



高等学校教材经典同步辅导丛书力学机械类

配高教社《理论力学 II》第六版 哈尔滨工业大学理论力学教研室 编

理论力学 (II)

第六版

华腾教育教学与研究中心
丛书主编 清华大学 李 丰
本书主编 清华大学 王 飞

◆紧扣教材 ◆知识精讲 ◆习题全解
◆应试必备 ◆联系考研 ◆网络增值

中国矿业大学出版社

高等学校教材经典同步辅导丛书

理论力学 II

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心

丛书主编 清华大学 李 丰

本书主编 清华大学 王 飞

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书是高等教育出版社出版,哈尔滨工业大学理论力学教研室编的《理论力学Ⅱ》(第六版)教材的配套辅导书。全书由课程学习指南、知识点归纳、典型例题与解题技巧及课后习题全解等部分组成,旨在帮助读者掌握知识要点,学会分析问题和解决问题的方法技巧,并且提高学习能力及应试能力。

本书可供高等院校理论力学课程的同步辅导使用,也可作为研究生入学考试的复习资料,同时可供本专业教师及相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学(Ⅱ)同步辅导及习题全解/王飞主编.

徐州:中国矿业大学出版社,2006.8

(高等学校教材经典同步辅导丛书)

ISBN 7-81107-397-8

I.理… II.王… III.理论力学—高等学校—教学参考资料 IV.O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 086945 号

书 名 理论力学(Ⅱ)同步辅导及习题全解

主 编 王 飞

责任编辑 罗 浩

选题策划 孙怀东

特约编辑 时虎平

出版发行 中国矿业大学出版社

印 刷 北京市昌平百善印刷厂

经 销 新华书店

开 本 787×1092 1/16 本册印张 8.00 本册字数 176 千字

印 次 2007 年 8 月第 1 版第 2 次印刷

总 定 价 143.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

高等学校教材

经典同步辅导丛书编委会

主 任：清 华 大 学 王 飞

副主任：清 华 大 学 夏应龙

清 华 大 学 倪铭辰

中国矿业大学 李瑞华

编 委 (按姓氏笔画排序):

于志慧 王丽娜 王 焯 甘 露

师文玉 吕现杰 朱凤琴 刘胜志

刘淑红 孙怀东 严奇荣 杨 涛

李 丰 李凤军 李 冰 李 波

李南木 李炳颖 李 娜 李晓光

李晓炜 李 娟 李雅平 李燕平

时虎平 何联毅 邹绍荣 宋 波

张旭东 张守臣 张鹏林 张 慧

陈晓东 范亮宇 孟庆芬 涂兰敬

指导的所有老师、同仁表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，本书难免出现不妥之处，恳请广大读者批评指正。

联系我们

华腾教育网：

<http://www.huatengedu.com.cn>

电子邮件：

huateng@huatengedu.com

华腾教育教学与研究中心

前言

PREFACE

《理论力学》是力学、建筑、机械类专业重要的课程之一,也是报考该类专业硕士研究生的考试课程。

哈尔滨工业大学理论力学教研室编的《理论力学Ⅱ》(第六版)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材,被全国许多院校采用。

为了帮助读者更好地学习这门课程,掌握更多的知识,我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《理论力学Ⅱ同步辅导及习题全解》(第六版)。本书旨在使广大读者理解基本概念,掌握基本知识,学会基本解题方法与解题技巧,进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材,具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性的特点。考虑到《理论力学》这门课程的特点,我们在内容上作了以下安排:

1. 课程学习指南 从该课程的知识体系出发,对各个章节在全书的位置,以及与其他章节的联系作了简明扼要的阐述,使学习更有重点。

2. 知识点归纳 串讲概念,总结性质和定理,使知识全面系统,便于掌握。

3. 典型例题与解题技巧 精选各类题型,涵盖本章所有重要知识点,对题目进行深入、详细地讨论和分析,并引导学生思考问题,能够举一反三、拓展思路。

4. 课后习题全解 给出哈尔滨工业大学理论力学教研室编的《理论力学Ⅱ》(第六版)各章习题的答案。我们不仅给出了详细的解题过程,而且对有难度或综合性较强的习题做了分析和小结,从而更好地帮助学生理解掌握每一知识点。

本书在编写时参考了大量的优秀教材和权威考题。在此,谨向有关作者和所选考试、考研试题的命题人以及对本书的出版给予帮助和

目 录

CONTENTS

课程学习指南	1
第一章 非惯性系中的质点动力学	3
知识点归纳	3
典型例题与解题技巧	4
课后习题全解	5
第二章 碰撞	14
内容知识点归纳	14
典型例题与解题技巧	16
课后习题全解	20
第三章 分析力学基础	31
知识点归纳	31
典型例题与解题技巧	33
课后习题全解	39
第四章 机械振动基础	52
知识点归纳	52
典型例题与解题技巧	53
课后习题全解	59
第五章 刚体定点运动、自由刚体运动、刚 体运动的合成·陀螺仪近似理论	84
知识点归纳	84

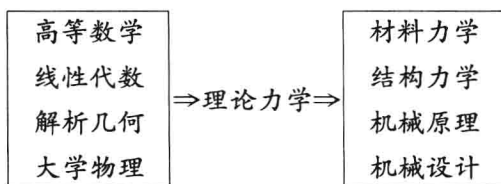
典型例题与解题技巧	85
课后习题全解	91
第六章 变质量动力学	104
知识点归纳	104
典型例题与解题技巧	105
课后习题全解	107

课程学习指南

理论力学是力学、土木建筑、机械工程等相关专业的一门主干技术基础课程,又是学习后续技术基础课程和专业课程的重要基础,也是相关各专业硕士研究生入学考试的必考科目。

学习理论力学课程的目的是掌握理论力学的基本理论和分析物体机械运动的基本技能,进而通过绘图、计算能够发现、分析和解决工程中的实际问题,同时也为后续专业课程的学习打下良好的基础。

理论力学课程具有很强的理论性和逻辑性,需要有一定的数学和力学基础,并具有一定的理论分析能力和逻辑思维能力。所以在修读本课程之前应熟练掌握高等数学、线性代数、解析几何、大学物理等课程的相关内容。同时,理论力学课程又有很强的基础性和延续性,是材料力学、结构力学、机械原理、机械设计等课程重要的先修课程。



理论力学课程共分四个部分。第一部分为静力学,包括第一至五章的内容,主要介绍了静力学公理、平面力系及力偶系、空间力系、摩擦等内容;第二部分为运动学,包括第六至九章的内容,主要介绍了点的运动、刚体的运动等内容;第三部分为动力学,包括第十至十五章的内容,主要介绍了质点的基本方程、动量定理、动量矩定理,动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理等内容;第四部分为专题,即为本书的内容,用六个章节对前面三部分的内容进行了拓展和深化。第二、三部分是本课程的重点,也是本书的考点,而且第三部分是本课程的难点,第一、四部分内容比较简单,很容易掌握。

理论力学的研究对象是物体的机械运动,一方面它比其他理论课程更加结合工程实际;另一方面,课程中含有大量的抽象模型和数学推理。为了学好这门课程,建

议在学习过程中按以下方法学习：

1. 记清基本概念,理解基本原理,掌握基本方法。
2. 要多观察、多实验,并能够抽象为力学模型进行分析。
3. 要培养自己绘图能力,逻辑推理及数学演绎能力。
4. 要学会应用,注意理论联系实际,培养自己分析和解决工程实际问题的能力。

此外,为了帮助学生在考研、期末等考试中取得好成绩,我们提出以下建议:

1. 会分析,善应用。能够正确分析机械运动中的力学情况,并能够熟练应用理论力学中的相关理论。

2. 巧画图,能抽象。把机械运动的受力情况用图示简明表示出来,并抽象成最简单的的数学模型。

3. 多做题,勤归纳。要练习大量的相关题目,并善于归纳总结解题方法和解题技巧,做到举一反三。

第一章

非惯性系中的质点动力学

III 知识点归纳

一、非惯性系中的质点动力学基本方程

$$m\mathbf{a}_r = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{le} + \mathbf{F}_{lc} \quad (1-1)$$

其中, $\mathbf{a}_r$ 为相对加速度, $\mathbf{F}$ 为作用于质点上的合力, $\mathbf{F}_{le} = -m\mathbf{a}_e$ 为牵连惯性力, $\mathbf{F}_{lc} = m\mathbf{a}_c$ 为科氏惯性力。式(1-1)是质点相对运动的动力学基本方程。

式(1-1)的几种特殊情况:

(1) 动参考系相对于定参考系作平移时。因为科氏加速度 $\mathbf{a}_c = 0$, 所以 $\mathbf{F}_{lc} = 0$ 。

式(1-1)可写为

$$m\mathbf{a}_r = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{le} \quad (1-2)$$

(2) 动参考系相对于定参考系作匀速直线平移时。因为牵连加速度 $\mathbf{a}_e = 0$, 科氏加速度 $\mathbf{a}_c = 0$, 所以 $\mathbf{F}_{le} = 0$, $\mathbf{F}_{lc} = 0$, 式(1-1)可写为

$$m\mathbf{a}_r = \mathbf{F} \quad (1-3)$$

(3) 当质点相对于动参考系静止时。因为相对速度 $\mathbf{v}_r = 0$ 和相对加速度 $\mathbf{a}_r = 0$, 所以 $\mathbf{F}_{lc} = 0$, 式(1-1)可写为

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_{le} = 0 \quad (1-4)$$

(4) 质点相对动参考系作等速直线运动时。因为相对加速度 $\mathbf{a}_r = 0$, 但是相对速度 $\mathbf{v}_r \neq 0$, 从而科氏加速度 $\mathbf{a}_c \neq 0$, 所以式(1-1)可写为

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_{le} + \mathbf{F}_{lc} = 0 \quad (1-5)$$

二、非惯性系中质点的动能定理

质点在非惯性系中相对动能的增量, 等于作用在质点上的力与牵连惯性力在相对运动中
所做元功之和:

$$d\left(\frac{1}{2}mv_r^2\right) = \delta W'_F + \delta W'_{le} \quad (1-6)$$

质点在非惯性参考系中相对动能的变化, 等于作用在质点上的力与牵连惯性力在相对路
程上所做功之和:

$$\frac{1}{2}mv_r^2 - \frac{1}{2}mv_{r_0}^2 = W'_F + W'_{le} \quad (1-7)$$

三、质点相对非惯性系问题的处理

质点相对非惯性系问题的处理,只要加上相应的牵连惯性力 $F_{le} = -ma_e$ 和科氏惯性力 $F_{lc} = -ma_c$,就与质点在惯性系中的处理一样, $m \frac{d^2 r'}{dt^2} = F + F_{le} + F_{lc}$. 相对非惯性系而言,牵连惯性力与科氏惯性力不仅有力的量纲,而且对所作用的物体存在真实的效应。另一方面,这种惯性力与一般力的不同之处在于,只有受力体,而没有施力体。

典型例题与解题技巧

例 1 设飞机爬高时以匀加速度 a 作直线平动,与水平面成仰角 β ,如图 1-1(a)所示。已知挂在飞机上的单摆的悬线与铅垂线的偏角是 α ,摆锤重 P ,试求此时飞机的加速度 a 和悬线的拉力 F_T 。

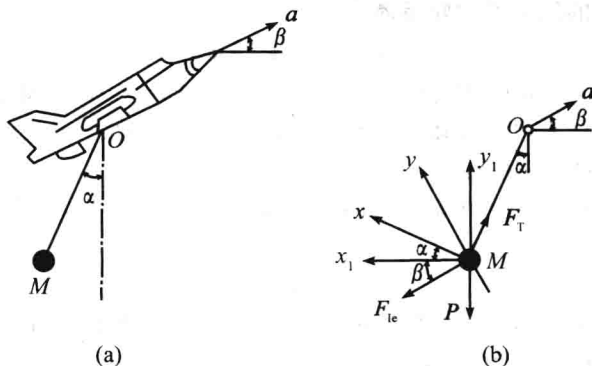


图 1-1

【分析】 本题是质点相对运动动力学的相对静止问题。取动坐标系 Mx_1y_1 随飞机作平移,且单摆处于相对静止状态。摆锤所受重力 P ,约束力 F_T 和摆锤的牵连惯性力 F_{le} 如图 1-1(b)所示,科氏惯性力 $F_{lc} = 0$ 。

解

$$F_{le} = -Ga/g \quad (1)$$

由相对静止的动力学方程,得

$$0 = P + F_T + F_{le} \quad (2)$$

为了求加速度 a ,可把式②投影到与未知力 F_T 相垂直的轴 x 上,得

$$0 = -P \sin \alpha + Pa \cos(\alpha + \beta)/g \quad (3)$$

为了求拉力 P ,可把式②投影到与牵连惯性力 F_{le} 相垂直的轴 y 上,得

$$0 = -P \cos \beta + P \cos(\alpha + \beta) \quad (4)$$

由式③,得飞机的加速度

$$a = \frac{\sin \alpha}{\cos(\alpha + \beta)} g$$

由式④,得悬线的拉力

$$F_T = \frac{\cos \beta}{\cos (\alpha + \beta)} F_{le}$$

例 2 如图 1-2(a), 一根与铅垂轴成夹角 θ 的光滑直管, 以匀角速度 ω 绕该铅垂轴转动, 求管内质点相对于管的运动微分方程。

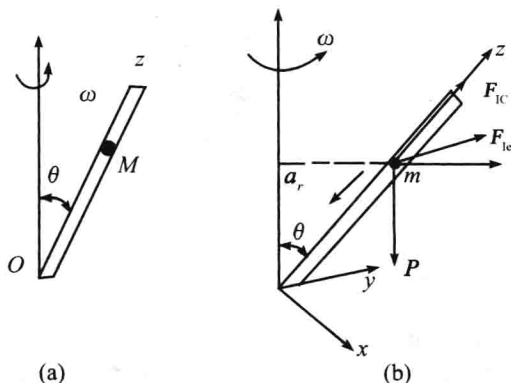


图 1-2

【分析】 本题考查的是非惯性系中质点运动微分方程。

解 建立图示坐标系, y 向里面, 如图 1-2(b) 所示

$$ma_r = F + F_e + F_k$$

$$F_e = ma_e = -m\omega^2 z \sin \theta, F_k = 2m\omega v_r \sin \theta, F_{ic} \text{ 的方向为 } y \text{ 的正向}$$

$$a_r = -\ddot{z}, F_z = 0$$

投影到 z 向, 得微分方程为

$$\ddot{z} - \omega^2 \sin^2 \theta \cdot z + g \cos \theta = 0$$

课后习题全解

1-1 图 1-3 所示单摆 AB 长 l , 已知点 A 在固定点 O 的附近沿水平作微幅谐振动: $OO_1 = a \sin \omega t$, 其中 a 与 ω 为常数。设初瞬时摆静止, 求摆的相对运动规律。

【分析】 考查非惯性系中的质点动力学基本方程。

解 建立随点 A 平移的坐标系, 科氏惯性力

$$F_{le} = -ma\omega^2 \sin \omega t$$

质点 B 运动微分方程沿 ξ 方向投影为

$$ma_t = -F_{le} \cos \varphi - mg \sin \varphi$$

即

$$m\ddot{\varphi}l = ma\omega^2 \sin \omega t \cdot \cos \varphi - mg \sin \varphi$$

其中

$$\sin \varphi \approx \varphi, \cos \varphi \approx 1$$

所以

$$m\ddot{\varphi}l = ma\omega^2 \sin \omega t - mg\varphi$$

化简得

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = \frac{a\omega^2}{l} \sin \omega t$$

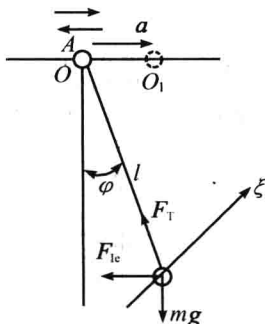


图 1-3

初始条件为

$$t=0, \quad \varphi=0, \quad \dot{\varphi}=0$$

积分得

$$\varphi = \frac{a\omega^2}{l(\omega^2 - \omega_0^2)} (\sin \omega t - \frac{\omega}{\omega_0} \sin \omega_0 t), \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

1-2 三棱柱 A 沿三棱柱 B 的光滑斜面滑动,如图 1-4 所示。三棱柱 A 和三棱柱 B 的质量分别为 m_1 与 m_2 ,三棱柱 B 的斜面与水平面成 θ 角,如开始时物系静止,求运动时三棱柱 B 的加速度。摩擦略去不计。

解 以 A 为研究对象,列运动微分方程

$$y: 0 = F_{NA} + F_{le} \sin \theta - m_1 g \cos \theta$$

其中

$$F_{le} = m_1 a_B$$

以 B 为研究对象,列运动微分方程

$$x: -m_2 a_B = -F'_{NA} \sin \theta$$

联立解得

$$a_B = \frac{m_1 g \sin \theta \cos \theta}{m_1 \sin^2 \theta + m_2}$$

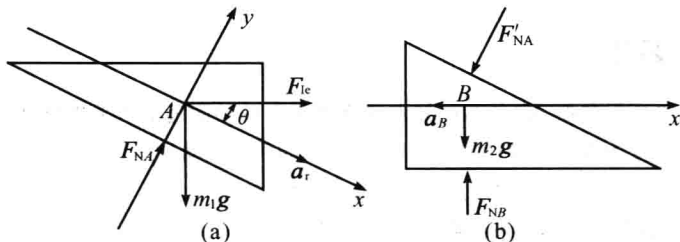


图 1-4

1-3 图 1-5 所示一重物 M 放在粗糙的水平平台上,平台绕铅直轴以匀角速度 ω 转动,重物与平台间摩擦因数为 f ,试求重物能在平台上保持相对静止时的位置。

解 坐标系随平台作定轴转动

$$F_{le} = m\omega^2 R$$

列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_{le} - F_s = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - mg = 0$$

解出 F_s 和 F_N 代入 $F_s \leq f \cdot F_N$ 得

$$R \leq \frac{fg}{\omega^2}$$

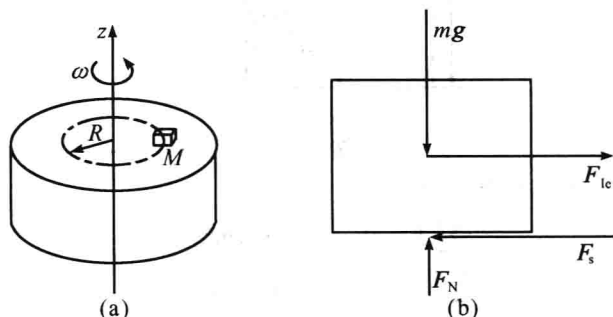


图 1-5

1-4 质点 M 的质量为 m , 被限制在旋转容器内沿光滑的经线 AOB 运动, 如图 1-6 所示。旋转容器绕其几何轴 Oz 以角速度 ω 匀速转动。求质点 M 相对静止时的位置。

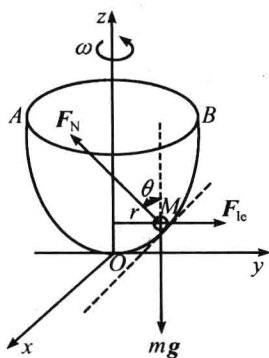


图 1-6

解 以 M 为研究对象, 列平衡方程

$$(1) \sum F_y = 0, \quad F_{lc} - F_N \sin \theta = 0$$

$$(2) \sum F_z = 0, \quad F_N \cos \theta - mg = 0$$

$$\text{其中 } F_{lc} = m\omega^2 r$$

联立解得

$$\tan \theta = \frac{\omega^2 r}{g}$$

1-5 图 1-7 示一离心分离机, 鼓室半径为 R 、高 h , 以匀角速度 ω 绕 Oy 轴转动。当鼓室无盖时, 为使被分离的液体不致溢出。求: (1) 鼓室旋转时, 在 Oxy 平面内液面所形成的曲线形状; (2) 注入液体的最大高度 h' 。

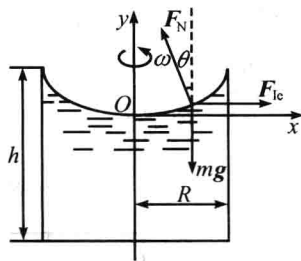


图 1-7

解 如图 1-7 所示,由受力分析

$$\sum F_x = 0, \quad F_{le} - F_N \sin \theta = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N \cos \theta - mg = 0$$

其中

$$F_{le} = m\omega^2 r$$

解得

$$\tan \theta = \frac{\omega^2 r}{g}$$

即

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2}{g} \cdot x$$

$$dy = \frac{\omega^2}{g} \cdot x dx$$

边界条件

$$x=0, \quad y=0$$

积分得

$$y = \frac{\omega^2}{2g} \cdot x^2 \quad (|x| \leq R)$$

当 $x=R$ 时

$$y = \frac{\omega^2 R^2}{2g}$$

$$\begin{aligned} h' &= h - \frac{\omega^2 R^2}{2g} + \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \frac{\omega^2}{2g} x^2 \cdot 2\pi x dx \\ &= h - \frac{\omega^2 R^2}{2g} + \frac{\omega^2 R^2}{4g} \\ &= h - \frac{\omega^2 R^2}{4g} \end{aligned}$$

1-6 图 1-8 所示水平圆盘绕 O 轴转动,转动角速度 ω 为常量。在圆盘下沿某直径有光滑滑槽,一质量为 m 的质点 M 在槽内运动。如质点在开始时离轴心的距离为 a ,且无初速度,求质点的相对运动方程和槽的约束力。

解 坐标系随圆盘作定轴转动,角速度 ω ,质点 M 的运动微分方程为

$$ma_r = F_{le}, \quad F_{le} = m\omega^2 \xi, \quad a_r = \ddot{\xi}$$

即

$$\ddot{\xi} - \omega^2 \xi = 0$$

通解为

$$\xi = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t}$$

由初始条件 $t=0$ 时, $\xi=a$, $\dot{\xi}=0$ 得 $C_1 = C_2 = \frac{a}{2}$

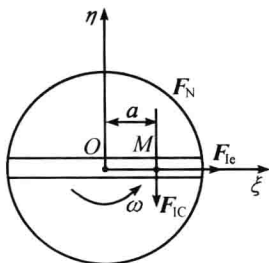


图 1-8

所以

$$\xi = \frac{a}{2} (e^{\omega t} + e^{-\omega t}) = a \cosh(\omega t)$$

槽的动约束力

$$F_N = F_{lc} = 2m\omega v_r$$

$$v_r = \dot{\xi} = a\omega \sinh(\omega t)$$

所以

$$F_N = 2m\omega^2 a \sinh(\omega t)$$

1-7 质点 M 的质量为 m , 在光滑的水平圆盘面上沿弦 AB 滑动, 圆盘以等角速度 ω 绕直轴 C 转动, 如图 1-9 所示。如质点被两个弹簧系住, 弹簧的刚性系数为 $\frac{k}{2}$, 求质点的自由振动周期。设点 O 为质点相对平衡的位置。

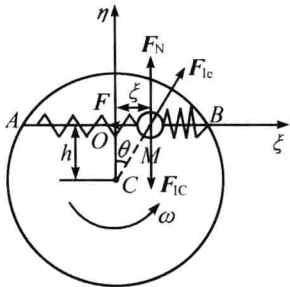


图 1-9

解 质点 M 的运动微分方程为

$$m\ddot{\xi} = F_{lc} \sin \theta - F$$

其中

$$F_{lc} = m\omega^2 \sqrt{\xi^2 + h^2}$$

$$\sin \theta = \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + h^2}}$$

$$F = k\xi$$

所以

$$m\ddot{\xi} = m\omega^2 \xi - k\xi$$

化简得

$$\ddot{\xi} + \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right) \xi = 0$$

通解为

$$\xi = C_1 \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m} - \omega^2} \cdot t \right) + C_2 \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m} - \omega^2} \cdot t \right)$$