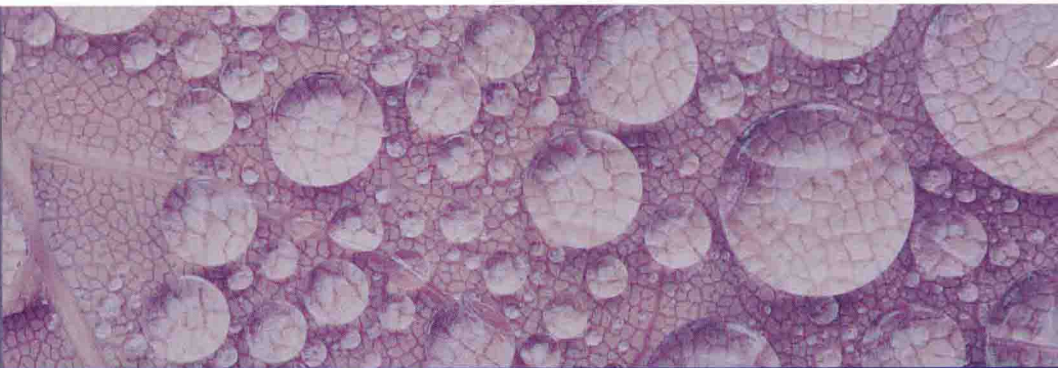
普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学物理学

（第二版） 下册

University Physics



吴王杰 主编

王 晓 杨 华 蒋 敏 副主编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划

大学物理学

（第二版）下册

Daxue Wulixue

吴王杰 主编
王 晓 杨 华 蒋 敏 副主编

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书依据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)和军队颁布的《军队院校大学物理课程教学基本要求》编写而成。全书内容由浅入深,突出基本现象、基本概念、基本原理的阐述;明晰概念引入、概念形成、概念应用、理论阐述与应用的知识结构;注重科学素养。本书在教学实践基础上,合理安排教学内容和习题,力求易教易学,以适应当前高等教育快速发展的形势和军队院校培训任务整体转型的需要。

全书分为上、下两册,上册包括力学、热学、电磁学,下册包括振动与波动、波动光学和近代物理学。本书可作为高等学校理工科非物理专业的大学物理课程教材,也可供社会读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学.下册 / 吴王杰主编.—2版.—北京:高等教育出版社,2014.5
ISBN 978-7-04-039480-1

Ⅰ.①大… Ⅱ.①吴… Ⅲ.①物理学-高等学校-教材 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第061804号

策划编辑 程福平　责任编辑 程福平　封面设计 于 涛　版式设计 于 婕
插图绘制 邓 超　责任校对 杨凤玲　责任印制 韩 刚

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印　　刷 涿州市星河印刷有限公司
开　　本 787mm×960mm 1/16
印　　张 19.75
字　　数 360千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
　　　　 http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
　　　　 http://www.landraco.com.cn
版　　次 2009年12月第1版
　　　　 2014年5月第2版
印　　次 2014年5月第1次印刷
定　　价 31.00元

物 料 号 39480-00

郑重声明

目录

第四篇　振动和波动

第五篇　波 动 光 学

第六篇 近代物理学基础

第四篇

振动和波动

第十五章　机械振动

物体在某一确定位置附近作来回往复的运动称为机械振动(mechanical vibration),机械振动现象在自然界中广泛存在,如钟摆的运动、物体发声、地震、机器开动时各部分的微小颤动等都是机械振动. 广义地讲,振动不仅局限于机械运动中的振动过程,任何一个物理量在某一定值附近反复变化都可称为振动,它可以是力学量、电学量或其他的物理量,如分子的热运动、电磁运动、晶体中原子的运动等. 可以说,振动是自然界和工程技术领域常见的一种运动形式,因此,研究机械振动的规律也是学习和研究其他形式的振动以及波动、无线电技术、波动光学的基础,这些规律在原子物理、固体物理以及应用声学、建筑学、造船学、地震学中都得到了广泛的应用.

机械振动有许多不同的分类. 按振动规律可分为简谐振动、非简谐振动、随机振动;按产生振动的原因可分为自由振动、受迫振动、自激振动、参变振动;按自由度可分为单自由度系统振动、多自由度系统振动;按振动位移可分为角振动、线振动;按系统参量特征分为线性振动、非线性振动.

本章主要研究简谐振动的规律,简谐振动的合成,并简单介绍阻尼振动、受迫振动和共振. 有关较深入的非线性振动与混沌现象、耦合振动等内容参阅光盘中资源 15.1、15.2 和 15.3.

你知道吗?

生活中一些物体的运动如钟表的摆动、手机来电时的振动、昆虫拍打翅膀的运动、心脏的跳动等,都离不开机械振动的基本原理;部队齐步过桥导致大桥倒塌、乐器中常见的共鸣等现象也常常需要运用振动的原理加以分析;而在钢琴校准、汽车速度监测、地面卫星跟踪等技术中也有振动原理的运用. 在本章中,我们将利用振动学原理对上述的一些问题进行分析.

15.1　简谐振动

物体运动时,如果它离开平衡位置的位移(或角位移)按余弦函数(或正弦函数)的规律随时间变化(参阅光盘中资源 15.4),这样的运动就称为**简谐振动**或**谐振动**(simple harmonic oscillation). 简谐振动是一种最简单最基本的振动,一

切复杂振动均可看作多个简谐振动的合成,研究简谐振动是研究振动的基础.

15.1.1　简谐振动的动力学特征

下面以弹簧振子(spring oscillator)为例来研究简谐振动的规律.如图 15.1 所示.

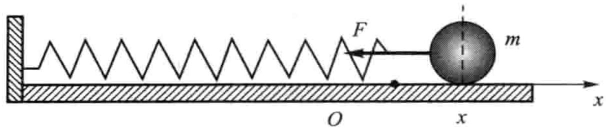


图 15.1　弹簧振子在简谐振动时的受力

一劲度系数为 k 的轻质弹簧一端固定,另一端系一质量为 m 的小球,假设桌面光滑,在弹性限度内小球在无摩擦的水平面上只受到弹簧的弹性力作用(参阅光盘中资源 15.5),弹簧为原长时小球的位置 O 为平衡位置.将小球偏离其平衡位置 O,释放后小球将作周期振动.这样的一个振动系统称为弹簧振子(它也是一个理想化的模型),它的振动就是简谐振动.

取 O 为坐标原点,弹簧伸长方向为 x 轴正向,小球在离开平衡位置的某点 x 处所受到的力 $\boldsymbol{F}$ 为

$$\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{x} \tag{15.1.1}$$

这种力与位移大小成正比而方向相反,具有这种特征的力称为**线性回复力**(linear restoring force).

弹簧振子作一维运动,根据牛顿第二定律有

$$F = -kx = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \tag{15.1.2}$$

令 $\omega^2 = \frac{k}{m}$,取 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$,得弹簧振子振动的动力学方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0 \tag{15.1.3}$$

式(15.1.3)为常见的二阶常系数齐次线性微分方程,解这个方程可求得弹簧振子的位移 x 与时间 t 的函数关系为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{15.1.4}$$

其中 A、φ 为积分常量,可由初始条件确定,A 是振幅,φ 是初相位,其意义将在后面叙述.式(15.1.4)就是简谐振动的表达式.由此可见,**物体只在线性回复力作**

用下的运动必是简谐振动,这就是简谐振动的动力学特征.

15.1.2 简谐振动的运动学特征

根据式(15.1.4),不难得到弹簧振子的速度、加速度与时间的函数关系为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi) \tag{15.1.5}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi)=-\omega^2x \tag{15.1.6}$$

因此速度、加速度随时间的变化也是简谐振动,$v_0=\omega A$ 是速度振幅,$a_m=\omega^2A$ 是加速度振幅. 由式(15.1.6)可知,简谐振动的加速度与位移成正比且反向,这就是简谐振动的运动学特征. 简谐振动的位移、速度、加速度随时间的变化如图15.2所示(图中取 $\varphi=0$)(参阅光盘中资源15.6).

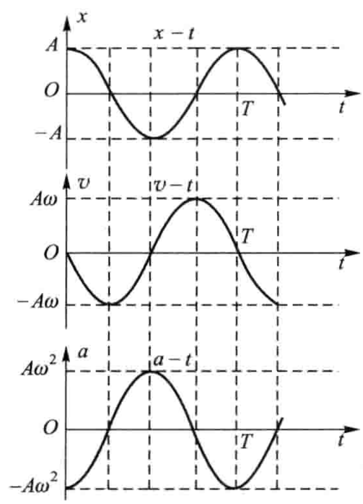


图 15.2 简谐振动的位移、速度和加速度

15.1.3 简谐振动的特征量

1. 振幅

振幅(amplitude)是简谐振子离开平衡位置的最大位移的绝对值,即式(15.1.4)中的常量 A.

2. 频率和周期

简谐振动具有时间周期性,用周期和频率表示. 振动物体完成一次完全振动所需的时间称为简谐振动的周期(period),用 T 表示. 故经过时间 T 后振动状态

完全重复,即有

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos[\omega(t + T) + \varphi]$$

由此式得到 $\omega T = 2\pi$,或 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

单位时间内物体所作的完全振动的次数称为简谐振动的频率(frequency),用 ν 表示.因为频率等于周期的倒数,即 $\nu = \frac{1}{T}$,所以 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$.由此可见,$\omega$ 是在 2π 个单位时间内物体所作的完全振动次数.ω 称为振动的角频率(angular frequency),又称圆频率(circular frequency).简谐振动的周期和频率仅由振动系统本身的物理性质决定,所以又称之为固有周期和固有频率.

根据以上关系,简谐振动的余弦表达式(15.1.4)又可写成如下形式:

$$x = A\cos(2\pi\nu t + \varphi) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \tag{15.1.7}$$

对简谐振动的振幅、周期的描述如图 15.3 所示,图中取 $\varphi = \frac{\pi}{2}$(参阅光盘中资源 15.7).

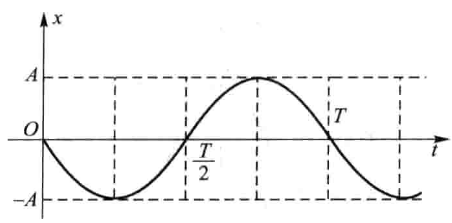


图 15.3 简谐振动的振幅和周期

3. 相位和初相位

在振幅和角频率确定的情况下,简谐振子的运动状态由位移和速度这两个量完全决定,在一次完全振动过程中,作简谐振动物体的运动状态在任何时刻都不相同,即(x,v) 各不相同,由式(15.1.4)和式(15.1.5)可知,每一个状态分别与$(\omega t+\varphi)$在 $0\sim2\pi$ 范围内的一个值对应.从表 1.1(取 $\varphi=0$)可以看出,简谐振

表 1.1

t	x	v	$\omega t+\varphi$
0	A	0	0
$T/4$	0	$-\omega A$	$\pi/2$
$T/2$	$-A$	0	π
T	A	0	2π

动表达式中的($\omega t+\varphi$)是决定简谐振动状态的重要物理量,我们称之为简谐振动的相位(phase).

初始时刻 $t=0$ 时的相位称为初相位(initial phase),它决定了开始时刻振子的运动状态,初相位用 φ 表示. 考虑两个同频率的简谐振动 x_2 和 x_1,它们的相位差

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \tag{15.1.8}$$

就是它们的初相位之差,它不随时间变化. 若 $\Delta\varphi=2k\pi(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$,则两个简谐振动**同相**;若 $\Delta\varphi=(2k+1)\pi(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$,则两个简谐振动**反相**. 若 $\Delta\varphi>0$,则到达同一运动状态,x_2 比 x_1 需要的时间少,称振动 2 的相位比振动 1 的相位**超前** $\Delta\varphi$;若 $\Delta\varphi<0$,称振动 2 的相位比振动 1 的相位**落后** $\Delta\varphi$.

由

$$v=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)=\omega A\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)$$

及

$$a=-\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)=\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi+\pi)$$

可知,速度 v 的相位超前位移 x 的相位 $\pi/2$,加速度 a 的相位超前速度 v 的相位 $\pi/2$. 因此,a 与 x 的相位相差 π,即 a 与 x 反相.

4. 振幅和初相位的确定

对给定的振动系统,振幅 A 和初相位 φ 由振动的初始条件确定. 设 $t=0$ 时,振子的初始位移为 x_0,初始速度为 v_0,将此初始条件分别代入弹簧振子的位移、速度的表示式(15.1.4)和式(15.1.5),得

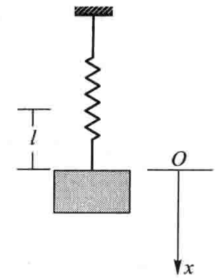
$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi \\ v_0 = -\omega A\sin\varphi \end{cases}$$

由此解得

$$\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \dfrac{v_0^2}{\omega^2}} \\ \tan\varphi = -\dfrac{v_0}{\omega x_0} \end{cases} \tag{15.1.9}$$

在有些情况下用旋转矢量法来确定 A、φ 将更为方便,这将在节 15.1.4 提及.

例题 15.1　一个轻弹簧竖直悬挂,下端挂一质量 $m=0.1$ kg 的物体,平衡时可使弹簧伸长 $l=9.8\times10^{-2}$ m,如题图所示. 今使物体在平衡位置获得大小 $v_0=1.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$、方向向下的初速度,则物体将在竖直方向运动. (1) 试证物体作简谐振动,并写出振动表达式;(2) 求速度和加速度及其最大值;(3) 求最大回复力.



例题 15.1 图

解 (1) 取物体平衡时的位置为坐标原点 O,竖直向下为 x 轴正方向,如题图所示. 物体在平衡位置时所受合力为零,即

$$mg - kl = 0 \tag{1}$$

在任一位置 x 处,物体所受合力为

$$F = mg - k(l + x) \tag{2}$$

其中 mg 为重力,$-k(l+x)$ 为弹性力,k 为劲度系数. 联立两式求解得

$$F = -kx$$

即物体所受外力与位移成正比,而方向相反,所以该物体作简谐振动. 由牛顿第二定律得

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

或

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \tag{3}$$

式中 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$,因 $k=\frac{mg}{l}$,故得

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{9.8}{9.8\times10^{-2}}}\ \mathrm{s^{-1}} = 10\ \mathrm{s^{-1}}$$

设方程(3)的解为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{4}$$

依题意,$t=0$ 时,有

$$x_0 = A\cos\varphi = 0$$

$$v_0 = -A\omega\sin\varphi = 1.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

由此可得

$$A = \frac{v_0}{\omega} = \frac{1.0}{10}\ \mathrm{m} = 0.1\ \mathrm{m}$$

由 $\cos\varphi=0$,得 $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$,但因 $\sin\varphi<0$,所以只能取 $\varphi=-\frac{\pi}{2}$. 将 ω、A、φ 代入式(4)即得简谐振动表达式为

$$x = 0.1\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)\ \text{(SI)}$$

(2) 物体的速度和加速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) = -\sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = -10\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)\ (\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

速度和加速度的最大值为

$$v_{max} = \omega A = 1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a_{max} = \omega^2 A = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

(3) 最大回复力与最大位移相对应,即有

$$F_{max} = |kx_{max}| = m\omega^2 A = 0.1 \times 10\ \text{N} = 1\ \text{N}$$

由本例可知,凡是运动系统除本身的回复力之外还有恒力作用时,该系统仍作简谐振动,只要以振子所受合力为零的位置作为坐标原点,则可按一般情形写出简谐振动方程. 从数学上看,只是一个轴平移的坐标变换.

例题 15.2　已知某质点作简谐振动,振动曲线如题图所示,试根据图中数据写出振动表达式.

解　设振动表达式为

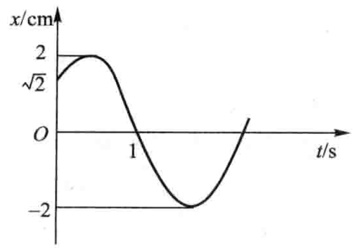
$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

由题图可见,$A = 2$ cm,当 $t = 0$ 时,有

$$x_0 = 2\ \text{cm}\cos\varphi = \sqrt{2}\ \text{cm}$$

这样得到 $\varphi = \pm\frac{\pi}{4}$. 由振动曲线可以看到,$t = 0$ 时刻的速度大于零,由振动表达式可得

$$v_0 = -2\omega\sin\varphi > 0$$



例题 15.2 图

即 $\sin\varphi < 0$,由此得到初相位 $\varphi = -\frac{\pi}{4}$.

类似地,从振动曲线可以看到,当 $t = 1$ s 时有

$$x_1 = 2\cos\left(\omega - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$v_1 = -2\omega\sin\left(\omega - \frac{\pi}{4}\right) < 0$$

联立以上两式并考虑到振动周期大于 2 s 解得 $\omega - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$,则 $\omega = \frac{3}{4}\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$,因此得到振动表达式为

$$x = 2\cos\left(\frac{3}{4}\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

式中 x 以 cm 为单位,t 以 s 为单位.

15.1.4　简谐振动的能量

下面仍以在水平面上作简谐振动的弹簧振子为例,分析简谐振动的能量变化. 由于振子只受到弹性力这一个保守力作用,故系统的能量守恒. 设在任一时刻 t,振子位移为 x,速度为 v,则其弹性势能 E_p、动能 E_k 分别为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi) \tag{15.1.10}$$

其中 $k=m\omega^2$. 式(15.1.10)表明:动能最大时,势能最小;势能最大时,动能最小.动能与势能在不停地相互转化.系统的总机械能

$$E=E_p+E_k=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=C \tag{15.1.11}$$

不随时间变化,E 为一常量.总机械能 E 与振幅的平方成正比,这表明简谐振动的振幅是表征其能量的物理量.简谐振动的动能、势能及总能量随时间的变化如图 15.4 所示(参阅光盘中资源 15.8),请注意势能曲线与 $x-t$ 曲线、动能曲线与 $v-t$ 曲线之间的对应关系.

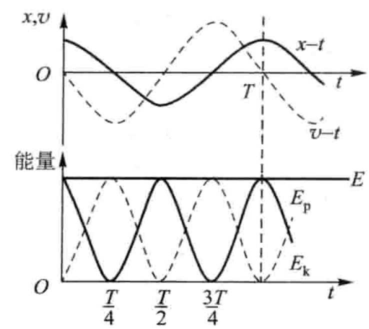


图 15.4　简谐振动的能量

根据简谐振动系统的机械能为一常量这一特征,我们可以利用能量法建立简谐振动方程(参阅光盘中资源 15.9),这在工程实际中有广泛应用.

例题 15.3　质量为 0.10 kg 的物体,以振幅 4.0×10^{-2} m 作简谐振动,其最大加速度为 $a_{max}=4.0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$,试求:(1) 振动的周期;(2) 通过平衡位置的动能;(3) 总能量;(4) 物体在什么位置时其动能和势能相等?

解　(1) 因加速度的振幅 $a_{max}=A\omega^2$,故角频率 $\omega=\sqrt{\frac{a_{max}}{A}}=10\ \mathrm{s^{-1}}$,由此得到

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=0.628\ \mathrm{s}$$

(2) 因为物体通过平衡位置时的速度为最大,故此时动能也达到最大:

$$E_{k,max}=\frac{1}{2}mv_{max}^2=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

将已知数据代入得 $E_{k,max}=8.0\times10^{-3}$ J.

(3) 最大动能等于总能量,因此总能量 $E=E_{k,max}=8.0\times10^{-3}$ J.

(4) 当 $E_p=E_k$ 时,$E_p=\frac{1}{2}E=4.0\times10^{-3}$ J. 由 $E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 得到

$$x^2=\frac{2E_p}{m\omega^2}=8.0\times10^{-4}\ \mathrm{m^2}$$

$$x=\pm2.83\times10^{-2}\ \mathrm{m}$$

即物体在离平衡位置的距离为 2.83×10^{-2} m 的两侧时,其动能和势能相等.

15.1.5　其他常见的简谐振动

1. 单摆

如图 15.5 所示(参阅光盘中资源 15.10),一根质量可以忽略、长度为 l 的细