

高等院校教材同步辅导
及考研复习用书



高等数学辅导

同济六版·上下册合订本

主 编◎张天德

• 年销量 **10万** 册以上 •

- ★ 习题全解 同步教材
- ★ 真题精讲 剖析考点
- ★ 自测练习 夯实基础

最新版



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



· 014057038

013-42
352

高等数学辅导

同济六版·上下册合订本

主 编◎张天德

副主编◎张焕玲 窦 慧
王 颜



北航

C1742360

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

013-42

352

880720110

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学辅导 / 张天德主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2014. 7

ISBN 978-7-5640-9419-5

I. ①高… II. ①张… III. ①高等数学—高等学校—教学参考资料
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 139683 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

82562903 (教材售后服务热线)

68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 保定市中华美凯印刷有限公司

开 本 / 880 毫米×1230 毫米 1/32

印 张 / 24

字 数 / 859 千字

版 次 / 2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷

定 价 / 35.80 元

责任编辑 / 陈莉华

文案编辑 / 陈莉华

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题, 请拨打售后服务热线, 本社负责调换

前言

高等数学是理工类专业一门重要的基础课，也是硕士研究生入学考试的重点科目。同济大学数学系主编的《高等数学》是一部深受读者欢迎并多次获奖的优秀教材。为了帮助读者学好高等数学，我们编写了《高等数学辅导》，该书与同济大学数学系主编的《高等数学》（第六版）配套，汇集了编者几十年的丰富经验，将一些典型例题及解题方法与技巧融入书中。本书将成为读者学习《高等数学》的良师益友。

本书的章节划分和内容设置与同济大学数学系主编的《高等数学》（第六版）教材完全一致。在每一章的开头先对本章知识点进行简要地概括，然后用网络结构图的形式揭示出本章知识点之间的有机联系，便于学生从总体上系统地掌握本章知识体系和核心内容。

讲解结构七大部分

一、知识结构图解 用结构图解的形式对每节涉及的基本概念、基本定理和公式进行系统地梳理，并指出在理解与应用基本概念、定理、公式时需要注意的问题以及各类考试中经常考查的重要知识点。

二、重点及常考点分析 分类总结每章重点题型以及重要定理，使读者能更扎实地掌握各个知识点，最终提升读者应试能力。

三、考研大纲要求解读 帮助读者了解本章内容在考研中考查的考点及题型，为复习备考指明方向，使读者准备考试更加轻松。

四、例题精解 这一部分是每一节讲解中的核心内容，也是全书的核心内容。作者基于多年的教学经验和对研究生入学考试试题及全国大学生数学竞赛试题的研究，将该节教材内容中学生需要掌握的、考研和数学竞赛中经常考到的重点、难度、考点，归纳为一个在考试中可能出现的基本题型，然后针对每一个基本题型，举出大量精选例题，深入讲解，使读者扎实掌握每一个知识点，并能在具体解题中熟练运用。可谓基础知识梳理、重点考点深讲、联系考试解题三重互动、一举突破，从而获得实际应用能力的全面提升。例题讲解中穿插出现的“思路探索”“方法点击”，更是巧妙点拨，让读者举一反三、触类旁通。

五、本章知识小结 对本章所学的知识进行系统回顾，帮助读者更好地复习、总结、提高。

六、本章同步自测 精选部分有代表性、测试价值高的题目(部分题目选自历年全国研究生入学考试和大学生数学竞赛试题),以此检测、巩固读者所学知识,达到提高应试水平的目的。

七、教材习题详解 为了方便读者对课本知识进行复习巩固,对教材课后习题作详细解答,与市面上习题答案不全的某些参考书有很大的不同。在解题过程中,对部分有代表性的习题,设置了“思路探索”以引导读者尽快找到解决问题的思路和方法;安排有“方法点击”来帮助读者归纳解决问题的关键、技巧与规律。针对部分习题还给出了一题多解,以培养读者的分析能力和发散思维的能力。

内容编写三大特色

一、重新修订、内容完善 本书是《高等数学辅导》的最新修订版,前一版在市场上受到了广大学子的欢迎,每年销量都在10万册以上。这次修订增加了大学生数学竞赛试题,更新了研究生入学考试试题,改正了原来的印刷错误,内容更加完善,体例更为合理。

二、条理清晰、学习高效 知识点讲解清晰明了,分析透彻到位,既对重点及常考知识点进行归纳,又对基本题型的解题思路、解题方法和答题技巧进行了深层次的总结。据此读者不仅可以从全局上对章节要点有整体性地把握,更可以纲举目张,系统地把握数学知识的内在逻辑性。

三、联系考研、经济实用 本书不仅是一本教材同步辅导书,也是一本不可多得的考研复习用书,书中内容与研究生入学考试联系紧密。在知识全解版块设置“考研大纲要求”版块,例题精解和自测题部分选取大量考研真题,让读者在同步学习中达到考研的备考水平。

本书由张天德主编,张焕玲、窦慧、王颜副主编。衷心希望我们的这本《高等数学辅导》能对读者有所裨益。由于编者水平有限,书中疏漏之处在所难免,不足之处敬请读者批评指正,以便不断完善。

张天德

目 录

教材知识全解 (上册)

第一章 函数与极限	3
第一节 映射与函数	4
第二节 数列的极限	8
第三节 函数的极限	11
第四节 无穷小与无穷大	14
第五节 极限运算法则	15
第六节 极限存在准则 两个重要极限	18
第七节 无穷小的比较	23
第八节 函数的连续性与间断点	25
第九节 连续函数的运算与初等函数的连续性	28
第十节 闭区间上连续函数的性质	29
自测题	33
自测题答案	34
第二章 导数与微分	37
第一节 导数概念	38
第二节 函数的求导法则	43
第三节 高阶导数	47
第四节 隐函数及由参数方程所确定的函数的 导数 相关变化率	49
第五节 函数的微分	53
自测题	56

自测题答案	57
第三章 微分中值定理与导数的应用	61
第一节 微分中值定理	62
第二节 洛必达法则	67
第三节 泰勒公式	72
第四节 函数的单调性与曲线的凹凸性	76
第五节 函数的极值与最大值最小值	82
第六节 函数图形的描绘	86
第七节 曲 率	88
第八节 方程的近似解	89
自测题	92
自测题答案	94
第四章 不定积分	99
第一节 不定积分的概念与性质	100
第二节 换元积分法	104
第三节 分部积分法	112
第四节 有理函数的积分	118
第五节 积分表的使用	126
自测题	127
自测题答案	128
第五章 定积分	132
第一节 定积分的概念与性质	133
第二节 微积分基本公式	139
第三节 定积分的换元法和分部积分法	142
第四节 反常积分	146
第五节 反常积分的审敛法 Γ 函数	150
自测题	152
自测题答案	154
第六章 定积分的应用	158
第一节 定积分的元素法	159

第二节 定积分在几何学上的应用	159
第三节 定积分在物理学上的应用	164
自测题	167
自测题答案	169
第七章 微分方程	175
第一节 微分方程的基本概念	176
第二节 可分离变量的微分方程	178
第三节 齐次方程	182
第四节 一阶线性微分方程	183
第五节 可降价的高阶微分方程	187
第六节 高阶线性微分方程	191
第七节 常系数齐次线性微分方程	193
第八节 常系数非齐次线性微分方程	195
第九节 欧拉方程	197
第十节 常系数线性微分方程组解法举例	199
自测题	201
自测题答案	202

教材习题全解 (上册)

第一章 函数与极限	207
习题 1-1 解答	207
习题 1-2 解答	212
习题 1-3 解答	214
习题 1-4 解答	216
习题 1-5 解答	218
习题 1-6 解答	220
习题 1-7 解答	222
习题 1-8 解答	223
习题 1-9 解答	226
习题 1-10 解答	228
总习题一解答	230

第二章 导数与微分	235
习题 2-1 解答	235
习题 2-2 解答	238
习题 2-3 解答	243
习题 2-4 解答	246
习题 2-5 解答	251
总习题二解答	254
第三章 微分中值定理与导数的应用	258
习题 3-1 解答	258
习题 3-2 解答	262
习题 3-3 解答	264
习题 3-4 解答	267
习题 3-5 解答	276
习题 3-6 解答	282
习题 3-7 解答	286
习题 3-8 解答	289
总习题三解答	291
第四章 不定积分	297
习题 4-1 解答	297
习题 4-2 解答	300
习题 4-3 解答	305
习题 4-4 解答	308
习题 4-5 解答	313
总习题四解答	316
第五章 定积分	323
习题 5-1 解答	323
习题 5-2 解答	329
习题 5-3 解答	332
习题 5-4 解答	337
习题 5-5 解答	339

总习题五解答	340
第六章 定积分的应用	348
习题 6-2 解答	348
习题 6-3 解答	356
总习题六解答	359
第七章 微分方程	362
习题 7-1 解答	362
习题 7-2 解答	363
习题 7-3 解答	366
习题 7-4 解答	369
习题 7-5 解答	374
习题 7-6 解答	379
习题 7-7 解答	383
习题 7-8 解答	386
习题 7-9 解答	393
习题 7-10 解答	396
总习题七解答	401

教材知识全解 (下册)

第八章 空间解析几何与向量代数	413
第一节 向量及其线性运算	414
第二节 数量积 向量积 * 混合积	417
第三节 曲面及其方程	421
第四节 空间曲线及其方程	425
第五节 平面及其方程	427
第六节 空间直线及其方程	430
自测题	436
自测题答案	437

第九章 多元函数微分法及其应用	440
第一节 多元函数的基本概念	441
第二节 偏导数	445
第三节 全微分	451
第四节 多元复合函数的求导法则	455
第五节 隐函数的求导公式	460
第六节 多元函数微分学的几何应用	464
第七节 方向导数与梯度	468
第八节 多元函数的极值及其求法	471
*第九节 二元函数的泰勒公式(略)	475
*第十节 最小二乘法(略)	475
自测题	476
自测题答案	477
第十章 重积分	480
第一节 二重积分的概念与性质	481
第二节 二重积分的计算法	483
第三节 三重积分	492
第四节 重积分的应用	499
*第五节 含参变量的积分	504
自测题	506
自测题答案	508
第十一章 曲线积分与曲面积分	513
第一节 对弧长的曲线积分	514
第二节 对坐标的曲线积分	517
第三节 格林公式及其应用	522
第四节 对面积的曲面积分	527
第五节 对坐标的曲面积分	530
第六节 高斯公式 * 通量与散度	534
第七节 斯托克斯公式 * 环流量与旋度	537
自测题	541
自测题答案	543

第十二章 无穷级数	549
第一节 常数项级数的概念和性质	550
第二节 常数项级数的审敛法	553
第三节 幂级数	559
第四节 函数展开成幂级数	564
第五节 函数的幂级数展开式的应用	568
第六节 函数项级数的一致收敛性及一致收敛级数的基本性质	570
第七节 傅里叶级数	572
第八节 一般周期函数的傅里叶级数	576
自测题	579
自测题答案	581

教材习题全解 (下册)

第八章 空间解析几何与向量代数	589
习题 8-1 解答	589
习题 8-2 解答	591
习题 8-3 题解答	593
习题 8-4 解答	595
习题 8-5 解答	597
习题 8-6 解答	600
总习题八解答	603
第九章 多元函数微分法及其应用	608
习题 9-1 解答	608
习题 9-2 解答	610
习题 9-3 解答	612
习题 9-4 解答	615
习题 9-5 解答	619
习题 9-6 解答	621
习题 9-7 解答	625
习题 9-8 解答	628



习题 9-9 解答	632
习题 9-10 解答	635
总习题九解答	636

第十章 重积分

习题 10-1 解答	642
习题 10-2 解答	645
习题 10-3 解答	662
习题 10-4 解答	672
习题 10-5 解答	680
总习题十解答	682

第十一章 曲线积分与曲面积分

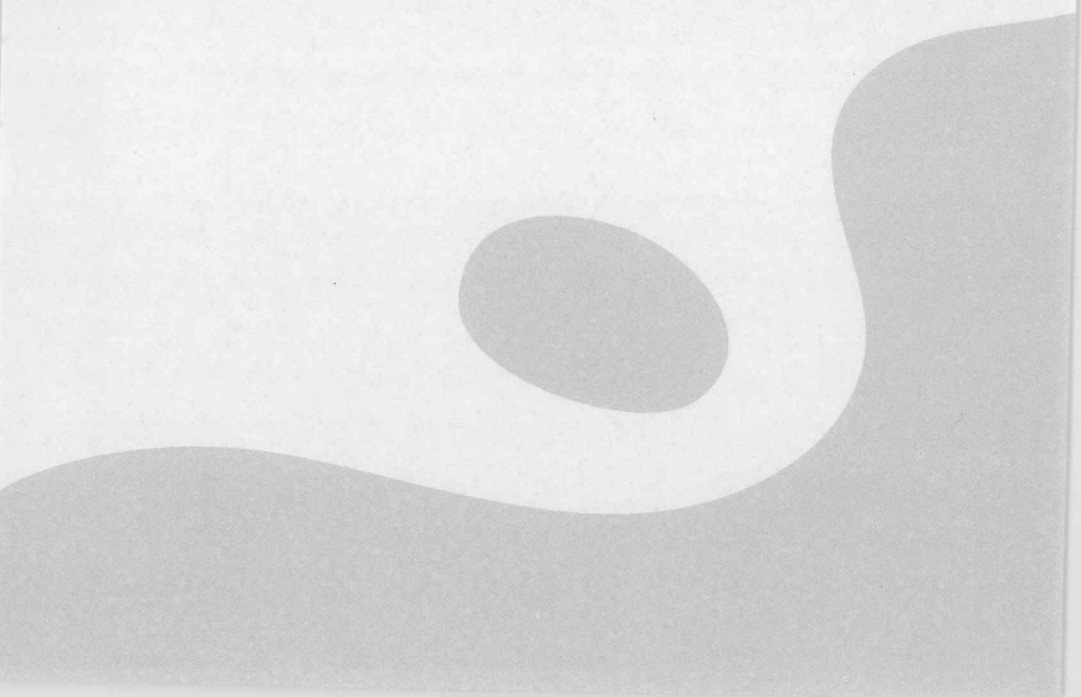
习题 11-1 解答	691
习题 11-2 解答	695
习题 11-3 解答	698
习题 11-4 解答	706
习题 11-5 解答	710
习题 11-6 解答	713
习题 11-7 解答	715
总习题十一解答	720

第十二章 无穷级数

习题 12-1 解答	727
习题 12-2 解答	730
习题 12-3 解答	733
习题 12-4 解答	734
习题 12-5 解答	738
习题 12-7 解答	742
习题 12-8 解答	746
总习题十二解答	749

教材知识全解

(上册)

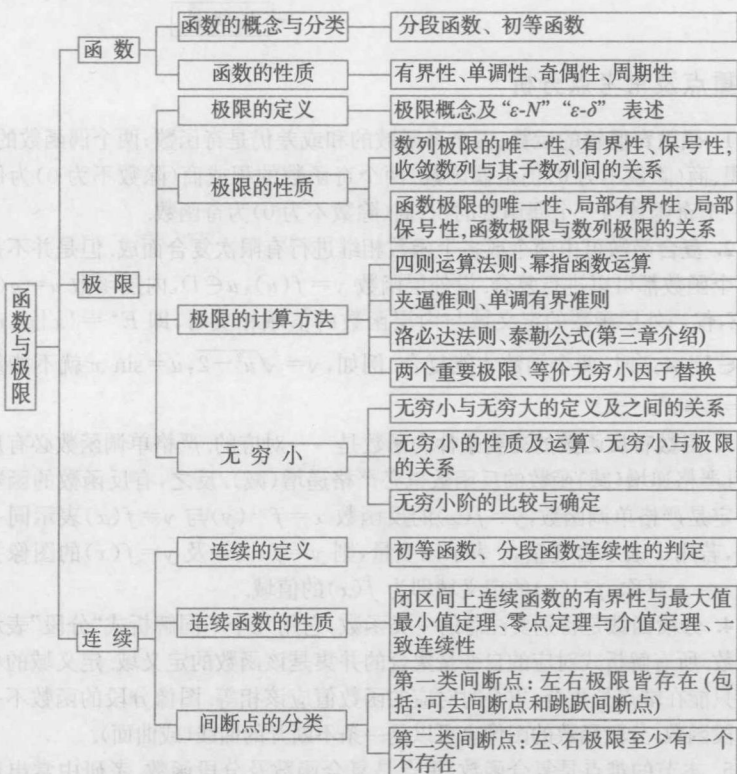


第一章 函数与极限

本章内容概览

函数是高等数学讨论的主要对象,它以极限理论为基础,在研究函数时我们总是通过函数值 $f(x)$ 的变化来看函数的性质,所以应用运动变化的观点来掌握函数. 极限与函数的连续性理论是高等数学的基础,如何用已知来逼近未知,用有限来逼近无限,在无限变化的过程中考查变量的变化趋势,从有限过渡到无限,这是本章需掌握的基本思想.

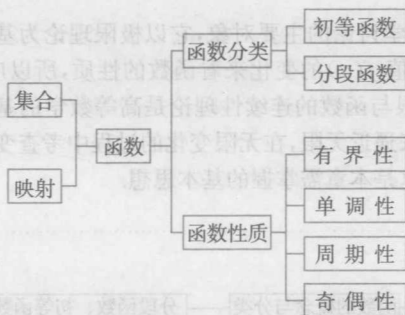
本章知识图解



第一节 映射与函数

知识全解

一 本节知识结构图解



二 重点及常考点分析

1. 函数奇偶性的运算:两个奇函数的和或差仍是奇函数;两个偶函数的和、差、积、商(除数不为0)仍是偶函数;两个奇函数的积或商(除数不为0)为偶函数;一个奇函数与一个偶函数的积、商(除数不为0)为奇函数.

2. 复合函数可由两个或多个函数相继进行有限次复合而成,但是并不是任意两个函数都可以进行复合. 设外层函数 $y=f(u)$, $u \in D$, 内层函数 $u=g(x)$, $x \in E$, 仅当外层函数的定义域与内层函数的值域相交时, 即 $E^* = \{x | g(x) \in D, x \in E\} \neq \emptyset$ 时, 两个函数才能复合. 例如, $y = \sqrt{u^2 - 2}$, $u = \sin x$ 就不能复合成 $y = \sqrt{\sin^2 x - 2}$.

3. 函数有反函数的充要条件为函数是一一对应的. 严格单调函数必有反函数, 且严格递增(减)函数的反函数也必严格递增(减). 反之, 有反函数的函数未必一定是严格单调函数, $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 与 $y=f(x)$ 表示同一条曲线, 若用 x 表示自变量, y 表示因变量, 则 $y=f^{-1}(x)$ 及 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称, $f^{-1}(x)$ 的定义域即为 $f(x)$ 的值域.

4. 分段函数是特别要注意的一类函数, 它用几个不同解析式“分段”表示一个函数. 所有解析式对应的自变量集合的并集是该函数的定义域. 定义域的各段最多只能在端点处重合, 重合时对应的函数值应该相等. 图像分段的函数不一定是分段函数, 分段函数的图像也可以是一条不断开的曲线(或曲面).

5. 本节的难点是复合函数, 重点是复合函数及分段函数. 考研中常出现的题型是求复合函数, 特别是求分段函数的复合函数, 方法主要有3种: 代入法、