1.11 2011 年中学初级卷英文试题	54
1.12 2011 年中学初级卷中文试题	59
1.13 2012 年中学初级卷英文试题	65
1.14 2012 年中学初级卷中文试题	70
1.15 2013 年中学初级卷英文试题	75
1.16 2013 年中学初级卷中文试题	81
第 2 章 2006—2013 年试题简答	89
2.1 2006 年中学初级卷试题简答	89
2.2 2007 年中学初级卷试题简答	89
2.3 2008 年中学初级卷试题简答	90
2.4 2009 年中学初级卷试题简答	90

2.5	2010 年中学初级卷试题简答	91
2.6	2011 年中学初级卷试题简答	91
2.7	2012 年中学初级卷试题简答	92
2.8	2013 年中学初级卷试题简答	92
第 3 章	2006—2013 年试题解析与评注	93
3.1	2006 年中学初级卷试题解析与评注	93
3.2	2007 年中学初级卷试题解析与评注	101
3.3	2008 年中学初级卷试题解析与评注	114
3.4	2009 年中学初级卷试题解析与评注	123
3.5	2010 年中学初级卷试题解析与评注	130
3.6	2011 年中学初级卷试题解析与评注	142
3.7	2012 年中学初级卷试题解析与评注	153
3.8	2013 年中学初级卷试题解析与评注	161

第 1 章 2006—2013 年英文试题、中文试题

1.1 2006 年中学初级卷英文试题

Australian Mathematics Competition 2006 Junior Division Competition Paper

Questions 1 to 10, 3 marks each

1. The value of $95 - 83$ is?

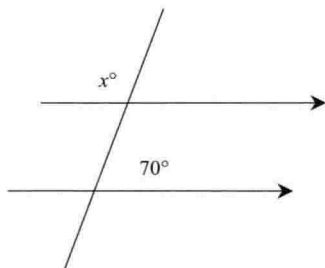
- (A) 2 (B) 8 (C) 11 (D) 12 (E) 22

2. 0.5 expressed as a fraction is?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$
(D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

3. In the diagram, x equals?

- (A) 70 (B) 80 (C) 90
(D) 100 (E) 110



4. The value of $\frac{6 \times 25}{3 \times 5 \times 2}$ is?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6

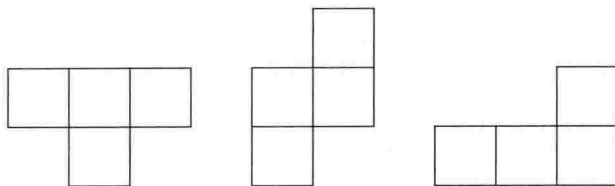
5. When I start a journey, the tripmeter reads 789 km. When I finish it reads 901 km. The distance travelled, in kilometres, is?

- (A) 102 (B) 108 (C) 110 (D) 112 (E) 288

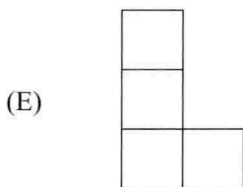
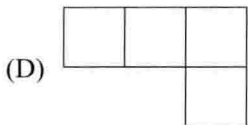
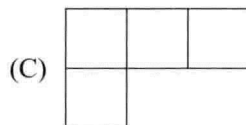
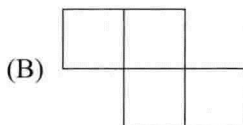
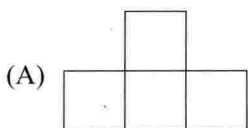
6. The change from \$50 if you bought 7 bottles of orange juice at 70 c per bottle should be?

- (A) \$45.10 (B) \$49.10 (C) \$41.90 (D) \$44.10 (E) \$45.90

7. A tetromino is a shape consisting of four squares joined along their edges. Here are three different tetrominoes:



Which of the tetrominoes below **cannot** be obtained by a rotation, in the plane, of one of the above tetrominoes?



8. The area, in square centimetres, of one face of a cube whose volume is 64cm^3 is?

- (A) 8 (B) 16 (C) 24 (D) 32 (E) 64

9. The value of $\frac{3}{5} - \frac{2}{10} + \frac{3}{15} - \frac{4}{10}$ is?

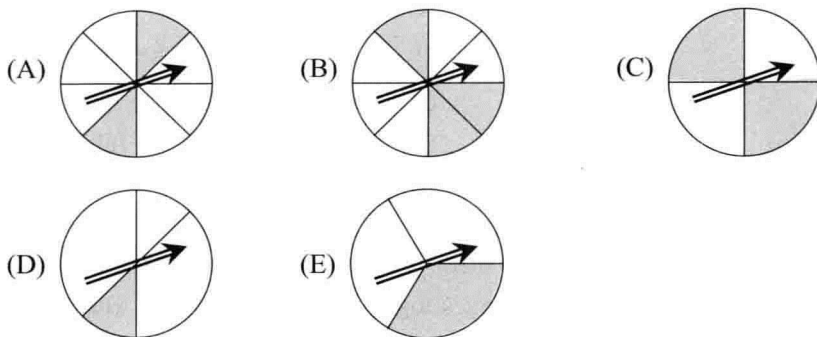
- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) 0

10. The average of five numbers is 4. Four of them are 1, 2, 3 and 4. What is the other?

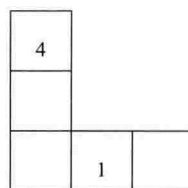
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Questions 11 to 20, 4 marks each

11. Which of the spinners below would give a one-in-four chance of the arrow landing in the shaded region?



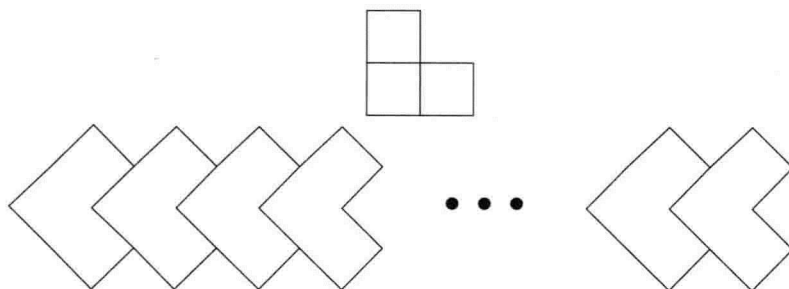
12. The numbers from 1 to 5 are placed one per square in the diagram shown, so that the sum of the three numbers in the horizontal row is the same as the sum of the three numbers in the vertical column.



If the numbers 1 and 4 are placed as shown, then the sum of the row or column is?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

13. Fifty L shaped tiles, each made out of three 1 cm by 1 cm squares, are arranged as shown below.



The perimeter of the resulting shape, in centimetres, is?

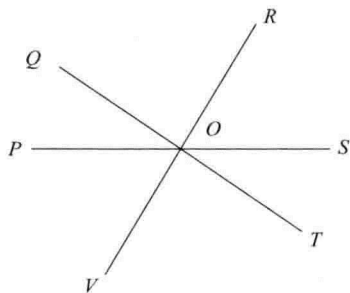
- (A) 202 (B) 204 (C) 206 (D) 208 (E) 210

14. Using only 5 c, 10 c and 20 c coins, in how many ways can you make up 35 cents?

- (A) 4 (B) 6 (C) 5 (D) 8 (E) 7

15. In the diagram, $\angle POR = 120^\circ$ and $\angle QOS = 145^\circ$. The size of $\angle TOV$ is?

- (A) 45° (B) 60° (C) 85° (D) 90° (E) 95°



16. The middle date of the year in 2006 is?

- (A) 29th June (B) 30th June
(C) 1st July (D) 2nd July
(E) 3rd July

17. Gina has three children and one of them is a teenager. When she multiplies their ages together the result is 770. How old is the teenager?

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

18. A $1 \times 1 \times 1$ cube is cut out of a $10 \times 10 \times 10$ cube. Then a $2 \times 2 \times 2$ cube is cut from the remainder followed by a $3 \times 3 \times 3$ cube and so on. What is the largest cube which can be cut out?

- (A) $3 \times 3 \times 3$ (B) $4 \times 4 \times 4$ (C) $6 \times 6 \times 6$
(D) $7 \times 7 \times 7$ (E) $5 \times 5 \times 5$

19. The digits 3, 4, 5 and 6 can be put together to form 24 different four-digit numbers. If these numbers are arranged from smallest to largest, which number is in the thirteenth position?

- (A) 3654 (B) 4563 (C) 5346
(D) 5436 (E) 6345

20. The corner of a rectangular piece of paper is folded as shown in figure 1, then folded again, so the corner A just touches the first fold line as shown in figure 2.

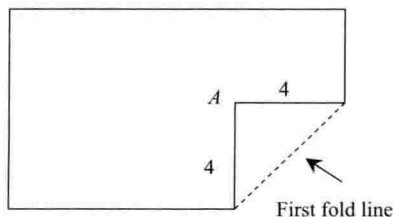


figure 1

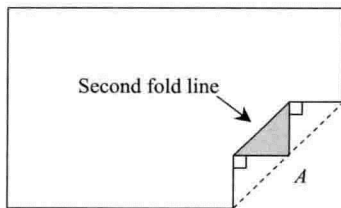


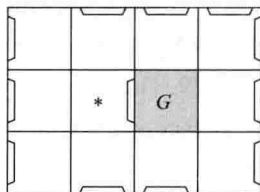
figure 2

The area, in square units, of the shaded triangle is?

- (A) 4 (B) 2 (C) 6 (D) $2\frac{1}{3}$ (E) $1\frac{2}{3}$

Questions 21 to 30, 5 marks each

21. In aerial view, an apartment block is composed of a number of square apartments and a number of square gardens, joined to form a rectangular block. Apartments must have at least one window, either to the outside or to one of the gardens. For example, in the 3×4 block below, the apartment marked * has a window onto the internal garden G , whilst all other apartments have outside windows.



What is the smallest number of gardens required for such a 6×6 square block?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

22. The number 2^{2006} ends in what digit?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

23. The nine squares of a 3×3 grid painted on a wall are to be coloured red,

R	W	B
B	R	W
W	B	R

white and blue so that no row or column contains squares of the same colour. One such pattern is shown in the diagram. How many different patterns can be made?

- (A) 15 (B) 6 (C) 9
(D) 12 (E) 24

24. How many different pairs of 2-digit numbers multiply to give a 3-digit number with all digits the same?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

25. We will call a number N green if $6 \times N$ contains none of the digits 0, 1, 2, 3 and 4. There are two digits such that every green number contains at least one of them. One of these two digits is 1. What is the other?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

For questions 26 to 30, shade the answer as a whole number from 000 to 999 in the space provided on the answer sheet.

26. What is the sum of the **digits** of all 2-digit numbers from 10 to 99?

27. Each of the students in a class writes a different 2-digit number on the

whiteboard. The teacher claims that no matter what the students write, there will be at least three numbers on the whiteboard whose digits have the same sum. What is the smallest number of students in the class for the teacher to be correct?

28. A 5 cm by 5 cm by 4 cm block is built from one hundred $1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ cubes, each of which is coloured red or white. The cubes are arranged in such a way that no two cubes which touch along a face are the same colour. What is the number of **red faces** in the interior of the block?

29. The vertices of a cube are each labelled with one of the integers $1, 2, 3, \dots, 8$. A face-sum is the sum of the labels of the four vertices on a face of the cube. What is the maximum number of equal face-sums in any of these labellings?

30. It is a surprising fact that $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 8 \times 9 \times 10$. It is even more surprising that $8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14$ is equal to another such product of consecutive whole numbers. What is the smallest number in this other product?

1.2 2006年中学初级卷中文试题

2016年澳大利亚数学能力检测中学初级卷

1—10题, 每题3分

1. 算式 $95-83$ 等于?

- (A) 2 (B) 8 (C) 11 (D) 12 (E) 22

2. 将 0.5 表示为分数等于?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

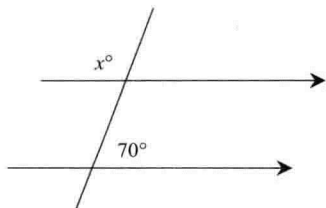


图 1-1

3. 图 1-1 中, x 的值为?

- (A) 70 (B) 80 (C) 90
(D) 100 (E) 110

4. 算式 $\frac{6 \times 25}{3 \times 5 \times 2}$ 等于?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 5 (E) 6

5. 当我出发时, 里程表上的读数为 789 km , 当我抵达目的地时其读数为 901 km . 请问我行驶的距离为多少千米?

- (A) 102 (B) 108 (C) 110 (D) 112 (E) 288

6. 若您支付\$50 购买每瓶价格为\$0.70 的果汁 7 瓶时, 请问应该找回多少钱?

- (A) \$45.10 (B) \$49.10 (C) \$41.90 (D) \$44.10 (E) \$45.90

7. 图 1-2 为三种不同形状的纸片.

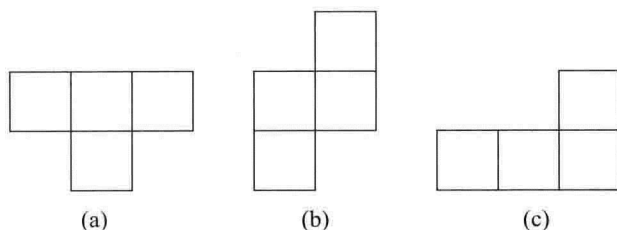
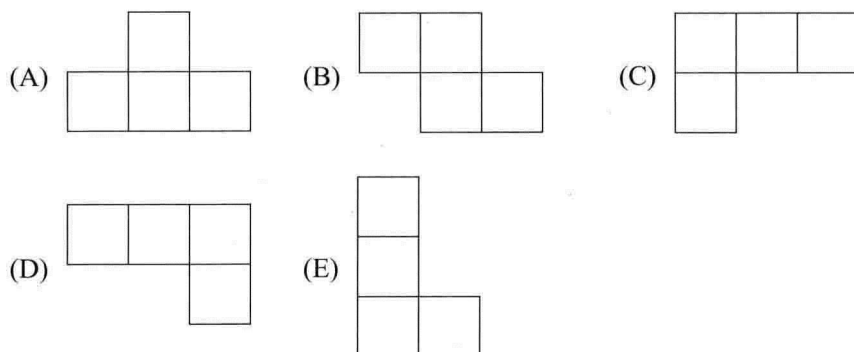


图 1-2

在桌面上旋转上列纸片, 请问不能得到下列哪一个形状?



8. 在一个体积为 64 cm^3 的正立方体中, 请问它每个面的面积为多少平方厘米?

- (A) 8 (B) 16 (C) 24 (D) 32 (E) 64

9. 算式 $\frac{3}{5} - \frac{2}{10} + \frac{3}{15} - \frac{4}{10}$ 等于?

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) 0

10. 有五个数的平均值是 4, 其中四个数为 1、2、3 及 4. 请问还有一个数是什么?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

11—20 题，每题 4 分

11. 请问下列哪一个转轮可使箭头有四分之一的机会落在阴影部分内？

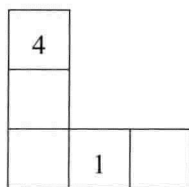
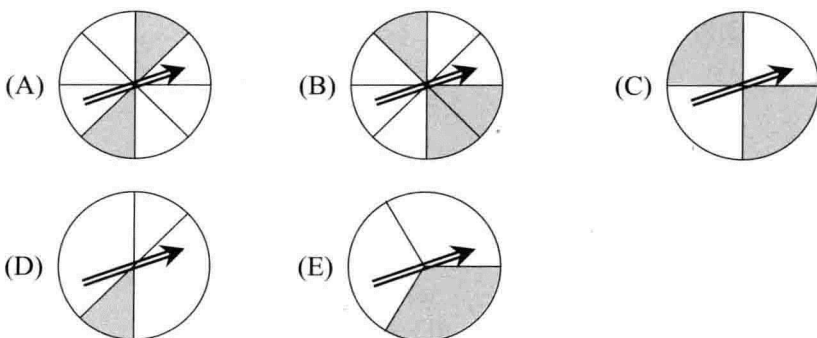


图 1-3

12. 将数 1—5 不重复地填入图 1-3 的方格内，每个方格恰填一个数，使得每行上三个数的总和等于每列上三个数的总和。

其中数 1 与 4 如图 1-3 所示已填入，请问行或列上三个数的总和是什么？

- (A) 8 (B) 9 (C) 10
(D) 11 (E) 12

13. 如图 1-4 所示的 L 形拼图，每片都是由三个 $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ 的正方形所构成。

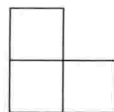


图 1-4

若将 50 片 L 形拼图依图 1-5 方式排列：

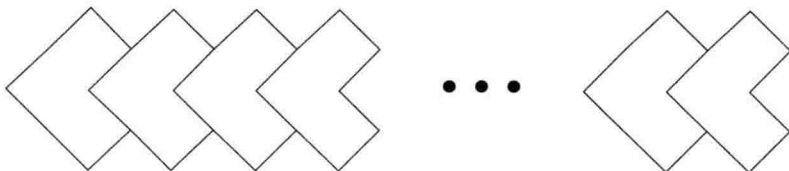


图 1-5

请问最后所得的图形的周长为多少厘米？

- (A) 202 (B) 204 (C) 206 (D) 208 (E) 210