

GONGCHENG CESHI YU XINXI CHULI

工程测试与信息处理

赵继俊 赵滨 李永海 编著

哈尔滨出版社

高等学校机械设计制造及其自动化专业教学用书

工程测试与信息处理

赵继俊 赵 滨 李永海 编著

邹经湘 赵业权 主审



哈 尔 滨 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

工程测试与信息处理/赵继俊著,一哈尔滨:哈尔滨出版社,2001.3

ISBN 7-80639-456-7

I.工… II.赵… III.①机械工程-测试技术②机械工程-信息处理IV.TG8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 03647 号

工程测试与信息处理

作者/赵继俊 赵滨 李永海

责编/康雁翎

封面/赵 鹏

版式/宁常琿

出版/哈尔滨出版社

地址/哈尔滨市南岗区贵新街 170 号

印刷/哈尔滨理工大学(东区)印刷厂

发行/哈尔滨出版社

开本/787×1092 毫米 1/16

印张/14.125

字数/330 千字

版次/2001 年 3 月第 1 版

印次/2001 年 3 月 1 次印刷

印数/1~1000 册

书号/ISBN 7-80639-456-7/T·9

定价/20.00 元

(本书如有印装质量问题,请与印刷厂调换)

序

随着社会经济的发展和教育的进一步深化,高等工科教育的培养目标应着眼于将来,要面向 21 世纪,要宽基础,大口径,重能力,培养适应现代科学技术发展的高素质复合型人才。要实现新的培养目标,教学内容和课程体系的改革是关键。“工程测试与信息处理”是在充分体现上述思想的前提下,为机械设计制造及其自动化专业设置的一门重要的专业基础课。

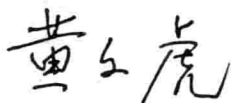
当今,以微电子技术、信息技术、纳米技术、生命科学为主要标志的现代科学技术,正在改变着世界面貌和人类的生产、生活方式。边缘科学、交叉科学也不断涌现。机械制造业正向柔性化、集成化、智能化、柔性制造系统(FMS)与计算机集成制造系统(CIMS)方向发展,机械产品的结构和功能都产生了质的跃变。机械产品的功能由取代、延伸与放大人的体力,跃变到还能取代、延伸与加强人的部分脑力的作用。机械制造过程不仅包含物质流与能量,而且包含了信息流。而信息的获取、传递、存贮、处理、利用和挖掘是现代科学技术所有领域发展的关键所在。

众所周知,教材在人才培养中起着重要的作用,教材建设是学校最基本的建设内容之一。本书的作者在借鉴了其他院校好的经验基础上,总结了自己在科研和教学中的亲身体会,编写出此教材。《工程测试与信息处理》是机械设计制造及其自动化专业相应课程的配套教材,其内容包括:信号及其描述,信号的分析处理,测试系统的特性,常用传感器,信号调理电路,数字信号处理与计算机辅助测试,位移和速度的测量,机械振动测试,力、力矩、压力的测量,温度的测量,流量的测量。该书着重学生能力的培养,注重理论与工程实际的相结合,在内容上基本反映了这一领域的较新成果和发展趋势。

该书是编者在教学和科研上多年辛勤劳动的结晶,由于该书内容涉及的领域较多,编者的业务水平和经历有限,书中的错误、不妥和缺陷是不可避免的,希望专家读者批评指正。但编者在教材的编写内容和结构上探索精神是值得肯定的。

中国工程院院士

中国振动工程学会名誉理事长



2001 年 2 月 5 日

前 言

“工程测试与信息处理”是机械设计制造及其自动化专业重要的专业基础课,本教材教学参考学时为 50 学时,全书共有 11 章,基本内容包括:信息与信号的关系,信号分析基础,统计分析、频域分析、卷积与相关分析,测试系统的组成定义,测试系统的静态与动态特性,常用传感器,新型传感器,模拟信号的调理电路,测量电桥、信号的调制与解调、滤波器,数字信号的处理与分析,采样定理、采样量化、窗函数应用、DFT 与 FFT、数字滤波器,位移与速度的测量,机械振动测试与机械阻抗试验,力、力矩、压力的测量,温度测量,热电偶温度计、热电阻温度计、热辐射温度计,流量的测量,容积式流量计、压差式流量计、阻力式流量计、速度式流量计、电磁式流量计等。

本书在编写过程中,本着学用一致的原则,以基础知识和工程应用为主,注重理论和实际相结合;既有深度,又有广度;既注重目前情况,又反映近年科学技术成果和发展趋势。本书可作为大学本科机械类各专业相关课程备选教材,也可供工程技术人员参考。

本书由哈尔滨理工大学、哈尔滨工业大学、黑龙江八一农垦大学有关教师共同编写,并得到这些学校领导的关心和支持。参加编写工作的教师是:赵继俊(绪论,第 2、6、11 章),赵滨(第 3、4、9 章),李永海(第 5、8 章),宋欣(第 1、7 章),匡丽红(第 10 章),全书由赵继俊统稿。

本书由博士导师邹经湘教授和赵业权教授主审,参加审稿的还有杨守成、于庆有、万秋玉三位教授。他们对本书作了严谨认真的审阅,并提出了许多宝贵的意见,仅在此向他们表示衷心的感谢,同时向本书所引主要参考文献的作者致谢。

由于书中涉及的知识面较广,编者水平有限,书中定有不少疏漏和错误之处,恳切希望读者批评指正。

编著者

2000 年 12 月

目 录

绪论	(1)
第一章 信号及其描述	(4)
1.1 信号及分类	(4)
1.2 信号的描述	(6)
1.3 典型信号的频谱	(19)
第二章 信号的分析与处理	(25)
2.1 概述	(25)
2.2 概率密度分析	(26)
2.3 相关分析	(30)
2.4 功率谱分析	(38)
第三章 测试系统的特性	(46)
3.1 测试系统概述	(46)
3.2 测试系统的静态特性	(49)
3.3 测试系统的动态特性	(52)
第四章 常用传感器	(61)
4.1 传感器的分类	(61)
4.2 传感器选用原则	(62)
4.3 电阻式传感器	(64)
4.4 电感式传感器	(67)
4.5 电容式传感器	(71)
4.6 压电式传感器	(76)
4.7 磁电式传感器	(79)
4.8 热电转换式传感器	(80)
4.9 光电式传感器	(84)
4.10 新型传感器	(88)
第五章 信号调理电路	(92)
5.1 电桥	(92)
5.2 滤波	(96)
5.3 调制与解调	(104)
第六章 数字信号处理与计算机辅助测试	(113)

6.1 数字信号处理的步骤	(113)
6.2 信号数字处理中几个关键问题	(114)
6.3 有限离散傅里叶变换——DFT	(120)
6.4 快速傅里叶变换——FFT	(122)
6.5 数字滤波初步	(132)
6.6 计算机辅助自动测试系统简介	(133)
第七章 位移和速度的测量	(139)
7.1 位移的测量	(139)
7.2 位移测量应用实例	(141)
7.3 速度测量	(147)
第八章 机械振动测试	(151)
8.1 单自由度系统受迫振动简介	(151)
8.2 拾振器	(153)
8.3 振动分析仪器	(160)
8.4 机械阻抗分析	(164)
8.5 机械系统振动参数的估计	(172)
8.6 测振装置的校准	(177)
第九章 力、力矩、压力的测量	(180)
9.1 力的测量	(180)
9.2 扭矩的测量	(185)
9.3 压力的测量	(187)
第十章 温度的测量	(193)
10.1 温度的标准与温度测量方法	(193)
10.2 热电偶温度计	(195)
10.3 热电阻温度计	(199)
10.4 热辐射温度计	(201)
第十一章 流量的测量	(206)
11.1 容积式流量计	(206)
11.2 压差式流量计	(208)
11.3 流体阻力式流量计	(210)
11.4 测速式流量计	(212)
参考文献	(219)

绪 论

一 测试、信息、信号

测试是具有试验性质的测量。试验是对未知事物的探索性的认识过程,测量是为确定被测对象的物理参数量值而进行的实验过程。测试是人类认识自然、掌握自然规律的实践途径之一,是科学研究中获得感性材料、接受自然信息的途径,是形成、发展和检验科学理论的实践基础。

信息和信号是两个不同的概念,一般信息可理解为消息、情报或知识。信息本身不是物质,不具有能量,但信息的传输却要依靠某种具有能量的物质,这种具有能量的物质就是信号,或者说信号是信息的载体,信息是由信号传输的,信息是蕴涵于信号之中的。例如,古代烽火,人们接收到的是光信号,它蕴涵着的信息是“敌人来进攻了”;防空警报,人们接受到的是声信号,其含义则是“敌机空袭”;接到的书信,白纸黑字是光信号,它传递着人们的思想感情;无线电通信中的电磁波则携带着新闻和音乐。

二 测试、信息处理的基本内容

传输信息的信号有电信号、光信号、力信号等等。其中,电信号在变换、处理、传输和运用等方面,都具有明显的优点,因而成为目前应用最为广泛的信号。

一般来讲,测试的整个过程包含着许多环节:以适当的方式激励被测对象、信号的检测和转换、信号的调理、分析与处理、显示与记录,以及必要时以电量的形式输出测量结果。常见测试系统的组成框图如图0-1所示。

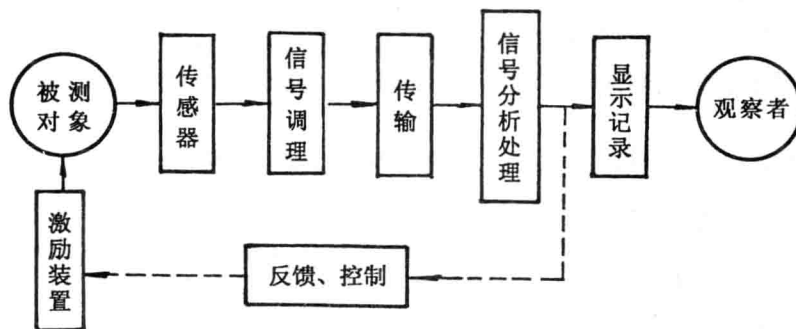


图0-1 测试系统组成框图

由于客观事物是多样的,测试工作所要获取的信息,有可能已载于某种可检测的信号之中,也可能没有载于可检测的信号中。对于后者,测试工作就包含有选用合适的方式激励被测对象,使其产生既能充分表征有关信息又便于检测的信号。实际上,许多系统的特性参量在某些状态下,可能充分地显示出来;而在另外一些状态下却可能没有显示出来,或者显示得不明显,以至于难于检测出来。因此,在后一种情形下,要测量这些特性参量时,就需要激励该系统,使其

处于能够充分显示这些参量特性的状态中,以便更有效地检测载有这些信息的信号。

传感器在一个测试系统中是非常重要的一个环节,它直接作用于被测对象,获得被测的信号,并能按一定规律将被测信号转换成同种或其他种类信号输出,通常是电信号。

信号调节和处理环节把来自传感器的信号转换成更适合于进一步传输和处理的形式。这时的信号转换,在多数情况下是电信号之间的转换。例如,将幅值放大,将阻抗的变化转换成电压的变化,或将阻抗的变化转换成频率的变化等等。

信号的分析处理环节接受来自调理环节的信号,并进行各种运算、滤波、分析,将结果输出到显示、记录 and 控制系统。

信号显示、记录环节以观察者易于认识的形式显示测量的结果,或者将测量结果存贮,供必要时使用。

所有这些环节中,必须遵循的基本原则是各环节的输出与输入量之间应保持一一对应和尽量不失真的关系,并必须尽可能地减小或消除各种干扰。

应当强调的是,并非所有的测试系统都具有图 0-1 中所有环节,尤其是虚线连接的环节和传输环节。实际上,环节与环节之间都存在传输,这里所指的是较远距离的通信传输。

三 测试技术的发展方向

现代测试技术是建立在新型传感器技术、计算机技术基础上的一种综合技术。

1. 传感器向新型、微型、智能型发展

现代的科学技术和工业自动化的发展,对测试技术提供了更高更新的要求。如,在某些测试系统中提出了双参数传感器问题,即同一传感器同时测量两个不同的参数,如同时测量压力和温度,力和位移,压力和速度等。在机器人工程的发展中,需要研制高灵敏度的新型视觉、触觉、听觉、嗅觉传感器。在航天、生物医学工程中要求使用的传感器要尽量小,重量要尽量轻。

目前,许多传感器已向智能化方向发展。如现已研制出一种电子测压器,它是集压力转换、信号放大、数据采集与贮存于一体的智能传感器。

2. 测量仪器向高精度和多功能方向发展

测量仪器及测量系统的精度提高,使测得数据可信度也相应提高,在产品的研制过程中可减少试验次数,从而缩短研制周期,降低产品成本,因此测量系统精度提高具有重要的实际意义。

在提高测量仪器精度的同时应扩大仪器的功能。以前采用的测试系统是由多台仪器组成;在使用中需要对每台仪器进行调试,既不方便又容易互相干扰影响测量精度。随着计算机技术的发展和普及,近几年出现了一种计算机辅助测试系统(CAT),它是把诸如示波器、记录仪等多个测试仪器缩小成一块块的卡,各卡与计算机相连,不仅可使各仪器的电源、旋钮、表头、显示屏大大简化,而且可通过计算机的键盘来操作,并按预定程序来控制复杂的测试系统。

四 信号的分析处理向高速自动化发展

20 世纪 50 年代以前,信号分析技术主要是模拟分析法。50 年代以后,人造卫星、宇宙探测及通信、雷达技术的发展,对信号分析的速度、分辨能力提出了更高的要求。随着计算机工业和大规模集成电路的发展以及一些新的信号处理和信号采集的方法出现,如快速傅里叶变换(FFT)、离散傅里叶变换(DEF)等,促进了计算机技术在信号分析处理中的应用,进入了数字化阶段,大大加快了信号分析处理的速度。越来越多的测试都逐步地采用了以计算机为核心的多

通道自动测试系统,这样的系统能实现自动校准、自动修正、故障诊断、信号调制、多路采集、自动分析和处理。

目前信号分析技术的发展目标是:(1)在线实时能力的进一步提高;(2)分辨力和运算精度的提高;(3)扩大和发展新的专用功能;(4)小型化、性能标准化、低成本。

五 测试与信息分析处理在生产中的地位和作用

现代机械工业的发展,正面临着新兴科学技术发展的挑战,宇航、高能物理、红外、激光、智能机器以及纳米技术的发展,对机械工业部门提出了一系列新课题。如,一些特殊的机械装置、宇航飞行器、原子锅炉、激光器等,都要在给定的时间域内工作绝对可靠,元件具有高精度、高性能,这就要求机械制造部门提供性能优良的机械设备。

另一方面,随着机械加工精度的提高,生产过程自动化的发展,现代机械加工过程已从单机自动化,生产自动线发展到柔性制造系统(FMS),并朝着无人化工厂方向发展。而工程中除了加工后的自动测量外,还应包括在线测试。因此,先进的测试技术已成为生产系统中不可少的一个组成部分。

随着集成电路与计算机技术的发展,机械与电子相结合,形成了所谓机电一体化。机电一体化(Mechatronics, Mechanical electronic)这个词的概念乃是在机械结构的主功能、动力功能、信息处理功能和控制功能上引进了电子技术,是将机械装置和电子设备以及计算机软件等有机地结合起来构成的系统的总称。

机电一体化技术的兴起与发展,使机械产品的结构与功能产生了质的跃变,机械产品由以往取代、延伸与放大人的体力的作用,跃变到取代、延伸与加强人的部分脑力的作用,与此同时,机械产品的制造过程也发生了飞跃,制造过程不仅包含物质流与能量流,而且包含了信息流。制造过程正走向柔性化、集成化、智能化,FMS与CIMS(计算机集成制造系统)的出现与发展,正是这一趋势的体现,而这一切的关键问题,就在于信息的获取、传输,存贮、处理与分析 and 利用。

六 测试与信息处理课程的研究对象和性质

本课程所研究的对象是机械工程中常见的物理量测试常用的传感器、信号调理电路及模拟信号与数字信号的处理方法,测量装置基本特性的评价方法,信号的分析 and 处理,以及常见物理量的测量方法。

对高等学校机械类的各有关专业,这门课是一门技术基础课。通过本课程的学习,可培养学生能合理地选用测试装置,并初步掌握进行一些常见物理量测试所需的基本知识和技能,为学生进一步学习、研究和处理工程技术问题打下基础。

本课程具有很强的实践性。只有在学习中密切联系实际、加强实验、注意物理概念,才能真正掌握有关理论。学生只有通过足够和必要的实验才能受到应有的实验能力的训练,才能获得关于测试工作的比较完整的概念,只有这样,才能初步具有处理实际测试工作的能力。

第一章 信号及其描述

工程测试包含了测量和试验,是从客观事物中获取有关信息的认识过程。而信息又蕴涵在信号之中,人们常通过信息的载体——信号的分析,来获取工程信息。

机械工程信号,如力、加速度、湿度、位移等信号大多表现为非电量信号,而非电量信号常需要转换成电信号后,才能被记录分析和处理。

1.1 信号及分类

1.1.1 信号的概念

信号是可以描述范围极其广泛的一类物理现象。它所含的信息总是寄寓在某种形式的波形之中。例如,人的发声系统所产生的语言信号就是一种声压的起伏变化。图 1-1 所示,为一个通过传感器感受到声压变化所转换成的电信号的波形。由图可见,不同的语言对应着不同的声压变化波形。又如,一张黑白照片,照片上各点的亮度变化波形,就构成了影像信息。

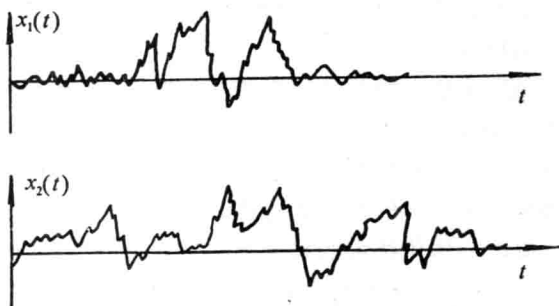


图 1-1 不同语言对应的不同声压波形

在数学上,信号可以表示为一个或多个独立变量的函数,称为信号函数。上述的语言信号,就是时间的一维函数;黑白照片图像就是二维空间变量的函数。为了方便,习惯上常用“时间 t ”来表示信号函数的独立变量,它可以是多维的。在实际应用中,独立变量不一定是真正的时间。

1.1.2 信号的分类

1.1.2.1 确定性信号与非确定性信号

1. 确定性信号

若信号可表示为一个确定的时间函数,因而可确定其任何时刻的量值,这种信号称为确定性信号。确定性信号又可分为周期信号和非周期信号。

周期信号:经过一定时间间隔可以重复出现的信号,可用下式表示

$$x(t) = x(t + nT) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-1)$$

式中 T 为周期。

如图 1-2 所示,集中参量的单自由度振动系统,作无阻尼自由振动时,其位移就是确定周期运动,它可用下式来确定质点的瞬时位置

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

式中, x_0 、 φ_0 为取决于初始条件的常数; ω 为固有圆频率, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}}$, 其中 m 为质量; K 为

弹簧刚度; t 为时间。

非周期信号:凡能用数学解析式描述而又不属于周期信号的信号均称为非周期信号。它包括两种,准周期信号和瞬变非周期信号。准周期信号是由两种以上的周期信号合成的,但在其组成分量间无法找到公共周期,因而无法按某一时间间隔重复出现。除准周期信号以外的其他非周期信号称之为瞬变非周期信号。

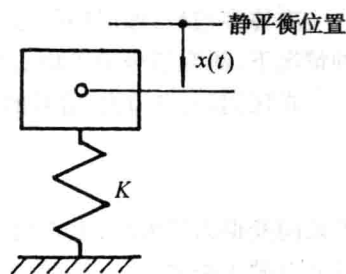


图 1-2 单自由度振动系统

2. 非确定性信号

非确定性信号不能用数学关系式描述,其幅值、相位变化是不可预知的,所描述的物理现象是一种随机过程,一般要用统计方法来研究。例如,汽车行进时所产生的振动;树叶随风的飘动;环境噪声等。

1.1.2.2 连续信号和离散信号

若信号数学表达式中的独立变量取值是连续的,则称为连续信号,如图 1-3(a)所示。独立变量取离散值,则称为离散信号。图 1-3(b)是将连续信号时间等距采样后的结果,它是离散信号。离散信号可用离散图形表示,或用数字序列表示。连续信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。独立变量和幅值都取成连续值的信号称为模拟信号,若离散信号的幅值也是离散的,则称为数字信号。

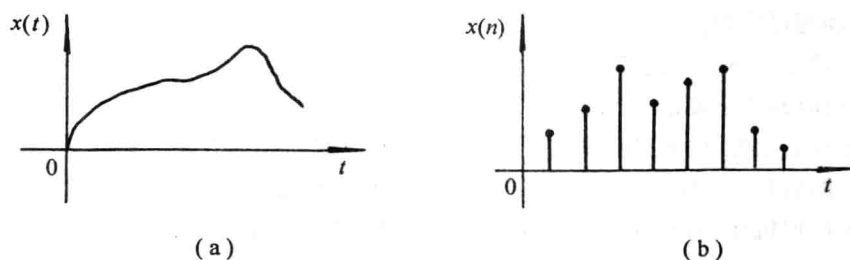


图 1-3 连续信号和离散信号

1.1.2.3 能量信号与功率信号

1. 能量信号

在所研究的区间 $(-\infty, +\infty)$, 能量为有限值的信号称为能量信号, 满足条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < +\infty \quad (1-2)$$

例如, 对电信号, 通常是电压或电流, 电压在已知区间 (t_1, t_2) 内消耗在电阻上的能量为

$$E = \int_{t_1}^{t_2} \frac{U^2(t)}{R} dt \quad (1-3)$$

对于电流, 能量为

$$E = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t) dt \quad (1-4)$$

从以上两式可知, 能量都是正比于信号平方的积分。

2. 功率信号

有许多信号,如周期信号、随机信号等,它们在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内能量不是有限值。在这种情况下,研究信号的平均功率更为合适。

在区间 (t_1, t_2) 内,信号的平均功率为

$$N = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (1-5)$$

若区间变得无穷大时,上式仍然大于零,那么信号具有有限的平均功率,称它为功率信号。功率信号应满足条件

$$0 < \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T x^2(t) dt < +\infty \quad (1-6)$$

比较式(1-2)和(1-6)可知,一个能量信号具有零平均功率,而一个功率信号具有无限大的能量。

1.1.2.4 时限信号与频限信号

1. 时限信号

时域有限信号是在有限区间 (t_1, t_2) 内定义,而在其外恒等于零。例如,矩形脉冲、三角脉冲等。而周期信号、指数衰减信号、随机过程等,则称为时域无限信号。

2. 频限信号

频域有限信号是指经过傅里叶变换,在频域内占据一定带宽 (f_1, f_2) ,而在其外恒等于零。例如,正弦信号、 $\text{sinc}(t)$ 函数、限带白噪声等,为时域无限频域有限信号。 δ 函数、白噪声、理想采样信号等,则为频域无限信号。

1.1.2.5 物理可实现信号

物理可实现信号又称为单边信号,满足条件 $t < 0$ 时, $x(t) = 0$,即在时刻小于零的一侧全为零,信号完全由时刻大于零的一侧确定。

在实际中出现的信号,大量的物理可实现信号,因为这种信号反映了物理上的因果关系。实际中所能测得的信号,许多是由一个激发脉冲作用于一个物理系统之后所输出的信号。例如,切削过程,可以把机床、刀具、工件构成的工艺系统作为一个物理系统,把工件上的硬质点或切削刀具上积屑瘤的突变等,作为振源脉冲,仅仅在该脉冲作用于系统之后,振动传感器才有描述刀具振动的输出。

所谓物理系统,具有这样一种性质,当激发脉冲作用于系统之前,系统是不会有响应的,换言之,在零时刻之前,没有输入脉冲,则输出为零,这种性质反映了物理上的因果关系。因此,一个信号要通过一个物理系统来实现,就必须满足 $x(t) = 0 (t < 0)$,这就是把满足这一条件的信号称之为物理可实现信号的原因。同理,对于离散信号而言,满足 $x(n) = 0 (n < 0)$ 条件的序列,即称为因果序列。

1.2 信号的描述

1.2.1 信号的描述方法

信号作为一定物理现象的表示,包含着丰富的信息,为了从中提取某种有用信息,需要对信号进行分析处理。所谓“信号分析”,就是采用各种物理的或数学的方法提取有用信息的过程。为了实现这个过程,从数学角度讲,需要对原始信号进行各种不同变量域的数学变换或特征参

数的估计等。讨论信号的描述方法,在一定程度上就是讨论与“信号分析”有关的数学模式及其图象。

在工程上,主要从三个变量域来描述信号,即幅值域、频率域、时间域。直接观测或记录的信号一般是随时间变化的物理量,即以时间作为独立变量,称为信号的时域描述。时域描述是

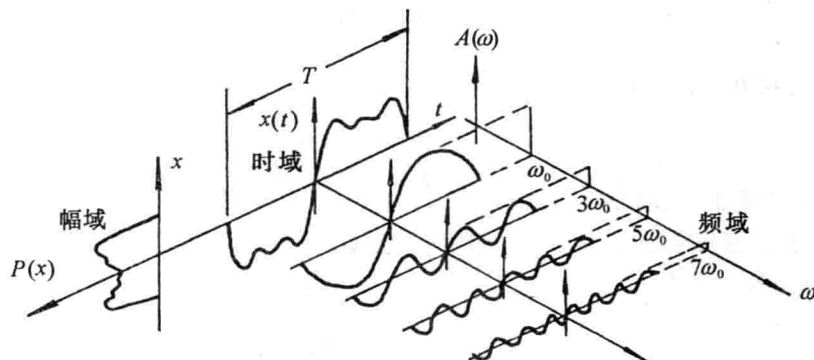


图 1-4 信号的幅域、时域、频域描述

信号最直接的描述方法,它只能反映信号的幅值随时间变化的特征。但由于实际信号比较复杂,直接用时域描述来揭示信号的频率结构及各频率成分的幅值大小就很困难。然而,在机械工程中,大量有用信息与频率有关,如振动、噪声等,所以动态测试中广泛运用信号的频域描述,即以频率作为独立变量,揭示出信号各频率成分的幅值、相位与频率的对应关系,或者是信号能量沿频率域的分布规律。信号的幅域描述,则是反映信号中某一范围内的幅值出现的概率。信号的各种描述方法仅是从不同的角度去认识同一事物,它们相互间可以通过一定的数学运算进行转换。图 1-4 形象地表示出三个域之间的关系。

1.2.2 周期信号的描述

1.2.2.1 周期信号的特征参数

以时间为独立变量的周期信号 $x(t)$ 的幅值特征,通常用峰值、均值、有效值等特征参数来表示,人们一旦掌握了这些特征值,就会对信号有一初步的认识。

1. 峰值 x_F

峰值 x_F 即信号的最大瞬时值,记为

$$x_F = |x(t)_{\max}| \quad (1-7)$$

测试过程中如能充分估计峰值大小,就便于确定测试仪器的动态工作范围。

2. 平均值 (μ_x 或 $\bar{x}$)

周期信号的平均值 μ_x ,是指信号在一周(或若干整周)内幅值对时间的平均,记为

$$\mu_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1-8)$$

均值是信号 $x(t)$ 的稳定分量。对电信号来说,即直流分量。

周期信号 $x(t)$ 的绝对值的均值称为绝对均值,即

$$\mu_{|x|} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt \quad (1-9)$$

对交流电信号进行全波整流后的均值就是绝对均值。

3. 有效值 x_{rms}

周期信号 $x(t)$ 的有效值是信号的均方根值, 记为

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (1-10)$$

有效值的平方为均方值, 是信号的平均功率 P_{av} , 即

$$P_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1-11)$$

故有效值从平均功率的角度反映了信号的等效幅值。

例 1-1 求正弦信号 $x(t) = A \sin \omega t$ 的特征参数。

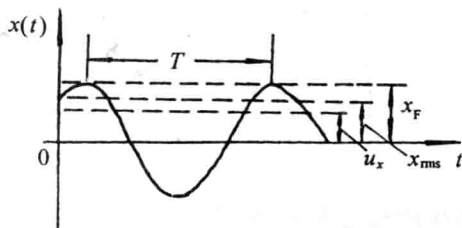
解: 根据以上各式求得

$$x_F = A;$$

$$\mu_x = 0;$$

$$\mu_{|x|} = \frac{2A}{\pi};$$

$$x_{\text{rms}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$



如图 1-5 所示。

图 1-5 正弦信号的特征参数

1.2.2.2 周期函数的傅里叶级数展开

1. 傅里叶级数的三角函数展开式

由数学知识我们已知, 任何一个周期为 T 的周期函数 $x(t)$, 如果在 $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ 上满足狄利克莱条件, 则可展开为如下的傅里叶级数, 展开式为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-12)$$

其中

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (1-13)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1-14)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1-15)$$

式中, a_0 为周期信号 $x(t)$ 在一周内的均值, 称为稳定分量; a_n 、 b_n 分别为余弦分量和正弦分量的幅值(或称傅里叶系数)。

若设 $a_n = A_n \cos \theta_n$, $b_n = A_n \sin \theta_n$, 可得 $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$; $\theta_n = \arctg \frac{b_n}{a_n}$, 则式(1-12)

可改写为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)$$

或

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

式中, $\varphi_n = 90^\circ - \theta_n$ 。

周期函数的傅里叶级数展开的实质就是求各项傅里叶系数, 在展开式(1-12)中的 $a_1 \cos \omega_0 t + b_1 \sin \omega_0 t, a_2 \cos 2\omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t, \dots, a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t$ 依次叫做一次谐波, 二次谐波, $\dots, n$ 次谐波。

例 1-2 求图 1-6 中周期三角波的傅里叶级数三角函数展开式。

解: $x(t)$ 在一周内的表达式为

$$x(t) = \begin{cases} A + \frac{2A}{T} \cdot t & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \\ A - \frac{2A}{T} \cdot t & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$$

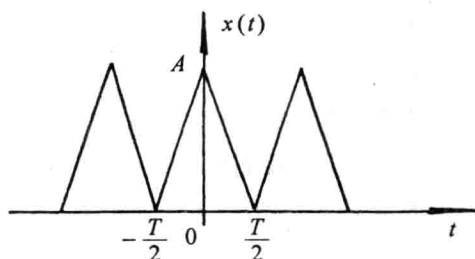


图 1-6 周期三角波

稳定分量的幅值: $a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt = \frac{A}{2}$

余弦分量的幅值:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt = \begin{cases} \frac{4A}{n^2 \pi^2} & n = 1, 3, \dots \\ 0 & n = 2, 4, \dots \end{cases}$$

正弦分量的幅值: $b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt = 0$

这样, 周期三角波的傅里叶级数三角函数展开式为

$$x(t) = \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \left(\cos \omega_0 t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega_0 t + \dots \right) = \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n\omega_0 t = \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \left(n\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (n=1, 3, 5, \dots)$$

上例表明, 周期信号是由若干个不同频率的谐波叠加而成。其中各频率分量的幅值 A_n 和相位 θ_n 与频率的关系称为信号的频谱, 相应的 $A_n - \omega$ 图叫幅频图;

$\theta_n - \omega$ 图叫相频图。我们又把 ω_0 称为基频。由于各次谐波的频率($n\omega_0$)均是基频的整数倍, 所以周期信号的频谱是离散谱, 幅(相)频图是离散的谱线, 图 1-7 所示为上述周期三角波的幅频图。

2. 傅里叶级数的复数展开式

三角函数展开式虽可对周期信号作频域描述, 然而傅里叶级数的复数展开式更有其运算、分析简便等特点, 故为常用的表达形式。

根据欧拉公式有

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} + e^{j\omega t}) \quad (1-16)$$

$$\sin \omega t = j \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) \quad (1-17)$$

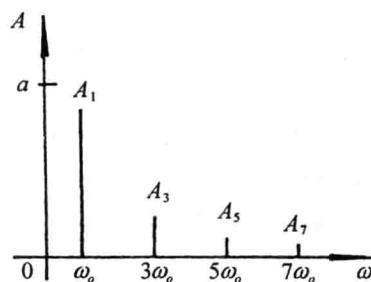


图 1-7 周期三角波的幅频图

将式(1-16)、(1-17)代入式(1-12)便得

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}(a_n + jb_n)e^{-jn\omega_0 t} + \frac{1}{2}(a_n - jb_n)e^{jn\omega_0 t} \right]$$

令 $c_0 = a_0$ 、 $c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$ 、 $c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$, 则

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [c_{-n}e^{-jn\omega_0 t} + c_n e^{jn\omega_0 t}] \quad (1-18)$$

$$\text{合并各项可改写成} \quad x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n=1, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-19)$$

从以上分析我们可以看到:(1)由于 c_{-n} 与 c_n 是一对共轭复数,当复数展开式(1-18)第二项中的 n 从 $-\infty$ 到 -1 时,则有

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_{-n} e^{-jn\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{-1} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

且当 $n=0$ 时,由式(1-15)知 $b_n = 0$, $a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt$, 所以 c_0 与 $n=0$ 时的 c_n 是一致的,

从而合并式(1-19)包含了复数展开式(1-18)中的三项和;(2)由于 n 取为正、负值,故谐波频率 $n\omega_0$ 将出现“负频率”,这里出现“负频率”完全是由于推导中引入复指数函数的结果,纯粹是运算上的需要,“频率”自身只能是正实数,“正”和“负”仅仅是运算符号。

c_n 称傅里叶系数,将式(1-14)、(1-15)代入式(1-18)可求得 c_n , 即

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (1-20)$$

或

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j2\pi f_0 t} dt$$

式中, $n=1, \pm 1, \pm 2, \dots$

由上式可看出: c_n 完全由原函数 $x(t)$ 确定,故 c_n 含有原函数 $x(t)$ 的全部信息。

c_n 一般是复数,按复数形式

$$c_n = c_{nR} + jc_{nI} = |c_n| e^{j\varphi_n} \quad (1-21)$$

式中 c_{nR} 、 c_{nI} 分别表示 c_n 的实部和虚部。 $|c_n| - \omega$ 图、 $\varphi_n - \omega$ 图,分别称为 $x(t)$ 的幅值谱和相位谱。

由于实部 c_{nR} 与虚部 c_{nI} 都随 $n\omega_0$ 而变,所以相应还有 $c_{nR} - \omega$ 图、 $c_{nI} - \omega$ 图,分别称为实频谱图和虚频谱图。

复数的模和幅角分别为

$$|c_n| = \sqrt{c_{nR}^2 + c_{nI}^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{A_n}{2} \quad (1-22)$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{c_{nI}}{c_{nR}} = \arctg \frac{b_n}{a_n} \quad (1-23)$$

由傅里叶级数的复数展开式和三角函数展开式可知:两者的相位谱是一致的;各谐波幅值在量值上有确定的关系 $|c_n| = \frac{A_n}{2}$, 不过 $|c_n|$ 和 A_n 中 n 的取值范围不同,前者在 $(-\infty, +\infty)$ 内取值,后者在 $[0, +\infty)$ 内取值;故二者的频谱同为离散谱,分布规律一致,分布范围不同。通常称前者为双边谱,如图 1-8 所示,后者为单边谱,见图 1-7。