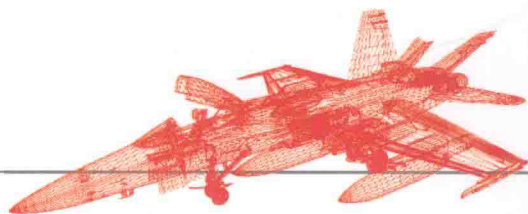


高等学校教材 · 航空、航天、航海系列
TEXTBOOKS FOR HIGHER EDUCATION

飞行器振动及测试基础

主编 贺尔铭 赵志彬



西北工业大学出版社

飞行器振动及测试基础

主编 贺尔铭 赵志彬

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书系统地阐述了飞行器振动及测试的基本概念、基本理论、分析方法及其工程应用。全书内容分为三篇:飞行器振动分析基础、飞行器振动测试技术、飞行器特殊振动问题,共计 12 章。其中,飞行器振动分析基础由第 1~5 章组成,阐述振动的基本概念,以及单自由度系统振动、多自由度系统振动及弹性体振动的基本理论及分析方法;飞行器振动测试技术由第 6~10 章组成,介绍振动测试设备及测试原理、振动信号处理及分析技术、实验模态分析技术及应用等;飞行器特殊振动问题由第 11 和 12 章组成,全面介绍了飞行器颤振、抖振、嗡鸣、前轮摆振、直升机地面共振等现象及预防措施,以及发动机转子系统振动中喘振、自激振动等基本概念及振动特点。

本书可作为航空、航天及机械等专业本科生和研究生的教材,也可供从事飞行器设计与工程、飞行器结构强度相关工作的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

飞行器振动及测试基础/贺尔铭,赵志彬主编. —西安:西北工业大学出版社,2014.2
ISBN 978-7-5612-3925-4

I. ①飞… II. ①贺… ②赵… III. ①飞行器—振动测量 IV. ①V47

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 020173 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:兴平市博闻印务有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:14.75

字 数:356 千字

版 次:2014 年 2 月第 1 版 2014 年 2 月第 1 次印刷

定 价:29.00 元

引 言

在飞行器发展史上因结构过度振动引发的飞行事故屡见不鲜,因此在新机型研制过程中进行部件或全机振动分析及试验验证,以及在服役期间进行振动监控或振动排故试验等工作一直占有非常重要的地位。

过去对各种飞行器的结构设计,都是按照静强度的思想进行设计的,直到使用中出现各种振动故障问题时,才着手进行排故处理,一般对结构的振动问题没有进行事先估计,也没有采取相应的设计措施,因而在使用中最先暴露的是各种振动故障,即结构动力学问题。飞机设计工程中出现的众多结构动力学问题,不仅会耗费大量人力、财力和物力,而且会延误飞行器的设计周期。

随着复杂结构有限元方法的成熟和大型计算技术的发展,今天的飞行器结构强度设计已经从静强度设计发展到结构动力学设计。所谓的结构动力学设计,是指按照飞行器结构动力学特性指标的要求对结构进行设计,以满足对结构振动频率、振动响应以及振动稳定性边界的要求。尤其对于以受动载荷为主的飞行器结构,进行结构动力学设计是避免出现有害共振、降低结构振动水平及提高结构动力学性能的有力手段。目前,结构动力学设计的概念正逐渐被人们所接受,各种动力学设计技术已逐渐发展起来并应用到飞行器结构设计的工程实践中。

而基于结构的有限元模型及动载荷环境,对飞行器的动力学特性进行准确分析或预测(即振动分析)是进行飞行器结构动力学设计的基础。结构振动特性包括其内在特性和外在特性两个方面:内在特性(即结构的固有振动特性)是指结构的固有振动频率和固有振动模态;而外在特性与结构固有振动特性有关,它包括自由振动响应特性和强迫振动响应特性。如何形成飞行器结构振动分析模型并求解其振动响应特性,正是本教材的核心内容之一。

飞行器结构设计的基本要求之一是在满足强度及刚度的要求条件下尽量减轻结构质量。而当结构刚度不足时,飞机在飞行速度范围内可能会发生气动弹性现象。气动弹性是与飞机上的气动力、惯性力和结构的弹性力相关的。如果出现附加力是只与变形大小有关的气动力和弹性力,那么这种气动弹性现象称为静气动弹性现象(如副翼和舵面反效、机翼和尾翼的气动发散等)。但是,飞机结构在振动过程中,除了有弹性力和气动力,还有大小和方向随时间而变化的惯性力在起作用,这种振动在一定条件下会导致结构失去其动稳定性,这种在气动力、弹性力和惯性力共同作用下出现的气动弹性现象称为动气动弹性现象(如颤振、抖振等)。

另一方面,飞行器的动力学特性及极限性能最终还要由试验来验证。飞行器的振动试验一般分为两类:一类是振动环境试验,包括实测与处理振动环境以及模拟这些振动环境或依照规范条件对飞行器的整体或部件进行振动稳定性试验及耐振试验;另一类是振动特性试验,用试验的方法去揭示飞行器本身的振动性质,确定它的固有频率、振型、阻尼及其他性能参数。

相对于其他领域而言,飞行器要求更加精确的振动特性数据,以便满足它的控制系统稳定性分析及气动弹性分析的需求。20世纪50年代前,结构振动特性试验方法是以共振原理为

基础的单点正弦扫描激振试验技术,以各阶共振状态下的频率及形态近似作为结构的自然频率和自然振型,其阻尼特性利用衰减法或幅频曲线的半功率点来确定,此类振动特性试验也被称为地面共振试验。由于对飞行器的振动特性要求较高,尤其要求分离出各阶“较纯”的振型,所以美国的 Lewis 等人最早提出并研制出多点激振与分析系统,它的基本特点在于只要合理地调力,满足各点所加激振力等于该点模态响应与该点质量乘积之比,或者说该点的激振力等于相应阻尼力,便能抑制干扰振型而测得较纯的振型。采用多点激振试验技术对飞行器振动特性试验是很大的突破,20 世纪 70 年代获得广泛的应用,这给复杂结构分离振型带来极大方便,可用较多个小推力激振器分布在最合理的位置上,使激振力的利用更加合理,也大大提高了试验结果的精度。但是,多点激振试验技术的最大缺陷在于不易实现测试自动化,其调力需要依赖经验且周期较长。

近 20 年来,由于计算机技术、FFT 分析仪、高速数据采集系统以及振动传感器、激振器等技术的发展,实验模态分析技术得到了很快的发展并趋于成熟,已有多种档次、各种原理的模态分析硬件与软件问世,可以实现大型飞机全机结构的模态分析及全机振动特性试验。当然,对复杂结构空间模态的测量分析、频响函数的耦合、高频模态检测、抗噪声干扰等方面的研究尚需进一步开展,模态分析技术当前的一个重要发展趋势是由线性向非线性方向发展。

目前,国内外有关机械振动分析及测试技术的教材或专著有不少,但是缺乏一本既专门针对飞行器结构振动分析需求、涵盖分析及测试技术两个方面,又涉及飞行器特殊振动问题简要介绍,且适合本科生学习起点的教材。为此,笔者基于多年的教学经验和科研积累,力求较系统地阐述飞行器振动分析及测试的基本概念、基本理论、分析方法及其工程应用。

本书第 1~5 章、第 11~12 章由贺尔铭负责编写,第 6~10 章由赵志彬负责编写,全书由贺尔铭最后统稿。

本书可作为航空、航天及机械等专业本科生或研究生的教材,也可供从事飞行器设计与工程、飞行器结构强度相关工作的工程技术人员参考。

本书在成稿过程中参考了国内外的相关著作及文献成果,在此对这些著作、文献的作者一并致谢。由于水平有限,书中不妥之处在所难免,敬请广大读者不吝指正!

贺尔铭 赵志彬

2013 年 7 月于西安

目 录

第一篇 飞行器振动分析基础

第 1 章 机械振动概述	3
1.1 机械振动的基本问题及分类	3
1.2 机械振动系统简化模型	5
1.3 简谐振动的表示方法	8
1.4 周期振动的表示方法	10
1.5 飞行器振动简化模型	12
习题	15
第 2 章 单自由度系统振动分析	17
2.1 无阻尼系统的自由振动	17
2.2 等效质量与等效刚度	25
2.3 黏性阻尼系统的自由振动	29
2.4 单自由度系统的强迫振动	34
2.5 其他强迫振动	41
2.6 振动隔离	45
习题	47
第 3 章 多自由度系统振动分析	51
3.1 二自由度系统振动	51
3.2 多自由度系统振动微分方程	59
3.3 固有频率和主振型	64
3.4 主坐标和正则坐标	66
3.5 无阻尼振动系统对初始条件的响应	70
3.6 无阻尼振动系统对激励的响应	71
3.7 有阻尼振动系统对激励的响应	73
3.8 强迫振动理论的应用——减振器设计	77
习题	81
第 4 章 多自由度系统振动分析的数值计算方法	85
4.1 瑞利能量法	85
4.2 邓克莱法	88

4.3 李兹法	91
4.4 矩阵迭代法	93
4.5 子空间迭代法	97
习题	99
第5章 弹性体振动分析	102
5.1 梁的横向弯曲振动分析	102
5.2 薄板的横向振动分析	111
习题	122
第二篇 飞行器振动测试技术	
第6章 振动测试技术概述	127
6.1 振动测试的内容和方法	127
6.2 振动测试系统的组成	129
6.3 振动测试在飞行器中的应用	130
习题	135
第7章 振动传感器和激振器	136
7.1 振动传感器	136
7.2 激振设备	140
习题	145
第8章 基本振动参数的测量	146
8.1 简谐振动幅值的测量	146
8.2 频率的测量	148
8.3 同频简谐振动相位差的测量	153
8.4 阻尼的测量	155
8.5 振型的测量	157
习题	158
第9章 振动信号的处理和分析	159
9.1 振动信号的分类	159
9.2 傅里叶变换	160
9.3 离散傅里叶变换	162
9.4 快速傅里叶变换	164
9.5 离散傅里叶变换中存在的问题	166
9.6 随机振动的基本概念和信号分析	172
习题	177

第 10 章 实验模态分析	178
10.1 机械阻抗和机械导纳	178
10.2 传递函数和频响函数	179
10.3 振动系统的物理模型和模态模型间的转换	180
10.4 频响函数	181
10.5 模态参数识别	182
10.6 实验模态分析常用的激励方法	185
10.7 实验模态分析系统	186
10.8 叶盘结构模态振型测试实验介绍	187
习题	191

第三篇 飞行器特殊振动问题

第 11 章 飞行器特有的振动问题	195
11.1 颤振	195
11.2 抖振	199
11.3 嗡鸣	201
11.4 前轮摆振	202
11.5 直升机地面共振	205
11.6 抛掷外挂产生的机翼振动	208
习题	209
第 12 章 航空发动机转子系统振动问题	211
12.1 临界转速	212
12.2 转子不平衡	216
12.3 喘振	220
12.4 叶片的失速颤振	222
12.5 自激振动	223
习题	226
附录 振动专业术语中、英文对照	227
参考文献	228

7.3 学习步骤	182
7.3.1 安装 IIS	182
7.3.2 基于 IP 地址的站点发布	184
7.3.3 基于端口的站点发布	189
7.3.4 基于名称的站点发布	191
7.3.5 设置虚拟目录	193
7.3.6 安全性配置	195
7.3.7 IIS 远程管理	201
7.4 课后任务	206
任务 8 邮件服务器的配置与管理	208
8.1 学习目标	208
8.2 相关知识	208
8.3 学习步骤	208
8.3.1 安装邮件服务器 Exchange Server 2010	208
8.3.2 测试邮件服务器	219
8.3.3 邮件服务器配置管理	221
8.4 课后任务	226
任务 9 VPN 服务器的配置与管理	227
9.1 学习目标	227
9.2 相关知识	227
9.3 学习步骤	228
9.3.1 安装和配置 VPN 服务器	228
9.3.2 VPN 客户端配置及访问验证	245
9.4 课后任务	254
任务 10 远程桌面服务	256
10.1 学习目标	256
10.2 相关知识	256
10.3 学习步骤	256
10.4 课后任务	266

第一篇

飞行器振动分析基础

第 1 章 机械振动概述

1.1 机械振动的基本问题及分类

1.1.1 机械振动研究的基本问题

任意一个给定的动力系统,都可以表述为以下三部分的关系,即激励(输入)、系统及响应(输出)。激励是给系统输入能量的,既可以是外力,也可以是初速度或初位移;系统就是由若干个质量弹簧及阻尼器等机械元件组成的单元;响应就是系统在给定激励下的动态行为。

振动研究的总目标就是探究振动产生的原因及其振动规律、振动对系统及人体的影响,寻求控制和消除振动的方法。

根据上述定义,振动分析的基本问题可归纳为以下三类。

1. 已知激励和系统,求系统的响应

已知激励和系统,求系统的响应是系统的动力响应分析(或称振动设计),它是振动研究最常见的问题。动力响应包括位移、速度、加速度、应力及应变等,其目的在于计算或校核机器结构的强度、刚度及允许振动水平等。

2. 已知激励和响应,求系统特性

已知激励和响应,求系统特性是系统识别(或称系统辨识),要由特定激励下的响应确定系统的物理参数,如质量、刚度、阻尼等,从而了解系统的固有特性(如固有频率、主振型等)。20世纪60年代发展起来的试验模态分析技术使系统识别手段更加成熟有效。

3. 已知系统和响应,求原始激励

已知系统和响应,求原始激励是环境预测,通过实时记录车辆及货物的振动方程,就可了解运输过程的随机振动环境,从而可采取相应的减振包装及其他缓冲措施。

1.1.2 振动的分类

振动(vibration)是物体围绕其平衡位置进行的一种往复运动形式,通常用其物理参量(如位移、速度、加速度等)随时间变化的函数来表征振动的时间历程。根据物体运动的不同规律,振动可以有不同的分类。

(1)根据其产生的原因,振动可分为自由振动、强迫振动、自激振动和参数振动。

1)自由振动:系统在受到初始干扰后,没有其他外界激励作用时所产生的振动。

2)强迫振动:系统在外界持续激励作用下产生的振动。

3)自激振动:系统在输入和输出之间具有反馈特性,并有能源补充时产生的振动。

4)参数振动:通过周期或随机地改变系统的特性参数而实现的振动。

(2)根据描述系统振动的微分方程的特性,振动可分为线性振动和非线性振动。

1) 线性振动: 可用常系数线性微分方程描述的系统所产生的振动。

2) 非线性振动: 可用非线性微分方程描述的系统所产生的振动。

(3) 根据系统的自由度数目, 振动可以分为单自由度系统的振动、多自由度系统的振动和无限自由度系统的振动。

1) 单自由度系统的振动: 只需一个独立坐标就能确定任意时刻系统位置的振动。

2) 多自由度系统的振动: 需用多个独立坐标才能确定任意时刻系统位置的振动。

3) 无限自由度系统的振动: 要用无限多个独立坐标才能确定任意时刻系统位置的振动, 这种振动又称为弹性体振动或连续体振动。

(4) 根据系统输出的振动规律, 振动可分为周期振动、非周期振动和随机振动。

1) 周期振动: 振动量是时间的周期函数, 即 $x(t) = x(t + nT)$ ($n = 1, 2, \dots$), 如图 1.1.1 所示。系统在相等的时间间隔内作往复运动, 周期 T 就是往复一次所需要的时间间隔。周期振动中最简单、最重要的就是用正弦或余弦函数表示的简谐振动, 如 $x(t) = A \sin \omega t$ 。

2) 非周期振动: 振动量不是时间的周期函数。非周期振动又可以分为稳态振动和瞬态振动。稳态振动是持续进行的非周期等幅振动, 瞬态振动是在一定时间内振动并逐渐消失的非周期振动。

3) 随机振动: 振动量不是时间的确定函数, 只能通过概率统计方法来研究其特性, 即振动量不能用函数 $x(t)$ 来表示, 只能通过与时间 t 的关系图形来表示, 如图 1.1.2 所示, 振动过程中振幅、相位、频率等都是随机变量。

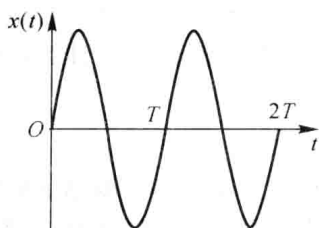


图 1.1.1 周期振动



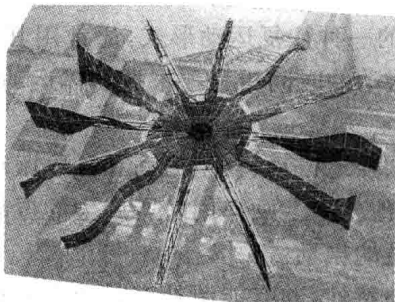
图 1.1.2 随机振动

(5) 根据振动系统所表现出的位移特征, 振动可分为扭转振动、纵向振动和横向振动。

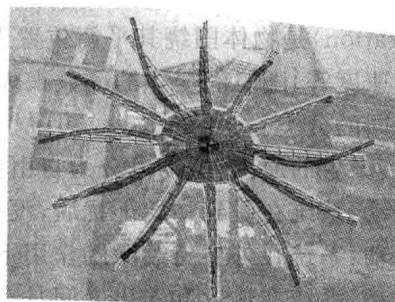
1) 扭转振动: 振动体上的质点只作绕其某一轴线的振动, 如图 1.1.3(a) 所示。

2) 纵向振动: 振动体上的质点只作沿其轴线方向的振动。

3) 横向振动: 振动体上的质点只作垂直其轴线方向的振动, 这种振动也称为弯曲振动, 如图 1.1.3(b) 所示。



(a)



(b)

图 1.1.3 叶盘结构中叶片的振动

(a) 扭转振动; (b) 横向振动

1.2 机械振动系统简化模型

1.2.1 机械振动系统的四大要素

系统之所以会产生振动,本质上是因为系统受到了外界激励。从内因来看是由于系统具有质量和弹性;从其能量转化过程来看,外界对系统的激励就是对系统做功,其中一部分转化为质量块的动能,另一部分则转化为弹性体的变形势能。

持续振动过程就是激励功、动能和势能之间的不断转换过程。如果系统没有阻尼,只要给系统以初始激励,系统振动就会一直延续下去;若系统具有阻尼而又没有继续从外界获得能量,则振动系统在经历一段时间之后终将停止。由此可见,刚度、阻尼、质量和激励是振动系统的四大要素。

因此,从实际机械或结构系统简化出的理想力学模型,若要确切反映其物理过程,就要确定这四大要素。实际机械或结构的质量及弹性是分布式的,这种分布参数系统(或称为连续系统)往往不能按照解析法求解,因此,通常是将分布参数的系统简化成离散系统,也就是将机械振动系统的刚度、阻尼和质量分别简化成弹簧、阻尼器和集中质量等元件,如图 1.2.1 所示。由若干个弹簧、阻尼器和集中质量连接在一起的模型称为振动力学模型。

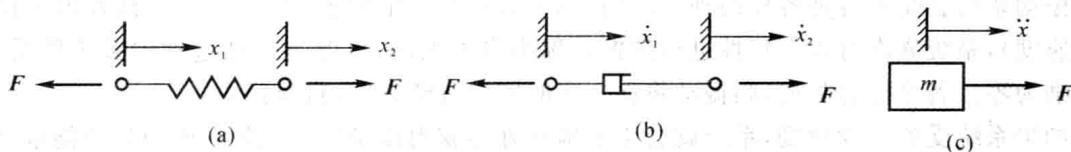


图 1.2.1 振动力学模型的基本元件

(a)弹簧; (b)阻尼器; (c)集中质量

1. 弹簧/刚度

弹簧是表示力与位移关系的元件,如图 1.2.1(a) 所示。在振动力学模型中,它一般被抽象为无质量而具有线弹性的元件。这就是说,若它的一端受到作用力 F ,则另一端将产生大小与 F 相等、方向相反的力,力的大小与弹簧两端点的相对位移成正比,即

$$F = k(x_2 - x_1) \quad (1.2.1)$$

式中, k 为弹簧刚度; x_1, x_2 分别为弹簧左、右两端部的位移。

式(1.2.1)表示的是直线位移的弹簧。而在扭转振动系统中,质量作扭转运动,采用扭转弹簧刚度 k_t ,扭转弹簧产生的广义力是转矩,位移是角度。

弹性元件的刚度 k (或 k_t) 在振动问题分析中具有特定的含义。使系统某点沿着指定方向产生单位位移(线位移或角位移)时,在该点同一方向上所需施加的力(或力矩),就称为系统在该点沿指定方向的刚度(stiffness)。

设参考点施加广义力 F 时,产生位移 x ,则系统在该点指定方向的刚度可表示为

$$k = \frac{F}{x} \quad (1.2.2)$$

2. 阻尼器

阻尼器是表示力与速度关系的元件,如图 1.2.1(b) 所示。在振动力学模型中,它被抽象

为无质量且具有线性阻尼系数的元件。若它的一端受到力 F 的作用,则另一端将产生大小相等、方向相反的力,这个力称为阻尼力,其大小与阻尼器两端的相对速度成正比,即

$$F = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (1.2.3)$$

式中, c 为阻尼系数; $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ 分别为阻尼器两端的速度。因为黏性阻尼(一般当 $\dot{x}_1, \dot{x}_2 < 2 \text{ m/s}$ 时)具有这种关系,所以阻尼系数 c 又称为黏性阻尼系数。

振动系统中的阻尼力有各种来源,例如两个物体之间的干摩擦力,有润滑的两表面之间的摩擦力,空气和液体等介质的阻力,电磁阻力以及材料的内部阻力等,在振动系统中统称为阻尼(damping)。一般情况下,阻尼用来消耗振动能量,使系统振动幅值越来越小。

3. 集中质量 / 惯量

集中质量是表示力和加速度关系的元件,如图 1.2.1(c) 所示。在振动力学模型中,它被抽象为绝对不变形的刚体块。若对质量块施加一个作用力 F ,质量块就会产生一个与 F 方向相同的加速度 $\ddot{x}$,对于直线的平移运动,力的大小与加速度的关系为

$$F = m\ddot{x} \quad (1.2.4)$$

式中, m 为刚体块的质量。

对于扭转振动系统,力为转矩,加速度为角加速度,而质量为刚体绕旋转中心线的转动惯量。

4. 激励

振动系统会受到各种各样的外界激励(excitation)。当系统仅在开始时受到外界干扰(位移或速度),系统靠本身固有特性进行的振动称为自由振动,也就是振动过程中系统所受的外界激励为零。若系统有阻尼,则振动将在一定时间内逐渐衰减,直至停止。

如果系统受到持续激励,系统就会不断地从外界获得能量来补充阻尼所消耗的能量,使系统保持等幅振动。这种由外界激励所引起的振动称为强迫振动(forced vibration),所引起的系统的振动状态称为系统对激励的响应(response)。对应不同的外界激励,系统就有不同的响应。

最简单、最常见的外界激励就是简谐激励力,或由支座简谐运动引起的激励。以此为基础研究单自由度系统在一般周期激励下的强迫振动的响应,以及在其他非周期的任意激励下的强迫振动的响应。

1.2.2 机械振动系统的力学模型和基本参数

一个实际机械或工程结构,当研究其振动特性或振动状态时,总要把它进行某种简化,抽象出其本质,形成一个理想化的力学模型。模型的特点又往往以若干重要参数来表达。

1. 单自由度系统

一个无质量的弹簧支持一个无弹性的质量,就形成了单自由度系统的力学模型,如图 1.2.2 所示。这一模型的参数为质量 m 和刚度 k 。该系统受到外界的一个初始干扰之后,便产生振动。在一个相对较短的时间内研究它的振动状态时,可以认为它是一种无阻尼的自由振动。

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad (1.2.5)$$

式中, ω 为单自由度系统的无阻尼自由振动的固有圆频率。

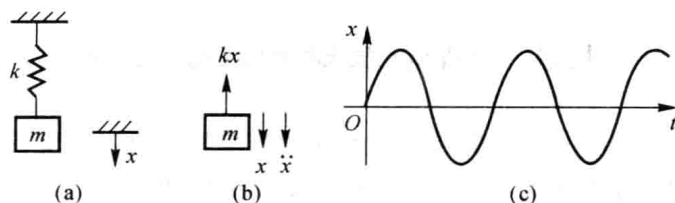


图 1.2.2 无阻尼单自由度系统振动

无阻尼系统一旦开始振动,就将永远振动下去。事实上,一切实际系统在开始作自由振动之后,由于摩擦等原因,振动幅度必将随着时间的增长而逐渐衰减。为了反映这种衰减特性,引进了阻尼系数,有阻尼的质量块振幅随时间的变化如图 1.2.3(c) 所示。

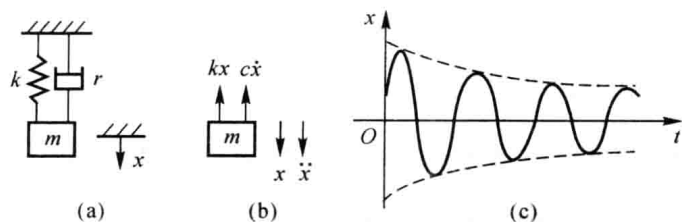


图 1.2.3 有阻尼单自由度系统衰减振动

2. 二自由度系统

二自由度系统的力学模型如图 1.2.4(a) 所示。先不考虑阻尼,则系统的自由振动微分方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \end{cases} \quad (1.2.6)$$

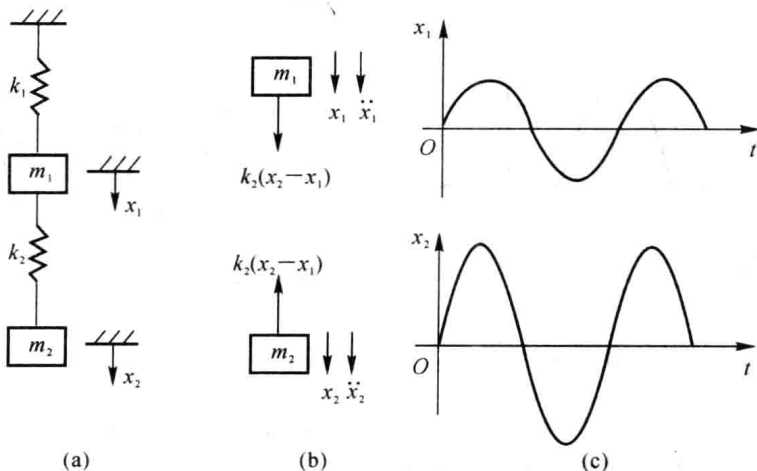


图 1.2.4 二自由度系统振动

对于二自由度系统,有两个固有频率,对应于每一个固有频率,系统有特定的振型。此处引入振型的概念,即当反映多自由度系统振动时,各点的运动量不仅是时间的函数,还是空间的函数。

1.3 简谐振动的表示方法

简谐振动(harmonic vibration)是指机械系统的响应量(位移、速度或加速度)按时间的正弦(或余弦)函数规律变化的振动,它是最简单、最重要的周期振动,也是研究其他形式振动的基础。一个简谐变量可以用函数表达式、矢量或复数等形式来表示,不同的表示方法适用于不同的场合,例如频域分析时用复数表达法最方便。

1.3.1 简谐振动的函数表示法

简谐振动的位移是时间的正弦(或余弦)函数,如图 1.3.1 所示,如用正弦函数表示,其数学表达式为

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = A \sin(2\pi f t + \varphi) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.3.1)$$

式中, A 为振幅; T 为振动周期; f 为振动频率, $f = \frac{1}{T}$,单位为 Hz; ω 为圆频率, $\omega = 2\pi f$,单位为 rad/s; φ 为初相角,表示质量块的初始位置,单位为 rad。

对简谐振动的位移分别求一阶导数和二阶导数,可得到简谐振动的速度和加速度,即

$$v = \dot{x} = A\omega \cos(\omega t + \varphi) = A\omega \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.3.2)$$

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi) \quad (1.3.3)$$

因此,简谐振动的速度、加速度依然是简谐函数,只是相位角不同,速度比位移相位超前了 90° ,而加速度比位移相位超前了 180° ,如图 1.3.2 所示。

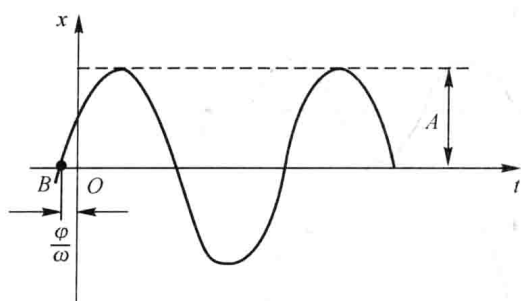


图 1.3.1 简谐函数曲线

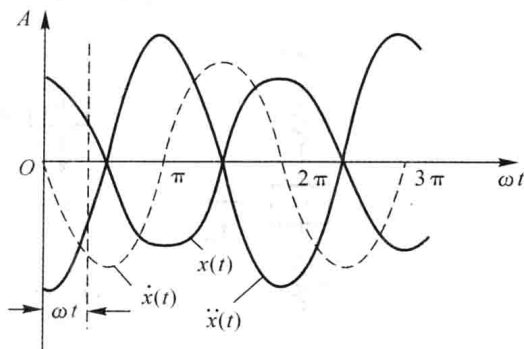


图 1.3.2 简谐振动的位移、速度和加速度曲线

由上述可知:在简谐振动中,加速度的大小和位移成正比,方向和位移方向相反,始终指向系统的静平衡位置,这是简谐振动的一个重要特性。

1.3.2 简谐振动的矢量表示法

简谐振动也可以用旋转矢量来表示,对于正弦函数振动,可以看成是一个作等速圆周运动的点在铅垂轴上的投影,如图 1.3.3 所示。

旋转矢量 $\vec{OP}$ 的模等于振幅 A ,逆时针旋转的等角速度就是圆频率 ω , ωt 为 $\vec{OP}$ 在 t 时间内