考研数学大纲配套系列用书推荐

高教版
2015

考研数学 基础过关500题

主编 王莉

送精讲导学课程

登录官方微博 http://weibo.com/wl1966
或中国教育考试在线 http://www.eduexam.com.cn 分享资源、课程和冲刺密卷

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

2015 KAOYAN SHUXUE JIC

高教版
2015

考研数学
基础过关500题

主编 王 莉

送精讲导学课程

登录官方微博 http://weibo.com/wl1966
或中国教育考试在线 http://www.eduexam.com.cn 分享资源、课程和冲刺密卷

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

《考研数学基础过关500题》分题目和答案与解析两部分，各部分含高等数学、线性代数、概率论与数理统计三篇，每篇基本上与考研数学大纲同步划分章节，设置有选择题和填空题两种题型，选择题侧重考查对基本概念和基本理论的理解程度，填空题侧重考查对基本公式和运算法则的掌握程度。书中有的题目数学一、数学二、数学三等不同的卷种不作要求，请读者阅读时注意。

图书在版编目(CIP)数据

2015考研数学基础过关500题/王莉主编. --北京：高等教育出版社，2014.4

ISBN 978-7-04-035431-7

Ⅰ.①2… Ⅱ.①王… Ⅲ.①高等数学-研究生-入学考试-习题集 Ⅳ.①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第039867号

策划编辑 张耀明　　责任编辑 张耀明　　封面设计 王　洋　　版式设计 余　杨
责任校对 杨凤玲　　责任印制 刘思涵

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街4号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	山东鸿杰印务集团有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×1092mm　1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	22	版　　次	2014年4月第1版
字　　数	540千字	印　　次	2014年4月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	38.00元

物 料 号　35431-00

前　言

为了帮助有志于报考硕士学位研究生的广大同学全面、系统、深入、高效地复习数学课程，提高考研应试能力，并为今后研究生学业奠定坚实的数学基础，作者根据教育部考试中心最新颁布的《数学考试大纲》，结合作者多年在全国各地辅导班的授课经验，以作者的考研辅导讲义为蓝本，切实考虑到考研学子的不同需求，编写了《考研数学复习教程》、《考研数学基础过关500题》、《考研数学考试大纲配套1000题》、《考研数学历年真题标准解析》以及《考研数学冲刺模拟5套卷》等系列丛书。其中《考研数学基础过关500题》适宜于复习前期配合教材使用——夯实基础；《考研数学复习教程》与《考研数学考试大纲配套1000题》适宜于复习中期攻坚阶段使用——强化解题定式训练，培养解题能力；《考研数学历年真题标准解析》与《考研数学冲刺模拟5套卷》适宜于后期使用——模拟演练、巩固提高。考生可根据自己的具体情况选用。

《考研数学基础过关500题》的结构及特点如下：

本书分题目和答案与解析两部分，各部分含高等数学、线性代数、概率论与数理统计三篇，每篇基本上与考研数学大纲同步划分章节，设置有选择题和填空题两种题型，选择题侧重考查对基本概念和基本理论的理解程度，填空题侧重考查对基本公式和运算法则的掌握程度。本书只设置两种题型主要是针对于考研数学试卷的23道题中有8个选择题、6个填空题，题量占了整个试卷的60%，为了解决考生选择题和填空题得分偏低的问题。

本书每章选编的题目力争覆盖本章的所有知识点，围绕定义、定理、性质以及基本公式和运算法则，由易到难，由简到繁，注意梯次，既注重基础知识的解读，也注重了典型问题的方法总结，能够有效地帮助读者搞懂概念、搞透原理、搞熟方法，夯实基础。书中的每道题都有详细的分析求解过程和必要的总结说明，建议读者先动脑思考、动笔去做，然后再看解答过程，认真体会题后的总结。

书中有的题目数学一、数学二、数学三等不同的卷种不作要求，请读者阅读时注意。

本书可供大学本、专科院校的学生在学习高等数学、线性代数、概率论与数理统计时参考。

在编写本书过程中，作者参考了许多教材和有关著作，引用了其中的一些例子，恕不一一列出，在此谨向有关作者致谢。

鉴于作者水平有限，书中疏漏之处在所难免，恳请同行专家和读者批评指正。

编　者

2014年1月

目录

第一部分 题 目

第一篇 高等数学

第二篇 线性代数

第三篇 概率论与数理统计

第二部分 答案与解析

第一篇 高等数学

第二篇 线性代数

第三篇 概率论与数理统计

第一部分　题　　目

第一篇　高等数学

第一章　函数、极限与连续

一、选择题

1. 设函数 $f(x)=x\sin x\ln(1+|\cos x|)$，则 $f(x)$ 是

(A) 偶函数.　(B) 有界函数.　(C) 周期函数.　(D) 单调函数.

2. 设 $f(x)=\frac{1}{2}(x+|x|)$，$g(x)=\begin{cases}x, & x<0,\\ x^2, & x\geqslant 0.\end{cases}$ 则

(A) $f[g(x)]=\begin{cases}0, & x<0,\\ x, & x\geqslant 0.\end{cases}$　(B) $f[g(x)]=\begin{cases}x, & x<0,\\ x^2, & x\geqslant 0.\end{cases}$

(C) $f[g(x)]=\begin{cases}0, & x<0,\\ x^2, & x\geqslant 0.\end{cases}$　(D) $f[g(x)]=\begin{cases}x^2, & x<0,\\ x, & x\geqslant 0.\end{cases}$

3. 下列命题中错误的是

(A) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在，则 $\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|$ 存在.

(B) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|$ 存在，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在.

(C) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=0$.

(D) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=0$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$.

4. 下列数列收敛的是

(A) $f(n)=\begin{cases}\frac{1}{n}+1, & n\text{ 为奇数},\\ \frac{1}{n}-1, & n\text{ 为偶数}.\end{cases}$　(B) $f(n)=\begin{cases}\frac{1+3^n}{3^n}, & n\text{ 为奇数},\\ \frac{1-3^n}{3^n}, & n\text{ 为偶数}.\end{cases}$

(C) $f(n)=(-1)^{n-1}\frac{3n^2}{n^2+1}$.　(D) $f(n)=\begin{cases}\frac{1}{2n}, & n\text{ 为奇数},\\ \frac{1}{n-1}, & n\text{ 为偶数}.\end{cases}$

5. 下列命题正确的是

(A) 若 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]=\lim\limits_{x\to x_0}f(x)+\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$.

(B) 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)=\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\cdot\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$.

(C) 若 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 都存在，则 $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$ 存在.

(D) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)$与$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$都存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$存在.

6. 考虑下列式子

① $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$;　　② $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}=0$;

③ $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1$;　　④ $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}=0$.

其中正确的个数为

(A) 1 个.　(B) 2 个.　(C) 3 个.　(D) 4 个.

7. 下列各式中正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\mathrm{e}$.　(B) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{\sin x}{x}}=\mathrm{e}^{-1}$.

(C) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}=-\mathrm{e}$.　(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{x}{\sin x}}=\mathrm{e}$.

8. 当$x\to 1$时,函数$\dfrac{x^2-1}{x-1}\arctan\dfrac{1}{x-1}$的极限

(A) 不存在.　(B) 等于$-\pi$.　(C) 等于π.　(D) 等于0.

9. 当$x\to 0$时,函数$f(x)=\dfrac{1}{x^2}\cos\dfrac{1}{x}$是

(A) 无穷小.　(B) 无穷大.

(C) 有界的,但不是无穷小.　(D) 无界的,但不是无穷大.

10. 设$f(x)=a^x+b^{3x}-2$,其中a,b是大于1的常数,且$ab^3\neq \mathrm{e}$,则当$x\to 0$时,

(A) $f(x)$与x是等价的无穷小.

(B) $f(x)$与x是同阶但非等价的无穷小.

(C) $f(x)$是比x高阶的无穷小.

(D) $f(x)$是比x低阶的无穷小.

11. 当$x\to 0$时,下列无穷小量中比其他三个都高阶的是

(A) $x\ln(1+x)$.　(B) $1-\cos^2 x$.

(C) $\sqrt[3]{1+x^2}-1$.　(D) $\tan x-\sin x$.

12. 设$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+d(1-\mathrm{e}^{-x^2})}=2$,其中$a,b,c,d$为常数,且$ac\neq 0$,则必有

(A) $a=4c$.　(B) $a=-4c$.　(C) $b=4d$.　(D) $b=-4d$.

13. 设$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-(ax+bx^2)}{x^2}=2$,则

(A) $a=0,b=-\frac{5}{2}$.　　(B) $a=0,b=-2$.

(C) $a=1,b=-\frac{5}{2}$.　　(D) $a=1,b=-2$.

14. 设$f(x)=\begin{cases}(x-1)\arctan\dfrac{1}{x^2-1}, & x\neq\pm1,\\ 0, & x=\pm1,\end{cases}$则函数$f(x)$

(A) 在 $x=-1$ 处连续,在 $x=1$ 处间断.

(B) 在 $x=-1$ 处间断,在 $x=1$ 处连续.

(C) 在 $x=-1,x=1$ 处都连续.

(D) 在 $x=-1,x=1$ 处都间断.

15. 设 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x}, & x\neq0,\\ f(0), & x=0,\end{cases}$其中$f(x)$在 $x=0$ 处可导, $f'(0)\neq0$, $f(0)=0$. 则 $x=0$ 是函数 $F(x)$的

(A) 连续点.　　(B) 第一类间断点.

(C) 第二类间断点.　　(D) 连续点或间断点不能确定.

16. 下列函数中,以 $x=0$ 为跳跃间断点的是

(A) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & x\neq0,\\ 1, & x=0.\end{cases}$　　(B) $f(x)=\begin{cases}e^{\frac{1}{x}}, & x\neq0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}\arctan\dfrac{1}{x}, & x\neq0,\\ 1, & x=0.\end{cases}$　　(D) $f(x)=\begin{cases}x\operatorname{arccot}\dfrac{1}{x}, & x\neq0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$

17. 设函数$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$,讨论函数$f(x)$的间断点,其结论为

(A) 不存在间断点.　　(B) 存在间断点 $x=-1$.

(C) 存在间断点 $x=0$.　　(D) 存在间断点 $x=1$.

18. 函数$f(x)=\dfrac{|x|\sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$在下列哪个区间内有界?

(A) $(-1,0)$.　　(B) $(0,1)$.　　(C) $(1,2)$.　　(D) $(2,3)$.

二、填空题

19. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+5\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}}\right)=$ ________.

20. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{3n^2+2n-1}+\dfrac{2}{3n^2+2n-2}+\cdots+\dfrac{n}{3n^2+n}\right)=$________.

21. $\lim\limits_{x\to+\infty}(3^x+5^x)^{\frac{1}{x}}=$________.

22. $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{(1-\cos\sqrt{x})\ln(1+2x)}=$________.

23. $\lim\limits_{x\to0}\cot x\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{\tan x}\right)=$________.

24. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sin\dfrac{1}{x}+\cos\dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)^{2x}=$________.

25. 设$\lim\limits_{x\to0}\left(1+x+\dfrac{f(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x}}=e^{\frac{3}{2}}$,则$\lim\limits_{x\to0}\left(1+\dfrac{f(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x}}=$________.

26. 已知当$x\to0$时,$(1+ax^2)^{\frac{1}{3}}-1$与$\cos x-1$是等价的无穷小,则常数$a=$________.

27. 设当$x\to0$时,$2^{\tan x}-2^x$与$x^n\ln(1+x)$是同阶的无穷小,则$n=$________.

28. 当$x\to0$时,$e^x-(ax^2+bx+1)$是比x^2高阶的无穷小,则常数$a=$________,$b=$________.

29. 设函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2}(\cos 2x-\cos 3x), & x\neq0,\\ a, & x=0\end{cases}$在$x=0$处连续,则$a=$________.

30. 已知函数$f(x)$连续,且满足$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos[xf(x)]}{(e^{x^2}-1)f(x)}=1$,则$f(0)=$________.

31. 设函数$f(x)=\begin{cases}x^2+1, & |x|\leqslant c,\\ \dfrac{2}{|x|}, & |x|>c\end{cases}$在$(-\infty,+\infty)$内连续,则$c=$________.

32. 设$f(x)=\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}}{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x}}$,则$f(x)$的无穷间断点的个数为________.

第二章　一元函数微分学

一、选择题

1. 设$f(x)$在点x_0的某邻域内有定义,考虑以下条件:

① $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h}$存在;　　② $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}$存在;

③ $\lim\limits_{h\to -\infty}h\left[f\left(x_0+\dfrac{1}{h}\right)-f(x_0)\right]$存在;　　④ $\lim\limits_{h\to\infty}h^2\left[f\left(x_0+\dfrac{1}{h^2}\right)-f(x_0)\right]$存在.

其中是$f(x)$在点x_0处可导的充分必要条件的有

(A) 1 个.　　(B) 2 个.　　(C) 3 个.　　(D) 4 个.

2. 下列条件中,当$\Delta x\to 0$时,使$f(x)$在点x_0处不可导的条件是

(A) Δy与Δx是等价的无穷小量.

(B) Δy与Δx是同阶但非等价的无穷小量.

(C) Δy是比Δx高阶的无穷小量.

(D) Δy是比Δx低阶的无穷小量.

3. 设$f(x)$在$x=0$处可导,且$f(0)=0$,则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xf(\sin x)-f(\cos x-1)}{x^2}=$

(A) $\dfrac{1}{2}f'(0)$.　　(B) $f'(0)$.　　(C) $\dfrac{3}{2}f'(0)$.　　(D) $2f'(0)$.

4. 设$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0,\end{cases}$则函数$f(x)$在$x=0$处的左、右导数

(A) 都存在且相等.　　(B) 都存在但不相等.

(C) 仅有一个存在.　　(D) 都不存在.

5. 设$f(x)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{1+x^2}, & x\leqslant 0,\\ \dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x}}, & x>0,\end{cases}$则$f(x)$在$x=0$处

(A) 极限不存在.　　(B) 极限存在但不连续.

(C) 连续但不可导.　　(D) 可导.

6. 设$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^{\alpha}}\cos\dfrac{1}{x-1}, & x<1,\\ 0, & x\geqslant 1\end{cases}$在$x=1$处可导,其中$\alpha$为常数,则$\alpha$的取值范围是

(A) $\alpha<-1$.　　(B) $-1\leqslant\alpha<0$.　　(C) $0\leqslant\alpha<1$.　　(D) $\alpha\geqslant1$.

7. 设周期为 3 的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导,且满足 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{f(-x)+f(3x)}=-1$,则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(3,f(3))$ 处的切线方程为

(A) $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$.　(B) $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$.　(C) $y=2(x-3)$.　(D) $y=-2(x-3)$.

8. 设 $f(x)=3x^3+x^2|x|$,则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 n 为

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

9. 函数 $f(x)=(x^2-x)|x^3-x|$ 不可导点的个数为

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

10. 设函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有界且可导,则

(A) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ 时,必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=0$.

(B) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)$ 存在时,必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=0$.

(C) 当 $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=0$ 时,必有 $\lim\limits_{x\to0^+}f'(x)=0$.

(D) 当 $\lim\limits_{x\to0^+}f'(x)$ 存在时,必有 $\lim\limits_{x\to0^+}f'(x)=0$.

11. 设函数 $f(u)$ 二阶可导且 $f'(u)\neq0$,若 $y=f(\ln x)$,则 $\dfrac{d^2x}{dy^2}=$

(A) $\dfrac{f'(\ln x)-f''(\ln x)}{[f'(\ln x)]^2}$.　　(B) $\dfrac{f'(\ln x)-xf''(\ln x)}{[f'(\ln x)]^2}$.

(C) $\dfrac{x[f'(\ln x)-f''(\ln x)]}{[f'(\ln x)]^3}$.　　(D) $\dfrac{x[f'(\ln x)-xf''(\ln x)]}{[f'(\ln x)]^3}$.

12. 设函数 $f(u)$ 可导,$y=f(x^2)$ 当自变量 x 在 $x=-1$ 处取得增量 $\Delta x=-0.1$ 时,相应的函数增量 Δy 的线性主部为 0.1,则 $f'(1)$ 等于

(A) -1.　　(B) 0.1.　　(C) 1.　　(D) 0.5.

13. 设函数 $f(u)$ 可导,且 $y=f(e^x)$,则 $dy=$

(A) $f'(e^x)dx$.　　(B) $f'(e^x)de^x$.

(C) $[f(e^x)]'de^x$.　　(D) $[f(e^x)]'e^xdx$.

14. 设函数 $f(x)$ 连续,且 $f'(0)>0$,则存在 $\delta>0$,使得

(A) $f(x)$ 在 $(0,\delta)$ 内单调增加.

(B) $f(x)$ 在 $(-\delta,0)$ 内单调减少.

(C) 对任意的 $x\in(0,\delta)$,有 $f(x)>f(0)$.

(D) 对任意的 $x\in(-\delta,0)$,有 $f(x)>f(0)$.

15. 设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内可导,且对任意不同的实数x_1,x_2有$(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]>0$,则

(A) 对任意x, $f'(x)>0$.　　(B) 对任意x, $f'(-x)\leqslant 0$.

(C) 函数$f(-x)$单调增加.　　(D) 函数$-f(-x)$单调增加.

16. 设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义,$x_0\neq 0$是$f(x)$的极大值点,则

(A) x_0必是$f(x)$的驻点.　　(B) $-x_0$必是$-f(-x)$的极小值点.

(C) $-x_0$必是$-f(x)$的极小值点.　　(D) 对$\forall x\in(-\infty,+\infty)$,都有$f(x)\leqslant f(x_0)$.

17. 设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内具有二阶导数,且$f'(x)\neq 0$, $f^{-1}(x)$是$f(x)$的反函数,则当$[f^{-1}(x)]'>0,[f^{-1}(x)]''>0$时,在$(-\infty,+\infty)$内必有

(A) $f(x)$单调增加,曲线$y=f(x)$是凸的.

(B) $f(x)$单调增加,曲线$y=f(x)$是凹的.

(C) $f(x)$单调减小,曲线$y=f(x)$是凸的.

(D) $f(x)$单调减小,曲线$y=f(x)$是凹的.

18. 设$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1$,则在$x=a$处

(A) $f(x)$的导数不存在.　　(B) $f(x)$的导数存在,且$f'(a)\neq 0$.

(C) $f(x)$取得极大值.　　(D) $f(x)$取得极小值.

19. 设函数$f(x)$具有二阶连续导数,且$f'(0)=0,\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f''(x)}{|x|}=1$,则

(A) $f(0)$是$f(x)$的极大值.

(B) $f(0)$是$f(x)$的极小值.

(C) $(0,f(0))$是曲线$y=f(x)$的拐点.

(D) $f(0)$不是$f(x)$的极值,$(0,f(0))$也不是曲线$y=f(x)$的拐点.

20. 设$y=f(x)$满足微分方程$y''+y'-e^{\sin x}=0$,且$f'(x_0)=0$,则$f(x)$在

(A) x_0的某邻域内单调增加.　　(B) x_0的某邻域内单调减小.

(C) x_0处取得极小值.　　(D) x_0处取得极大值.

21. 设$f'(x_0)=f''(x_0)=0$, $f'''(x_0)>0$,则下列选项中正确的是

(A) $f'(x_0)$是$f'(x)$的极大值.　　(B) $f(x_0)$是$f(x)$的极大值.

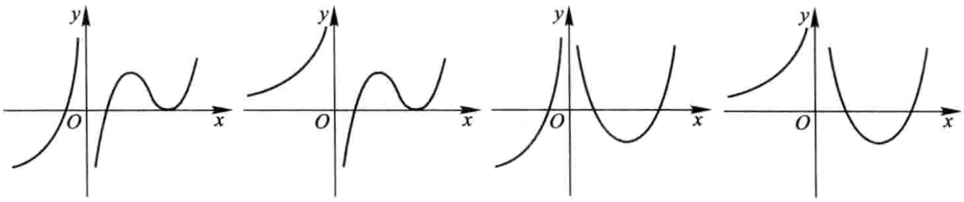
(C) $f(x_0)$是$f(x)$的极小值.　　(D) $(x_0,f(x_0))$是曲线$y=f(x)$的拐点.

22. 曲线$y=(x-1)^2(x-3)^2$的拐点个数为

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

23. 设函数$f(x)$在其定义域内可导,$y=f(x)$的图形如图2-1所示,则导函数$y=f'(x)$的图

形为



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

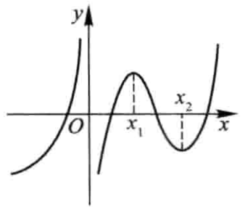


图 2－1

24. 设函数$f(x)$在闭区间$[a,b]$上有定义,在开区间(a,b)内可导,则

(A) 当$f(a)f(b)<0$时,存在$\xi\in(a,b)$,使$f(\xi)=0$.

(B) 对任意$\xi\in(a,b)$,有$\lim\limits_{x\to\xi}[f(x)-f(\xi)]=0$.

(C) 当$f(a)=f(b)$时,存在$\xi\in(a,b)$,使$f'(\xi)=0$.

(D) 存在$\xi\in(a,b)$,使$f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$.

25. 曲线$y=e^{\frac{1}{x^2}}\arctan\dfrac{x^2+x-1}{(x+1)(x-2)}$的渐近线有

(A) 1 条.　(B) 2 条.　(C) 3 条.　(D) 4 条.

26. 曲线$y=x^2(e^{\frac{1}{x}}-1)$

(A) 必有水平渐近线和铅直渐近线.　(B) 必有水平渐近线和斜渐近线.

(C) 必有铅直渐近线和斜渐近线.　(D) 三种渐近线都有.

27. 设常数$k>0$,函数$f(x)=\ln x-\dfrac{x}{e}+k$在$(0,+\infty)$内零点个数为

(A) 0.　(B) 1.　(C) 2.　(D) 3.

28. 设函数$f(x)=x^2(x-1)(x-2)$,则$f'(x)$的零点个数为

(A) 0.　(B) 1.　(C) 2.　(D) 3.

〔1〕**29.** 某种商品的价格为p,售出的商品数量Q可表示为$Q=\dfrac{a}{p+b}-c$,其中a,b,c均为正数,

〔1〕此题只数学三卷种要求.

且 $a>bc$，则

(A) p 增加时销售额减小.

(B) p 增加时销售额增加.

(C) 存在正数 p_0，当 $0<p<p_0$ 时，销售额随 p 的增加而增加.

(D) 存在正数 p_0，当 $p>p_0$ 时，销售额随 p 的增加而增加.

[1] 30. 设某商品的需求函数为 $Q=100-2p$，其中 Q,p 分别表示需求量和价格. 若商品需求弹性的绝对值大于 1，则商品价格的取值范围是

(A) $(0,20)$. (B) $(0,25)$. (C) $(20,50)$. (D) $(25,50)$.

二、填空题

31. 设 $y=x[\cos(\ln x)+\sin(\ln x)]$，则 $y'=$________.

32. 设 $y=\arctan e^x-\ln\sqrt{\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1}}$，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=1}=$________.

33. 设 $f(x)=\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^x$，则 $\left.df(x)\right|_{x=\frac{1}{2}}=$________.

34. 已知 $y=f\left(\dfrac{3x-2}{3x+2}\right)$，$f'(x)=\arcsin x^2$，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$________.

35. 设 $f(t)=\lim\limits_{x\to\infty}t\left(\dfrac{x+t}{x-t}\right)^x$，则 $f'(t)=$________.

36. 设 $f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+2013)$，则 $f'(-2013)=$________.

37. 设函数 $y=f(x)$ 由方程 $e^{2x+y}-\cos(xy)=e-1$ 确定，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的法线方程为________.

38. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y=f(x^2+y^2)+f(x+y)$ 确定，且 $y(0)=2$，其中 $f(u)$ 可微. 若 $f'(2)=\dfrac{1}{2}$，$f'(4)=1$，则 $y'(0)=$________.

39. 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t-\ln(1+t),\\ y=t^3+t^2\end{cases}$ 所确定，则 $\dfrac{dy}{dx}=$________，$\dfrac{d^2y}{dx^2}=$________.

40. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\begin{cases}x=\sin 2t+\tan 3t,\\ y=5^t+\arctan t^2\end{cases}$ 确定，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{t=0}=$________.

---

[1] 此题只数学三卷种要求.

41. 若曲线 $y=x^2+ax+b$ 和 $2y=-1+xy^3$ 在点 $(1,-1)$ 处相切,则常数 $a=$________, $b=$________.

42. 曲线 $\begin{cases}x=t^2+2t,\\ y=\ln(1+t)\end{cases}$ 上与直线 $8x+y=1$ 垂直的切线方程为________.

43. 心形线 $r=1-\cos\theta$ 在 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ 处的切线的直角坐标方程为________.

44. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导,且 $f(0)=0$, $f'(0)=-1$,则极限 $\lim\limits_{x\to0}[1+2f(x)]^{\frac{1}{\ln(1+x)}}=$________.

45. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在二阶导数,且 $f''(0)=3$. 若函数 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x^2}, & x\neq0,\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则常数 $a=$________.

46. 设 $f(x)=\ln(3x^2+5x-2)$,则 $f^{(n)}(x)=$________.

47. 设 $f(x)=\arctan x$,则 $f^{(n)}(0)=$________.

48. 函数 $y=(x-1)e^{\frac{\pi}{2}+\arctan x}$ 的单调区间为________,极值为________,该函数图形的渐近线为________.

49. 曲线 $y=\dfrac{2x^2}{(1-x)^2}$ 的凹凸区间为________,拐点为________,渐近线为________.

[1] **50.** 设某产品的成本函数为 $C=aq^2+bq+c$,需求函数 $q=\dfrac{1}{e}(d-p)$,其中 C 为成本,q 为需求量(即产量),p 为价格,a,b,c,d,e 都是正的常数,且 $d>b$. 则边际成本函数为________,边际收益函数为________,最大利润为________,收益对价格的弹性为________,需求对价格的弹性的绝对值为 1 时的产量为________.

[2] **51.** 曲线 $y=\ln x$ 上曲率最大的点的坐标为________.

---

[1] 本题只数学三卷种要求.
[2] 本题只数学一、数学二卷种要求.