

高等数学练习册 (上)

第3版

南昌航空大学高等数学教研组 编

- 函数、连续与极限
- 导数
- 中值定理与导数应用
- 不定积分
- 定积分
- 定积分应用
- 空间解析几何与向量代数

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} x}{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x} = \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right) \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} \right) = 0 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos^3 x = \left(\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos x \right)^3 = \left(\cos \frac{\pi}{4} \right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

高等数学练习册（上）

（第3版）

南昌航空大学高等数学教研组 编

西南交通大学出版社

· 成都 ·

内 容 提 要

本书是同济大学应用数学系主编的《高等数学》(上册)(第五版)的配套练习册。根据本科院校高等数学课程教学的基本要求和教学时数,合理地分割每次课(2学时)的教学内容,并以每次课配置一次练习的原则进行编写。每次练习均包含3种题型7个项目,其中填空题2个,选择题2个,解答、证明题3个。各题后均留有空白处,用于书写解答的过程。每次练习均印刷在一页的正、反面上,完成作业后即可将其撕下上交,方便使用。另外,各章后还配置了一次复习题,书末配有一套期中测试题和期末测试题。

本书由南昌航空大学高等数学教研组编写。由喻德生教授主编,参加本书及答案编写的有李曦、陈菱惠、雷呈凤、明万元、魏贵珍、赵康生、毕公平、黄杰龙、李昌、杨军、王卫东、邹群、喻德生等。统稿定稿由喻德生完成。因水平有限,书中存在不妥之处,请读者不吝指正。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册. 上册 / 南昌航空大学高等数学教研组编. —3版. —成都: 西南交通大学出版社, 2014.8

ISBN 978-7-5643-3253-2

I. ①高… II. ①南… III. ①高等数学—高等学校—习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第172402号

高等数学练习册(上)

(第3版)

南昌航空大学高等数学教研组 编

责任编辑	黄淑文
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (四川省成都市金牛区交大路146号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://www.xnjdcbs.com
印 刷	成都蜀通印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
印 张	7
字 数	177千字
版 次	2014年8月第3版
印 次	2014年8月第4次
书 号	ISBN 978-7-5643-3253-2
定 价	12.80元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

1. 设 $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则 $f(x) =$ _____.

2. 函数 $y = \sqrt{\sin(\cos x)}$ 的定义域是_____.

3. 设 $f(x) = e^{|x|}$, $f[\varphi(x)] = 1 - x$, 则 $\varphi(x)$ 是 ().

- A. 下有界的函数 B. 上有界的函数 C. 单调增加函数 D. 单调减少函数

4. 下列各组函数中表示同一函数的是 ().

A. $f(x) = x$ 与 $g(x) = \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

B. $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$

C. $f(x) = 10^{-2\lg x}$ 与 $g(x) = (\lg 10^x)^{-1}$

D. $f(x) = \left|\lg\left(\frac{1}{2}\right)^x\right|$ 与 $g(x) = |x|\lg 2$

5. 设 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ -x^2, & x > 0 \end{cases}$, 求 $f[f(x)], f[g(x)], g[f(x)], g[g(x)]$.

6. 设 $f(x)$ 是以 $T=4$ 为周期的函数, 且 $f(x)$ 是奇函数. 已知当 $0 \leq x \leq 2$ 时, $f(x) = 2x - x^2$, 求 $f(x)$ 在 $[-2, 6]$ 上的表达式.

7. 设 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & -2 \leq x < 0 \\ 2^x, & 0 \leq x < 1 \\ x^2+1, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$, 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$, 并确定 $f^{-1}(x)$ 的定义域与值域.

值域.

1. 数列 $2, 0, 4, 0, 6, 0, \dots$ 的通项 $x_n =$ _____.

2. 对通项为 $x_n = \frac{1}{2^n}$ 的数列, 要使 $|x_n - 0| < \varepsilon$ ($\varepsilon < 1$ 是任意给定的正数) 当 $n > N$ 时恒成立, 则 $N =$ _____ (给出最小可能的 N 值).

3. 数列 $\left\{ \cos \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{1}{10^n} \right\}$ 的极限 ().

A. 等于 1 B. 等于 -1 C. 等于 0 D. 不存在

4. 设 $x_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$, 则数列 $\{x_n\}$ ().

A. 发散 B. 收敛于 1 C. 收敛于 2 D. 收敛于 3

5. 用数列极限的定义证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{4n+1} = \frac{1}{4}$.

6. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a (a \neq 0)$, 证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |a|$, 并举例说明反过来未必成立.

7. 设数列 $\{x_n\}$ 有界, $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$, 证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$.

1. 设 $f(x) = \frac{x}{x}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 当 $x \rightarrow 1$ 时, $y = 4x + 1 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$. 若当 $0 < |x - 1| < \delta$ 时, 恒有 $|y - 5| < 10^{-4}$, 则 $\delta = \underline{\hspace{2cm}}$ (给出最大可能的 δ 值).

3. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0$, 则函数列 $\{f(x_n)\}$ 极限存在是函数极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的 ().

A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

4. 设 $f(x) = \begin{cases} \ln(1-x), & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2x-1, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 点处 ().

A. 极限存在 B. 左、右极限均不存在
C. 左、右极限中仅有一个存在 D. 左、右极限均存在且不相等

5. 用函数极限定义证明: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 8}{x + 2} = -8$.

6. 设 $f(x) = \frac{1+3^{\frac{1}{x}}}{1-3^{\frac{1}{x}}}$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, 并据此判断 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 是否存在.

7. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ 2x - 1, & x > 1 \end{cases}$ 在分段点处的极限是否存在, 并作出函数的图形.

1. 设函数 $f(t) = a(1 - e^{-bt})$, 则当 $b > 0$ 时, $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) =$ _____; 若当 $b < 0$ 时, $\lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = -\infty$, 则 a 的取值范围是_____.

2. 设 $y = \frac{x+a}{x+b}$, 且当 $x \rightarrow 2$ 时, 函数为无穷大量; 当 $x \rightarrow -1$ 时, 函数为无穷小量, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数为无穷小的是 ().

- A. $\lg|\sin x|$ B. $\cos \frac{1}{x}$ C. $\sin \frac{1}{x}$ D. $a^{\frac{1}{x^2}} (a > 1)$

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(3x)} = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} =$ _____.

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

5. 用定义证明：当 $x \rightarrow 0$ 时， $y = \frac{1-2x}{x}$ 为无穷大.

6. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{(x-1)\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{3-x}}{x^2-1} \right]$.

7. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-x+1}{x+1} - ax+b \right) = 0$ ，求常数 a, b .

1. 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+x}{n-2} \right)^n$, 则 $f(x) =$ _____.

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ x-1, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f[f(-x)] =$ _____.

3. 下列运算过程正确的是 ().

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} x}{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)} = \frac{1}{0} = \infty$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = (\lim_{x \rightarrow 0} x) \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} \right) = 0 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = 0$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = 0$

D. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos^3 x = (\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos x)^3 = \left(\cos \frac{\pi}{4} \right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{4}$

4. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(4x-1)^\alpha} = \beta > 0$, 则 ().

A. $\alpha=1, \beta=\frac{1}{5}$

B. $\alpha=1, \beta=\frac{1}{4}$

C. $\alpha=5, \beta=4^5$

D. $\alpha=5, \beta=4^{-5}$

5. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$.

6. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} \sin x - \cos x}{x^2}$.

7. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^{20} (3x+2)^{30}}{(6x+1)^{50}}$.

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $x^4 + \sin 2x$ 是 x 的_____无穷小.

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 $\sqrt{1-x+x^2} - 1$ 等价的无穷小量是_____.

3. 设 $0 < a < b$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = (\quad)$.

A. 0 B. 1 C. a D. b

4. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 函数 $\ln(1+x+x\sqrt{x})$ ().

A. 是与 $2x$ 等价的无穷小量 B. 是与 $2x$ 同阶的无穷小量
C. 是与 $x^{3/2}$ 等价的无穷小量 D. 不是无穷小量

5. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^2}{\sin 2x \cdot (x^2 + 3x)}$.

6. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin n!}{n+1}$.

7. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1 - \cos x) \ln(1 + x^2)$ 是比 $x \sin x^n$ 高阶的无穷小, 而 $x \sin x^n$ 是比 $e^{x^2} - 1$ 高阶的无穷小, 求正整数 n 的值.

1. 设 $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{(x-1)(x-4)}$, 则 $f(x)$ 的间断点是_____, 属于第_____类间断点.

2. 当 $a =$ _____时, 函数 $f(x) = \begin{cases} (1-x^2)^{\frac{3}{x^2}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续.

3. 下列函数在定义域内连续的是 ().

A. $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{1+x}, & x \neq -1 \\ 0, & x = -1 \end{cases}$

B. $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0 \\ x^2, & x \leq 0 \end{cases}$

C. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

D. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

4. 下列函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处均无定义, 能适当补充定义 $f(0)$ 的值, 使得 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续的函数是 ().

A. $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

B. $f(x) = \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$

C. $f(x) = \sin \frac{1}{x}$

D. $f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$

5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \sin(x-1), & x \neq 1 \\ b, & x = 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续, 且 $b \neq 0$, 求 a, b 的值.

6. 求函数 $f(x) = \frac{x^2 \tan 2x}{(e^x - 1) \sin x}$ 在 $(-\pi, \pi)$ 内的间断点, 并判断其类型.

7. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ 的连续性, 如有间断点, 试说明它的类型.