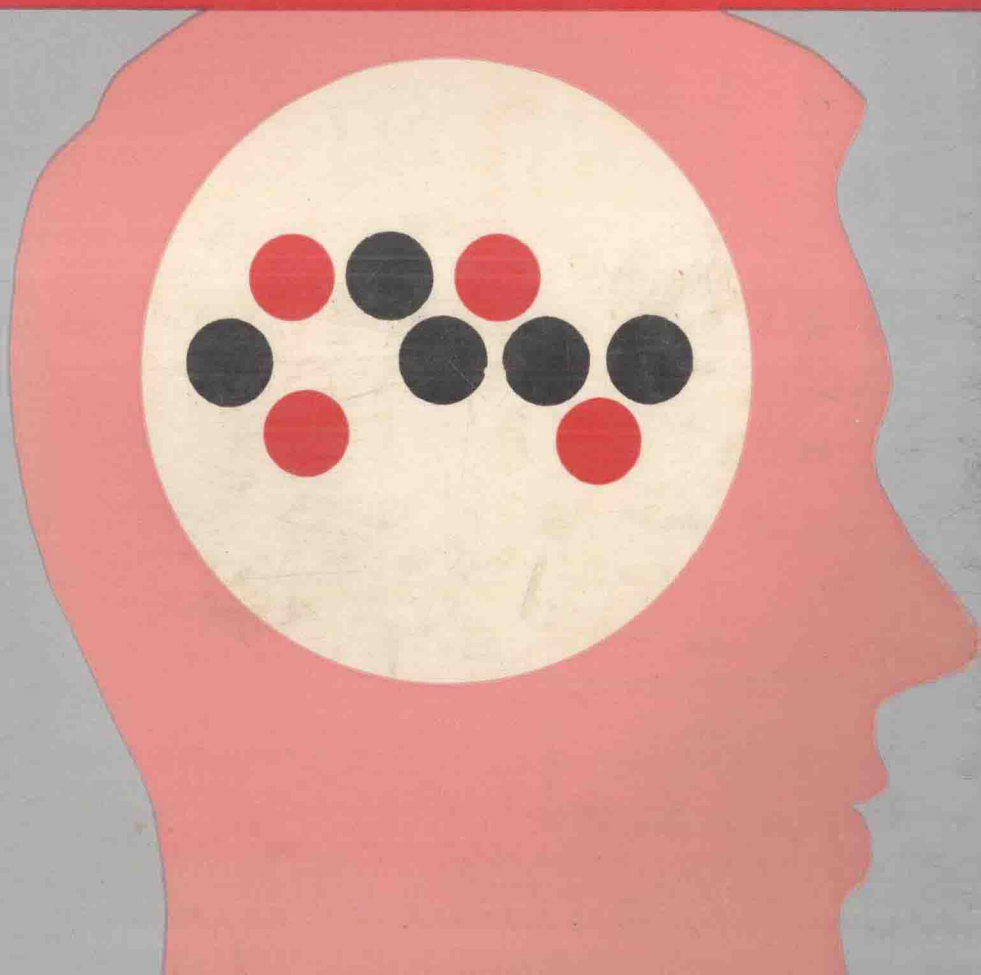


統計學

王士華著

科學技術叢書 / 三民書局印行



統計學

王士華著

三民書局印行

中華民國六十年八月初版
中華民國七十年七月四版

統計學

基本定價伍元伍角陸分

版權所有
翻印必究

著者 王士華
發行人 劉振強
出版者 三民書局股份有限公司
印刷所 三民書局股份有限公司

臺北市重慶南路一段六十一號
郵政劃撥九九九八號

行政院新聞局登記證 版業字第二〇〇號
著作權執照內著字第二〇八號

序

近年來統計學之發展迅速，其講授方法亦大有改變。以往用於大學三四年級統計學課程之教材，如今則常見於大學一二年級之統計學課本中。因吾人學習知識，不但欲知其然，而且渴欲知其所以然，故近年之初級統計學書籍中，多對機率論加以扼要之論述，而且對各種公式儘量加以證明或驗證，以求更深刻之了解。如此，始對學者進一步學習較深之統計理論或各種應用統計方法時有更大之助益。

本書為初級統計學，適於大學二年級程度。學者之數學基礎，只須學過初等微積分即可。本書中之各種公式，凡可用簡易方法證明者，皆設法加以證明。其涉及較深之數學或統計理論者，則僅詳加解釋。學者須將其定理或應用之要點加以記憶。

本書之編寫，曾參考書籍多種。其中取材於 J. E. Freund 之現代初級統計學 (Modern Elementary Statistics) 處甚多。主要參考書目列於書後，學者可參閱之。

筆者學識譾陋，書中謬誤難免，尚祈碩學先進惠予指正。

王 士 華 謹識

民國六十年五月

統計學 目錄

序

第 1 章 緒 論

1-1 統計學之意義	1
1-2 統計學之發展	2
1-3 本書之範圍	5

第 2 章 統計資料之表列與圖示

2-1 統計資料之分類	7
2-2 統計表	8
2-3 次數分配	11
2-4 次數分配之圖示	18
2-5 其他統計圖	29

第 3 章 統計資料之描寫

3-1 引言	41
3-2 位置量數	42
3-2-1 算術平均數	42
3-2-2 中位數及其他分割數	48
3-2-3 衆數	55
3-2-4 其他位置量數	57

3-3 差異量數.....	63
3-3-1 全距及四分位差.....	63
3-3-2 平均差.....	64
3-3-3 標準差.....	66
3-4 動差.....	72
3-5 偏態量數及峯態量數.....	74
3-6 附錄.....	79

第4章 指數

4-1 引言.....	83
4-2 簡單指數.....	84
4-3 加權指數.....	86
4-3-1 加權價比平均法指數.....	86
4-3-2 加權總合法指數.....	88
4-4 指數公式之測驗.....	93
4-5 鏈指數.....	96
4-6 指數之轉期與銜接.....	97
4-7 幾種重要指數.....	101

第5章 機率

5-1 引言.....	105
5-2 點計.....	105
5-3 排列與組合.....	108
5-4 集與事件.....	111
5-4-1 集.....	111
5-4-2 樣本空間.....	113

5-4-3 幾個重要名詞之定義	114
5-4-4 集之運算	116
5-4-5 集函數	120
5-5 機率之性質及意義	124
5-5-1 機率之性質	124
5-5-2 機率之定義及解釋	125
5-6 機率之基本定理	128
5-7 條件機率	135
5-8 Bayes 氏定理	138

第 6 章 機率分配

6-1 隨機變數	145
6-2 數学期望值	148
6-3 二項分配	151
6-4 超幾何分配	156
6-5 卜瓦松分配	158
6-6 均等分配	159
6-7 機率密度	163
6-8 均勻分配	166
6-9 常態分配	167
6-10 Gamma 分配	169
6-11 Beta 分配	172
6-12 分配函數	175
6-13 常態機率圖紙	177

第 7 章 抽樣與抽樣分配

7-1 引言	185
7-2 隨機抽樣	186
7-3 其他抽樣方法	187
7-4 模擬	192
7-5 抽樣分配—— $\bar{x}$ 之分配	200
7-6 Z 分配	209
7-7 χ^2 分配	209
7-8 t 分配	212
7-9 F 分配	214

第 8 章 戰略對局與統計決策

8-1 引言	219
8-2 零和雙方局	219
8-3 有鞍點之零和雙方局	222
8-4 隨機戰略	225
8-5 最小極大原則與最小極大定理	229
8-6 對局值	229
8-7 對局論與決策論	234
8-8 傳統統計推論	243

第9章 關於平均數之推論

9-1 引言.....	245
9-2 點估計與區間估計.....	245
9-3 平均數之估計.....	246
9-4 Bayes 估計法.....	251
9-5 假設之測驗及其兩種差誤.....	258
9-6 虛無假設與顯著性測驗.....	264
9-7 一母體之平均數假設之測驗.....	266
9-7-1 成對觀察值之差之假設之測驗.....	271
9-8 二母體平均數之差之估計.....	276
9-9 二母體平均數之差之假設之測驗.....	283

第10章 關於變異數之推論

10-1 大樣本標準差或變異數之估計.....	287
10-2 小樣本標準差或變異數之估計.....	288
10-3 一母體之變異數之假設之測驗.....	290
10-4 二母體變異數之比之估計.....	293
10-5 二母體變異數之比之假設之測驗.....	295

第11章 關於比率之推論

11-1 二項分配與 F 分配之關係.....	301
11-2 比率之估計.....	302
11-3 Bayes 估計法.....	308

11-4	一母體之比率之假設之測驗	312
11-5	二母體比率之差之估計	316
11-6	二母體比率之差之假設之測驗	317
11-7	獨立性之測驗	321
11-8	配合適度測驗	326

第12章 變異數分析

12-1	引言	335
12-2	一因子變異數分析	337
12-3	二因子變異數分析	345
12-4	缺損觀察值時之簡便計算方法	352
12-5	變異數分析之 F 測驗與 t 測驗之關係	355

第13章 無母數測驗法

13-1	引言	361
13-2	符號測驗	361
13-3	Mann-Whitney 測驗	365
13-4	Wilcoxon 成對資料測驗	370
13-5	Kruskal-Wallis 測驗	372
13-6	連測驗	376
13-7	連之中位數測驗	378

第14章 直線迴歸

14-1	曲線配合	383
14-2	最小平方方法與最大似度法	384
14-3	迴歸分析	385

14-3-1 估計量 a, b 之分配	395
14-3-2 估計量 $\bar{y}_{xi}$ 之分配	398
14-3-3 估計標準誤及有關之變異數分析	399
14-3-4 關於 $\alpha, \beta, \mu_y x_i$ 之估計及假設之測驗	403
14-3-5 直線性之測驗	408
14-4 例題	409
14-5 複迴歸分析	421

第15章 相 關

15-1 引言	427
15-2 簡直線相關	427
15-2-1 相關係數	429
15-2-2 簡直線相關之種類	430
15-2-3 相關係數之解釋	431
15-3 相關分析	434
15-4 等級相關	438
15-5 複直線相關	441
15-6 簡略 Doolittle 氏法	442
15-7 偏相關	454

第16章 時間數列之分析

16-1 引言	459
16-2 長期趨勢	460
16-2-1 直線趨勢方程式	461
16-2-2 拋物線趨勢方程式	469
16-2-3 指數曲線趨勢方程式	474

16-2-4 其他曲線趨勢方程式.....	477
16-2-5 移動平均法.....	478
16-3 季節變動.....	482
16-3-1 統計資料之修正.....	483
16-3-2 同月平均法或同月相加法.....	484
16-3-3 趨勢比率法.....	486
16-3-4 移動平均法.....	490
16-3-5 季節指數之用法.....	498
16-3-6 變動的季節指數.....	498
16-4 循環變動.....	499
16-5 不規則變動.....	504

主要參考書目

第1章 緒 論

1-1 統計學之意義

統計學乃研究在遇到不確定情況時如何選定決策之科學。其應用極廣，在科學研究上，在商業經營上，在日常生活上……皆有其應用。蓋吾人在此等方面所見之現象，大多可以數字記錄之：如臺北市某年九月份計程車肇禍件數，某次稻穀種植實驗之產量，高雄市某年月日之大氣污染程度，臺中市某年八月之平均雲量……等是。此等數字記錄並非每次必同，換言之，此等現象具有不定性，吾人欲求了解，須作多次觀察或一次作多項觀察，其數字記錄即所謂統計資料。吾人以適當之方法處理此等資料，以求對其現象有相當之了解，以選定處理與此等現象有關之問題之決策，此方法即統計方法，統計學即研究此等方法之科學。

統計學可分為二大範圍：一為描寫統計或敘述統計 (Descriptive statistics)，僅限於描述其資料本身之種種特性之研究；一為推測統計 (Inferential statistics) 或統計推論 (Statistical inference)，係由手中資料即樣本推測更大範圍之資料或全部現象(即母體)之特性，以選定處理有關問題之最佳決策之研究。故統計學可謂為處理資料之研究。其處理資料之步驟則可分為搜集、整理、分析、解釋等步驟。例如吾人研究台南市之九月氣溫，首先須決定如何記錄之。選該月中若干日記錄抑每日記錄？記錄日係全天時時皆有記錄抑選一定之時刻記錄？在何等地點(市中心區、郊區、一個地點抑數個地點)記錄？自

何年開始至何年爲止？若已有民國三十五年至六十年之記錄，其資料應如何整理？即如何求每日平均氣溫？如何求各年九月之平均氣溫？此等資料需否列表或圖示？此等資料之分析，若僅限於其本身特性之描述，即求此二十六年之九月平均氣溫之平均數，求此二十六年各年九月氣溫之差異情形等等，對除此廿六年之外之其他年之九月氣溫決不涉及，則其論述範圍爲描寫統計。若除此之外更據以推測民國六十一年九月之氣溫，則屬統計推論矣。

統計學之另一劃分法即分爲統計理論與應用統計二大範圍。統計理論爲應用數學之一支，係以純粹數學之機率論爲基礎，爲對處理資料之方法之一般原理之研究。應用統計則爲統計理論在專門學術上之應用，如生物統計，商業統計，人口統計等等。

1-2 統計學之發展

統計學之起源，可溯至十七世紀中葉。當時德國有所謂國勢學派產生，由 H. Conring (1608—1681) 創始，G. Achenwall (1719—1772) 及 L. v. Schlözer (1735—1809) 等繼之。Conring 之統計學與現代統計學迥異，係一種國家之比較記述之學，係關於各國人口、版圖、政體、行政、財政、軍備等之記述。Achenwall 則以爲統計學爲國家顯著事項之全部記述，Schlözer 則以爲統計爲靜止的歷史，而歷史爲進行之統計。此一派後來之發展，其本質並無顯著之進步。其後 A. F. Buschüng (1724—1793) 提倡將國家之顯著事項（不一定爲數字）以表之形式列示以便比較。此一派有「表示學派」之稱。同一時期，英國自 J. Graunt (1620—1674)，W. Petty (1623—1687) 有所謂政治算術學派興起。Graunt 之著作「有關死亡表之自然及政治觀察」(1662) 設定所觀察人口現象之函數關係而用以推算。Petty

應用此法於經濟方面而稱之為政治算術。天文學家 E. Halley (1656—1742) 更以嚴密的數學方法編成世界上第一部死亡表（生命表）。其後德國 J. P. Süßmilch (1707—1767) 在其所著之「神的秩序」一書中更指出「由人類出生死亡及繁殖證明人類變動中存有神的秩序」，換言之，指出了社會現象中具有數學的規則性。亦在同一時期，法國一賭徒向 B. Pascal (1623—1662) 請教賭博上之機會問題而引起 Pascal 與 P. Fermat (1601—1665) 間之通訊，討論紙牌遊戲之數學問題，此通訊一般以為係機率論之起源。同一時代 C. Huygens (1629—1695) 著有最早之機率論文「骰子賭博之理論」(De ratiociniis in ludo alaeae, 1654)。後來之數學家 J. Bernoulli (1654—1705) 之研究甚為重要，其「推論法」(Ars Conjectandi) 中，論及機率理論，古典機率論之形態大致具備。其後經 A. De Moivre (1667—1754)，至 Laplace (1749—1827) 之「機率分析論」問世，古典機率論遂告大成。

十八世紀至十九世紀間，比人 A. Quetelet (1796—1874) 綜合德、英、法三國之政治學術及機率理論之成就，奠定古典統計學之基礎。彼應用差誤律，以機械的唯物論之觀點，將各種社會現象作數量的分析。十九世紀中葉，邁入統計萬能時代，歐洲各國，政府統計制度發達，保險統計進步，統計雜誌發行，統計協會創立。此時統計學派分為社會統計學派與數理統計學派之跡象已可看出。社會統計學派之學者如 K. G. A. Knies (1812—1898)，C. L. Engel (1821—1896) 等，以大量觀察方法，尋求諸社會現象之規律。

英人 F. Galton (1822—1911) 為達爾文之同祖父之表兄弟，其對遺傳研究之著作中「祖先遺傳律」、「相關及其量度」、「自然遺傳」等對統計觀念有重大貢獻，其中尤以迴歸及相關觀念之引入為最。由其著作中，可看出統計學之進步。

同時，在數理統計（註①）方面，德人 W. Lexis (1837—1914) 貢獻不少。英人 K. Pearson (1857—1919) 以將生物現象用數量描述為目標，在數理統計上所創之概念極為豐富，古典數理統計理論之概念幾乎皆係由其引入。彼以為所謂科學法則並非必然的絕對定律，而係為節省思考便於推論而作之記述。

1920 年左右，統計學有甚大之轉變。統計推論由英人 W. S. Gosset (1876—1936) 開始，R. A. Fisher 將之系統化，在機率理論中尋求由少量資料推論之根據。而由法人 E. Borel (1871—1956) 所顯示之方向及現代數學家所建立之近代機率理論之急速進步，則為近代統計學發展之主因。R. A. Fisher 之後，E. S. Pearson, J. Neyman 更在統計方法及其數學理論上獲有很多成果。即由小樣本理論建立估計及假設之測驗之理論體系，Fisher 更提倡實驗設計法。A. Wald 更進而由此等理論由統計決策函數之理論由更高之立場，以 J. v. Neumann 與 O. Morgenstern 之對局理論為基礎，將之系統化。產品之品質管制方面則 E. S. Pearson 與 W. A. Shewhart 貢獻最著，近代數理統計學中之抽樣調查理論之進步則以 Neyman, F. Yates 貢獻較多。現代電子計算機之進步，對計算方面大有助益，為現代統計發展迅速原因之一。

現代之統計理論，由於俄人 A. N. Kolmogorov 之大著「機率理論之基礎，1933」問世，及數學家統計學家之努力，因而日臻嚴密，其應用範圍日益擴大。如統計與數理經濟相結合的經濟計量，應用於作戰及企業管理計劃之作業研究等是。更由於 N. Wiener 之自動傳送學 (Cybernetics) 與 C. E. Shannon 之情報理論之進展，推

註①：數理統計為關於如何最有效地搜集及使用受機率變動影響之數量資料之方法之數學的研討之總稱。可分為行為的研究與歸納統計研究二大部分，前者包括假設之測驗、估計及實驗，後者即決策之理論。

測統計之數學基礎益廣，將來之發展大有突飛猛晉之趨向。

1-3 本書之範圍

由統計學之定義可知凡一現象可用數字記錄或描述而其本身具有「不定性」時，分析其資料，了解其特性，以選定處理其問題之決策時，須應用統計方法。統計學應用於特殊的科學研究，有其特殊的方法與技術。但不論其應用於何等領域，其基本原理則仍然一致。本書即以對此等基本原則之較淺近者加以闡明，使學者學習之後，具有進一步研究特殊的應用技術之基礎為其目的。