

03 数学家思想文库

丛书主编 李文林



THE UNITY OF MATHEMATICS



# 数学的统一性

[英] 阿蒂亚 著

袁向东 编译

『十二五』国家重点图书出版规划项目

03 数学家思想文

丛书主编 李文林

THE UNITY



# 数学的统一性

[英] 阿蒂亚 著

袁向东 编译



大连理工大学出版社  
Dalian University of Technology Press

## 图书在版编目(CIP)数据

数学的统一性 / (英) 阿蒂亚著 ; 袁向东编译. — 大连 : 大连理工大学出版社, 2014. 5

(数学家思想文库)

ISBN 978-7-5611-9100-2

I. ①数… II. ①阿… ②袁… III. ①数学—文集  
IV. ①O1-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 082159 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84707345

E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn

大连美跃彩色印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

---

幅面尺寸:147mm×210mm 印张:7 字数:118 千字  
2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷

---

责任编辑:刘新彦 王 伟 责任校对:李 慧  
封面设计:冀贵收

---

ISBN 978-7-5611-9100-2

定 价:24.00 元

# 读读大师 走近数学

——《数学家思想文库》总序

## 数学思想是数学家的灵魂

数学思想是数学家的灵魂。试想：离开公理化思想，何谈欧几里得、希尔伯特？没有数形结合思想，笛卡儿焉在？没有数学结构思想，怎论布尔巴基学派？……

数学家的数学思想当然首先是体现在他们的创新性数学研究之中，包括他们提出的新概念、新理论、新方法。牛顿、莱布尼茨的微积分思想，高斯、波约、罗巴切夫斯基的非欧几何思想，伽罗瓦“群”的概念，哥德尔不完全性定理与图灵机，纳什均衡理论，等等，汇成了波澜壮阔的数学思想海洋，构成了人类思想史上不可磨灭的篇章。

数学家们的数学观也属于数学思想的范畴，这包括他们对数学的本质、特点、意义和价值的认识，对数学知识来源及其与人类其他知识领域的关系的看法，以及科学方法论方面的见解，等等。当然，

在这些问题上,古往今来数学家们的意见是很不相同有时甚至是对立的。但正是这些不同的声音,合成了理性思维的交响乐。

正如人们通过绘画或乐曲来认识和鉴赏画家或作曲家一样,数学家的数学思想无疑是人们了解数学家和评价数学家的主要依据,也是数学家贡献于人类和人们要向数学家求知的主要内容。在这个意义上我们可以说:

“数学家思,故数学家在。”

## 数学思想的社会意义

数学思想是不是只有数学家才需要具备呢?当然不是。数学是自然科学、技术科学与人文社会科学的基础,这一点已越来越成为当今社会的共识。数学的这种基础地位,首先是由于它作为科学的语言和工具而在人类几乎一切知识领域获得日益广泛的应用,但更重要的恐怕还在于数学对于人类社会的文化功能,即培养发展人的思维能力特别是精密思维能力。一个人不管将来从事何种职业,思维能力都可以说是无形的资本,而数学恰恰是锻炼这种思维能力的体操。这正是为什么数学会成为每个受教育的人一生中需要学习时间最长的学科之一。这并不是说我们在学校中学习过的每一个具体的数学知识点都会在日后的生活与工作中

派上用处,数学对一个人终身发展的影响主要在于思维方式。以欧几里得几何为例,我们在学校里学过的大多数几何定理日后大概很少直接有用甚或基本不用,但欧氏几何严格的演绎思想和推理方法却在造就各行各业的精英人才方面有着毋庸置疑的意义。事实上,从牛顿的《自然哲学的数学原理》到爱因斯坦的相对论著作,从法国大革命的《人权宣言》到马克思的《资本论》,乃至现代诺贝尔经济学奖得主们的论著中,我们都不难看到欧几里得的身影。另一方面,数学的量化思想更是以空前的广度与深度向人类几乎所有的知识领域渗透。数学,从严密的论证到精确的计算,为人类提供了精密思维的典范。

一个戏剧性的例子是在现代计算机设计中扮演关键角色的所谓“程序内存”概念或“程序自动化”思想。我们知道,第一台电子计算机(ENIAC)在制成之初,由于计算速度的提高与人工编制程序的迟缓之间的尖锐矛盾而濒于夭折,在这一关键时刻,恰恰是数学家冯·诺依曼提出的“程序内存”概念拯救了人类这一伟大的技术发明。直到今天,计算机设计的基本原理仍然遵循着冯·诺依曼的主要思想,冯·诺依曼因此被尊为“计算机之父”(虽然现在知道他并不是历史上提出此种想法的唯一数学家)。像“程序内存”这样似乎并非“数学”的概

念,却要等待数学家并且是冯·诺依曼这样的大数学家的头脑来创造,这难道不耐人寻味吗?因此,我们可以说,数学家的数学思想是全社会的财富。

数学的传播与普及,除了具体数学知识的传播与普及,更实质性的是数学思想的传播与普及。在科学技术日益数学化的今天,这已越来越成为一种社会需要了。试设想:如果有越来越多的公民能够或多或少地运用数学的思维方式来思考和处理问题,那将会是怎样一幅社会进步的前景啊!

## 读读大师 走近数学

数学是数与形的艺术,数学家们的创造性思维是鲜活的,既不会墨守陈规,也不可能作为被生搬硬套的教条。学习了解数学家的数学思想当然可以通过不同的途径,而阅读数学家特别是数学大师们的原始著述大概是最直接可靠和富有成效的做法。

数学家们的著述大体有两类。大量的当然是他们论述自己的数学理论与方法的专著。对于致力于真正原创性研究的数学工作者来说,那些数学大师们的原创性著作无疑是最生动的教材。拉普拉斯就常常对年轻人说:“读读欧拉,读读欧拉,他是我们所有人的老师。”拉普拉斯这里所说的“所有人”,恐怕主要还是指专业的数学家和力学家,一

般人很难问津。

数学家们另一类著述则面向更为广泛的读者，有的就是直接面向公众。这些著述包括数学家们数学观的论说与阐释（用 G·哈代的话说就是“关于数学”的论述），也包括对数学知识和他们自己的数学创造的通俗介绍。这类著述与板起面孔讲数学的专著不同，具有较大的可读性，易于为公众接受，其中不乏脍炙人口的名篇佳作。有意思的是，一些数学大师往往也是语言大师，如果把写作看作语言的艺术，他们的这些作品正体现了数学与艺术的统一。阅读这些名篇佳作，不啻是一种艺术享受，人们在享受之际认识数学，了解数学，接受数学思想的熏陶，感受数学文化的魅力。这正是我们编译出版这套《数学家思想文库》的目的所在。

《数学家思想文库》选择国外近现代数学史上一些著名数学家论述数学的代表性作品，专人专集，陆续编译，分辑出版，以飨读者。第一辑编译的是希尔伯特(D. Hilbert, 1862—1943)、G·哈代(G. Hardy, 1877—1947)、冯·诺依曼(J. von Neumann, 1903—1957)、布尔巴基(N. Bourbaki, 1935—)、阿蒂亚(M. F. Atiyah, 1929—)等 20 世纪数学大师的文集(其中哈代、布尔巴基与阿蒂亚的文集属再版)，这些文集集中的作品大都短小精悍，魅力四射，充满科学的真知灼见，在国外流传颇广。



相对而言,这些作品可以说是数学思想海洋中的珍奇贝壳,数学百花园中的美丽花束。

我们并不奢望这样一些“贝壳”和“花束”能够扭转功利的时潮,但我们相信爱因斯坦在纪念牛顿时所说的话:

“理解力的产品要比喧嚷纷扰的世代经久,它能经历好多个世纪而继续发出光和热。”

在这套丛书付梓之际,我们要感谢大连理工大学出版社特别是刘新彦同志,他们对传播科学文化的热情与远见使本套丛书很快能以崭新的面貌出版。我们衷心希望本套丛书所选译的数学大师们“理解力的产品”能够在传播数学思想,弘扬科学文化的现代化事业中放射光和热。

读读大师,走近数学,所有的人都会开卷受益。

李文林

2014年4月于北京中关村

## 译者序

迈克尔·阿蒂亚(M. F. Atiyah)是当代著名数学家,英国人。1990年,他以一名纯粹数学家的身份,被推举为英国皇家学会会长、剑桥大学三一学院院长以及牛顿数学科学研究所所长。这种集三位于一体的荣誉,在英国科学界的历史上是罕见的。

阿蒂亚1929年4月22日生于伦敦,少年时因随父亲去非洲,在开罗的维多利亚学校读书。中学时代就读于曼彻斯特语法学校。后入伦敦剑桥大学攻读数学,1952年毕业,1955年获博士学位。此后他便开始教书和研究生涯,按部就班地从助教(1957)、讲师(1958)、副教授(1961)升至教授(1963)。

阿蒂亚的名声得自于他杰出的数学成就。他的研究涉及从拓扑、几何、微分方程到数学物理的众多领域,反映了当代数学发展中学科交叉的特色,他尤其擅长带有几何特征的研究课题。阿蒂亚最突出的业绩当属拓扑  $K$ -理论[与希策布鲁赫

(Hirzebruch)合作]、复流形上椭圆算子的指标定理[与辛格(Singer)合作]以及对跟莱夫谢茨(S. Lefschetz)公式有关的不动点定理的证明[与博特(Bott)合作],他因此而获得了1966年国际数学家大会颁发的菲尔兹(Fields)奖章——自1936年以来,这一直是数学界的最高奖赏。他的上述成果皆与他人合作,这是他的研究方式的一个特点。阿蒂亚认为,合作“是做研究工作最为适宜和令人鼓舞的方式”,“深奥而又难以理解的数学,由于相互交流而有了生气”,当研究内容涉及多个领域时,“也必须要同他人进行合作”。

阿蒂亚除研究工作之外,还发表了不少通俗作品,阐释他对数学整体性的看法,概述数学某些分支的历史和现状,纵论数学与物理、数学与计算机的互相影响,为振兴衰落中的几何教育呐喊……对这些围绕数学的本质、数学的演化特征、数学与科学及社会的关系等问题的看法,向来都是仁者见仁,智者见智。他的见解自然受到他的实践活动的制约,但其中确实不乏精彩独到之处。这本书就是向读者介绍他的主要数学观点。我们相信,阿蒂亚的这一家之见颇具启示作用。

本书共收入阿蒂亚的13篇通俗文章(包括一篇对他的访问记),原文陆续问世于1966至1988年。其中有6篇(“数学的统一性”“阿蒂亚访问记”

“20 世纪 80 年代的分析 and 几何”“数学与计算机革命”“鉴别数学进步之我见”“物理对几何的影响”)曾在中国科学院数学研究所主办的期刊《数学译林》上刊出过中译文,此次转载仅作了个别文字修改;其余 7 篇是新译。我们谨向《数学译林》及所有的译、校者表示感谢。此外,除“物理对几何的影响”外的所有原文皆已收入《阿蒂亚全集》(第 1 卷)(Michael Atiyah Collected Works, Vol. 1. Oxford Science Publications, 1998)。阿蒂亚对收入第 1 卷的通俗文章一一作过介绍,我们将相关的介绍译出作为本书的序,这将有助于读者了解文章的背景。“物理对几何的影响”则收于全集的第 6 卷中。应该指出,阿蒂亚还有若干面向较广读者的非专题数学论文,或因内容显得专门,或因一时未能寻到手而未能收入本书。当然本书篇幅的限制也是割爱的一个原因。

在选择入集文章时,戴新身教授曾向编者提过有益的建议,特此致谢。大连理工大学出版社在当前形势下毅然下决心组此类书稿的眼力和出版的效率,也使编者深感钦佩。

袁向东

2014 年 5 月

## 序

我在很多场合作过通俗演讲,其中有些已经出版。通俗的程度则随听众的情况而定。在某些场合,我演讲的对象是职业数学家,而在另一些场合,我是报告厅里唯一的数学家。作这类通俗演讲(有时还得把它们写出来)是很难的。比起通常的讨论班上的报告,我需要对素材和表达方式有更多的思考。

文章“代数拓扑在数学中的作用”是在伦敦数学会 100 周年纪念会上的讲演,它给了我一个机会来阐述我对代数拓扑的看法。我未受过作为拓扑学家应该接受的正统训练,所以我倾向于视拓扑为一种有力的工具,它应该被更广泛地理解和使用。我的演讲就是依此观点提出的呼吁。

1968 年,在波恩大学成立 150 周年之际,我接受了该校的荣誉学位。对此我当然非常高兴,特别是因为我跟希策布鲁赫和他的工作班子有密切交往。不过当我得知必须在学校中包括全体科学家在内的教授会上作报告时,就不那么兴奋了。我尽我之所能,用极其概括的措辞,说明诸如对称性、连

续性和随机性这样一些一般性的概念,为什么目前在数学中如此重要。我的讲演原是用英语写的,在译成德文时适当添加了一些图形(见“数学的变迁和进展”)。后经希策布鲁赫提议,发表在一份印制精美的通俗科学杂志上。

我在 IMA(The Institute of Mathematics and its Application)的演讲(“如何进行研究”)中,阐述了我对数学研究的类型及风格的哲学观。文章基本上是根据录音整理而成的,所以行文显得松散和啰嗦,它没有深刻的或会引起争论的内容。

1975年,我被邀请在皇家学会所设的贝克(Baker)讲座上作报告(“大范围几何学”)。查遍该讲座过去的报告人记录,我未发现任何属于我的前辈的纯粹数学家。这一次更肯定了我的看法,即向一般的科学家听众演讲,对于数学家来说是项很艰巨的任务。显然,你不能摆出屈尊俯就的架势向这些著名的科学家说教,讲演的内容又应包含具有相当份量的知识;另一方面,大多数科学家,特别是生物学方面的,他们可能仅了解最基础的经典数学。我该如何应付这种困境?思考良久,我决定集中讨论人人都熟悉的代数方程,讲述一般的结构和概念,并以韦尔(A. Weil)的一些猜想作结尾。事先把讲演内容逐字逐句地写下来,然后再去念稿子,真是太难了,我还从来没有花过那么长的时间来准备

一篇讲稿。

.....

1976年,我在卡尔斯鲁厄(Karlsruhe)举行的国际数学教育会议(ICME)上受邀作大会报告(“纯粹数学的历史走向”)。听众大部分是中学教师,另一些是对于数学教育感兴趣的人。很清楚,这又是一次粗线条地描述数学的机会。我试图把现代数学的发展融入某种历史的进程之中。我知道在中等学校里,讲(或者做!)现代数学时一直存在大量的错误,所以我觉得应该来澄清现代数学为何物,以消除误会。

1973年我由普林斯顿回国,进入了伦敦数学会的理事会,1974年至1976年我担任该理事会主席,其最后一项义务是发表主席演讲。这是一个非常特殊和具有挑战性的机会。就我个人而言,因听众中有我的夫人和儿子,他们都受过数学训练,所以挑战味儿就更浓了!我决定用非常简单和初等的例子,展现数学中某些重要和深刻的进展。我的主要演讲发表时,基本上跟讲稿一样(“数学的统一性”),这是我遵循的一条原则。我抵制了扩充或改进已公开的讲演稿的诱惑,相信不追求形式的演讲更值得推荐。数学出版物难读难懂、过于形式、学究味重的现象已司空见惯,常使读者可望而不可及。

数学联合会(The Mathematical Association)长期以来形成一种传统:交替从大学和中学中选择它的主席。1981年至1982年我出任主席,此后有一段时间我卷入教育事宜的时间增加了,在担任科克罗夫特委员会(Cockcroft Committee)成员时达到顶点。这是通过滚雪球的方式变成“专家”的极好例证。参加一个委员会就给你加上一层受到信任的凭证,于是又导致下一个委员会的仿效。作为主席,在他们的就职演说中常会谈及教育政策,通常还会严厉批评当时的政府。我因并未感到处理这些事务有什么权威,所以在演说(“什么是几何”)中替几何说了些话。我的所有研究一直都不隐晦其几何风味,所以我试图解释我的几何观,并使用中学老师能理解的语言,这也许对课堂教学有用。

对我的访问记(“阿蒂亚访问记”)是由米尼奥(Minio)撰写的,很难说是我的著作,但是它以朴实和无拘无束的形式表达了我对许多数学论题的观点。要是裁去此文可能让人觉得是审查未获通过!当然,某些临场发挥的话未免有些荒唐,特别是我对有限单群分类的评论已作为一项“暴行”记录在案。要是我不想收回说过的任何话,我尽可以使用更多的外交辞令,写出的文章也会更四平八稳。也许,我应在此说出我的信念:在寻找分类方面的最重要的成果是发现了魔群。这显然是具有神秘色



彩的对象,跟诸如模形式这类重要的课题有深刻的联系,需要我们彻底地去理解。

在和米尼奥的谈话中,我曾赞许地评论过诺贝尔奖中未设数学方面的奖。具有讽刺意味的是,不久就听说我被授予由意大利科学院(The Lincei)设立的费尔特里内利奖(Feltrinelli Prize)。此奖虽无诺贝尔奖的盛名和骂名,奖金却可与之匹敌。曾接受此奖的数学前辈有阿达玛(J. Hadamard)、莱夫谢茨(S. Lefschetz)和勒雷(J. Leray),我将与名流为伍。授奖仪式在罗马举行并由共和国总统颁奖,并要求我作 25 分钟左右的演讲,介绍自己的工作。这是个严肃的任务,我思考良久。我应该概述我的数学工作,又不能让意大利科学院尊贵的听众完全无法理解。最后,我怀着某种顾虑写出了讲稿(“我的数学工作”),跟我的夫人一起去罗马受奖。很幸运,罗马不是斯德哥尔摩,意大利人有不同的授奖方式。仪式上穿制服的卫兵令人难以忘怀,大厅布置得富丽堂皇。佩尔蒂尼(Pertini)总统也准时到会。然而,随着议程一项项进行,时间不够了,总统还有其他国务活动要参加,结果要求我把那篇精心准备的演说压缩到 10 分钟!我匆忙地决定选择某些段落来讲。现在我已经记不得我略去了哪些,但无疑我会把数学味较浓的那点东西省去。这在某种程度上使我如释重负,所以,从本质