



差分进化算法  
理论与应用

张春美 著

98

45

15 04

98 66

24 73 99



# 差分进化算法理论与应用

张春美 著

 **北京理工大学出版社**  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

---

图书在版编目(CIP)数据

差分进化算法理论与应用/张春美著. --北京:北京理工大学出版社, 2014. 5

ISBN 978-7-5640-6224-8



Ⅰ ①差… Ⅱ ①张… Ⅲ ①最优化算法 Ⅳ.  
①O242.23

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第092643号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(总编室)

82562903(教材售后服务热线)

68948351(其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京通州皇家印刷厂

开 本 / 889毫米×1194毫米 1/32

印 张 / 6.5

字 数 / 156千字

版 次 / 2014年5月第1版

2014年5月第1次印刷

定 价 / 45.00元

责任编辑 / 陈 竝

文案编辑 / 胡卫民

责任校对 / 孟祥敬

责任印制 / 马振武

---

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换

# 前言

在工程技术和科学研究等诸多领域，大量的优化问题很难精确求解，许多实际问题存在非线性、强约束、多目标、不确定等特征，对优化理论和优化技术带来新的挑战。研究适合于大规模复杂问题的智能优化算法成为解决这类问题的新的出路。而一种实用的智能优化算法需要满足三个要求：①不管初始系统的参数如何，算法应能够寻求到真正的全局最优解；②算法应具有较快的收敛速度；③为方便实用，算法应具有较少的参数。

差分进化算法是一种新型的智能优化方法，可用于解决连续领域的优化问题。该算法具有控制参数少、原理相对简单、易于理解和实现的优点，再加上其表现出来的高可靠性、强鲁棒性以及良好的优化性能，所以已经成为进化计算研究领域的热点课题。差分进化算法是采用实数编码的一种基于群体智能的全局优化算法，通过种群内个体之间的协作与竞争产生优势个体来指导种群的进化。采用结构简单的差分变异和交叉算子以及“贪婪”的选择操作，利用优势个体更新种群，使在种群迭代完成时接近或达到最优解。该算法特有的记忆功能使算法可以动态跟踪当前的搜索情况来调整搜索策略，具有较强的鲁棒搜索能力。在优化求解过程中，差分进化算法并不依赖被优化问题的信息，而是依据整个种群的动态改变来对搜索策略进

行调整, 拥有较强的全局寻优能力, 因此能够解决传统数学方法难以求解的复杂优化问题。由于其巨大的应用潜力和发展前景, 差分进化算法引起了国内外研究人员的广泛关注。目前, 差分进化算法已在众多领域中得到了广泛的应用, 其研究成果已涉及多个相关学科。

本书内容首先介绍了差分进化算法的原理和研究进展, 并对标准差分进化算法进行改进, 主要用于解决现实中的两类问题: ①由连续参数描述特征的连续领域的优化问题; ②由离散的基于排列组合的参数描述特征的组合优化问题。针对连续领域的优化问题, 对差分进化算法的控制参数种群规模进行研究, 重点阐述了差分进化算法中种群规模的适应性调整策略。同时, 从种群结构角度出发, 对分布式差分进化算法进行了介绍, 并在分布式的种群结构中, 介绍了差分进化算法的控制参数“缩放因子”和“交叉率”的调整策略。此外, 从学习机制的角度出发, 对 Memetic 差分进化算法进行了阐述。标准差分进化的设计最早用于解决切比雪夫多项式拟合问题, 仅仅用于解决连续领域的优化问题, 只能解决现实问题的一个分支。目前, 基于差分进化算法的组合优化问题的研究属于国际前沿课题, 因此, 针对组合优化问题, 详细介绍了几类典型的基于排列的差分进化方法, 并列举了利用离散差分进化方法求解实际组合优化问题的实例。同时, 给出设计符合标准差分进化算法原理的离散差分进化算法的思路, 以及利用差分进化算法解决较为典型的组合优化问题——武器目标分配问题的研究成果。本书对差分进化算法解决两大类实际问题进行了更深入的研究, 拓展了差分进化算法的研究领域, 为组合优化问题的求解提供了更有潜力的工具, 具有较强的学术价值和现实意义。

本书是著者在北京理工大学博士研究期间取得成果的基础上, 进一步深入研究、充实整理后形成的, 全书共分为 7 章。第 1 章介绍差分进化算法的原理、框架和研究现状。第 2 章、

第3章、第4章是对于差分进化算法在连续优化领域的研究成果。其中，第2章讨论了差分进化算法的控制参数种群规模的调节策略；第3章介绍了分布式差分进化算法，及其控制参数缩放因子及变异率的调节策略；第4章介绍了Memetic算法及其设计方案。第5章、第6章、第7章是差分进化算法在组合优化问题中的应用研究。其中，第5章归纳了几种典型的基于整数排列的差分进化方法；第6章列举了离散差分进化算法求解典型组合优化问题的实例；第7章介绍了差分进化算法在武器目标分配中的应用研究。著作内容有助于初学者节约大量时间了解差分进化算法的相关研究成果和进展，可推动和拓宽有基础的读者对相关算法进行更深入的研究。另外，本书对学科发展具有重要的推动价值，有助于进一步完善相关学校在智能优化算法的教学内容。

感谢北京理工大学自动化学院的陈杰教授、辛斌老师的大力支持以及对相关研究给予的悉心指导和中肯建议，感谢山西广电信息网络（集团）公司石川工程师在资料整理过程中付出的辛勤劳动，感谢太原理工大学的程兰教师，太原科技大学的姚峰林副教授、郭红戈教师，以及太原大学的赵婕老师在本书的撰写过程中给予的鼎力帮助，感谢北京理工大学出版社工作人员的辛苦编辑工作。感谢国家自然科学基金（61304215）、山西省青年科技研究基金（2012021012-4）对相关研究工作的资助。

本书可以为自动化、计算机科学、管理科学等相关学科的教师、学生和工作人员在学习和生产实践中提供参考。由于作者学识水平有限，本书不足之处在所难免，诚望同行专家和读者批评指教。

张春美



# 目 录

第 1 章 差分进化算法	1
1.1 引言	1
1.2 标准差分进化算法	2
1.2.1 差分变异	2
1.2.2 交叉	3
1.2.3 选择	4
1.3 差分进化算法的研究现状	7
1.3.1 控制参数调整策略的改进	7
1.3.2 操作算子策略的改进	10
1.3.3 种群结构的改进	13
1.3.4 混合差分进化算法研究	13
1.3.5 差分进化算法在组合优化中的应用研究	15
1.4 差分进化算法研究展望	18
1.5 本章小结	19
参考文献	20
第 2 章 种群规模适应性差分进化算法	32
2.1 种群规模的适应性调节策略	35
2.1.1 寿命机制	35

2.1.2	灭绝机制	35
2.2	引入新个体的策略	36
2.2.1	精英个体的复制	36
2.2.2	建立新种群	36
2.3	适应性调节种群规模的差分进化算法(DEAPS)及 分析	38
2.3.1	DEAPS 算法步骤	38
2.3.2	DEAPS 参数分析及设置	40
2.3.3	DEAPS 算法中种群规模调节策略分析	43
2.4	计算实验与比较	45
2.4.1	实验结果的统计分析	45
2.4.2	收敛性能比较	48
2.5	本章小结	51
	参考文献	52
<b>第 3 章 参数适应性分布式差分进化算法</b>		<b>54</b>
3.1	分布式 DE 的拓扑结构与迁移机制	55
3.1.1	分布式 DE 的拓扑结构	55
3.1.2	分布式 DE 的迁移机制	56
3.2	分布式 DE 算法中 $F$ 和 $CR$ 的适应性调节策略	56
3.2.1	缩放因子 $F$ 的适应性调节策略	57
3.2.2	交叉率 $CR$ 的适应性调节策略	58
3.3	分布式 DE 中的参数设置	59
3.4	APDDE 算法分析	60
3.5	计算实验与比较	63
3.6	本章小结	71
	参考文献	72



第 4 章 分布式 Memetic 差分进化算法 .....	74
4.1 Memetic 算法 .....	74
4.1.1 Memetic 算法的基本要素 .....	75
4.1.2 Memetic 算法的设计方案 .....	75
4.1.3 Memetic 算法流程 .....	76
4.2 Memetic DE 算法 .....	78
4.2.1 Hooke-Jeeves 算法 .....	79
4.2.2 Lamarckian 学习与 Baldwinian 学习的协作 .....	79
4.3 协调 Lamarckian 与 Baldwinian 学习的分布式 Memetic DE 算法 .....	82
4.3.1 分布式 DE 与 Hooke-Jeeves 混合过程中 L-学习与 B-学习的协作 .....	82
4.3.2 分布式 DE 迁移策略中 L-学习与 B-学习的 协作 .....	83
4.4 DMDE 算法分析 .....	86
4.4.1 DMDE 中两种学习机制的协作分析 .....	86
4.4.2 DMDE 中集成混合策略和多子种群策略的 优势 .....	87
4.5 计算实验与比较 .....	90
4.5.1 计算复杂度比较 .....	90
4.5.2 优化性能比较 .....	93
4.6 本章小结 .....	96
参考文献 .....	97
第 5 章 求解组合优化问题的差分进化算法 .....	100
5.1 组合优化 .....	100
5.2 基于排列的差分进化方法 .....	104
5.2.1 排列矩阵方法 .....	104

5.2.2	相邻矩阵方法 .....	105
5.2.3	相对位置索引 .....	106
5.2.4	向前/向后转换方法 .....	108
5.2.5	最小位置值方法 .....	109
5.2.6	离散方法 .....	110
5.3	本章小结 .....	110
	参考文献 .....	111
<b>第 6 章</b>	<b>离散差分进化算法求解组合优化问题算例 .....</b>	<b>112</b>
6.1	离散 DE 算法求解流水线车间调度问题算例 .....	112
6.2	离散 DE 算法求解旅行商问题算例 .....	129
6.3	Memetic 离散 DE 算法求解广义旅行商问题 算例 .....	134
6.4	本章小结 .....	139
	参考文献 .....	139
<b>第 7 章</b>	<b>求解武器目标分配问题的离散差分进化算法 .....</b>	<b>140</b>
7.1	前言 .....	140
7.2	SWTA 问题模型 .....	144
7.3	求解 SWTA 的 DDE 算法(DDE-MRR) .....	145
7.3.1	解的表示与初始化 .....	146
7.3.2	差分变异 .....	146
7.3.3	交叉 .....	148
7.3.4	选择 .....	149
7.4	SWTA 问题的求解 .....	150
7.4.1	SWTA 问题的种群规模 $NP$ 与维数 $N$ 关系的 确定 .....	150
7.4.2	DDE-MRR 算法与 DDE-FBT、DDE-RPI 算法的 比较 .....	153

7.5 本章小结 .....	156
参考文献 .....	156
<b>附录 1 标准测试函数 .....</b>	<b>163</b>
<b>附录 2 几种典型的组合优化问题 .....</b>	<b>179</b>
附录 2.1 旅行商问题 .....	179
附录 2.1.1 问题描述 .....	180
附录 2.1.2 有时间约束的 TSP .....	181
附录 2.1.3 多重 TSP .....	182
附录 2.1.4 时间约束性多重 TSP .....	182
附录 2.1.5 广义旅行商问题 .....	182
附录 2.2 车间作业调度问题 .....	184
附录 2.2.1 并行机器调度问题 .....	186
附录 2.2.2 调度性能指标与调度解分类 .....	187
附录 2.3 背包问题 .....	189
附录 2.3.1 多选择背包问题 .....	190
附录 2.3.2 多约束背包问题 .....	191
附录 2.4 指派问题 .....	191

# 第

# 1 章

## 差分进化算法

### 1.1 引 言

差分进化(Differential Evolution, DE)算法是由 Storn 和 Price 提出的一种优化方法,最早用于解决切比雪夫多项式拟合问题。1995年,Storn 和 Price 发表了有关 DE 的首份技术报告<sup>[1]</sup>。1996年5月在日本名古屋举行的第一届国际进化优化方法竞赛(International Contest on Evolutionary Optimization, ICEO)中,DE 算法表现突出,获得了第三名的成绩<sup>[2]</sup>。1997年的第二届国际进化优化方法竞赛中 Price 通过大量优化实验证明了 DE 是一种性能优异的进化算法<sup>[3]</sup>。从此,DE 算法得到更多研究者的关注。自 2005 年以来,在 IEEE Conference on Evolution Computation(CEC)会议关于实参优化、多目标优化、动态不确定性优化等多次竞赛中,DE 具有非常优异的表现<sup>[4]</sup>。鉴于 DE 的研究热潮,近年来,World Congress on Computational Intelligence(WCCI)和 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence(SSCI)等国际顶尖会议对 DE 的理论和应用进行了一系列专题讨论<sup>[5]</sup>。

DE 算法是一种基于种群的智能优化方法,不依赖问题的特征信息,借助于种群个体之间的差分信息对个体形成扰动来探索整个种群空间,并利用贪婪竞争机制进行优化,寻求问题的最优解。DE 算法采用浮点实数编码,主要解决连续领域的优

化问题。该算法具有控制参数少、原理相对简单、易于理解和实现的优点,再加上其表现出来的高可靠性、强鲁棒性以及良好的优化性能,所以已经成为进化计算研究领域的热点课题。

## 1.2 标准差分进化算法

DE 算法首先在解的取值范围内生成一个随机的初始种群,然后通过差分变异、交叉、选择操作,产生新一代种群。DE 算法基于实数编码,它首先在问题的可行解空间生成随机初始化种群:  $\mathbf{x}_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,D})$ ,  $i = 1, 2, \dots, NP$ 。其中,  $D$  为问题维数,  $NP$  为种群规模。

### 1.2.1 差分变异

在 DE 算法中,种群内个体的差分向量经过缩放之后,与种群内另外的相异个体相加得到变异向量。根据变异向量生成方法的不同,形成了多种变异策略<sup>[6]</sup>。其中变异方式 DE/rand/1 的方程为:

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r_1,g} + F \cdot (\mathbf{x}_{r_2,g} - \mathbf{x}_{r_3,g}) \quad (1.1)$$

其中,  $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ ,  $F$  为缩放因子。

差分变异的操作如图 1.1 所示。

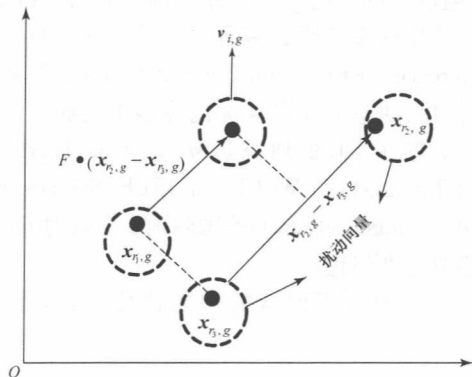


图 1.1 二维向量的差分变异操作

## 1.2.2 交叉

交叉操作生成试验向量,DE算法有两种交叉方式:二项式交叉(用 bin 表示)和指数交叉(用 exp 表示)。

## 1. 二项式交叉

通过随机选择,使试验向量至少有一个分量由变异向量贡献。二项式交叉操作的方程为:

$$u_{i,j,g} = \begin{cases} v_{i,j,g} & \text{rand}(0,1) \leq CR \text{ 或 } j = j_{\text{rand}} \\ x_{i,j,g} & \text{其他} \end{cases} \quad (1.2)$$

其中,  $j=1,2,\dots,D$ ,  $j_{\text{rand}}$  为  $[1,D]$  内随机选择的整数,  $CR \in (0,1)$  为交叉率。

二项式交叉操作如图 1.2 所示。

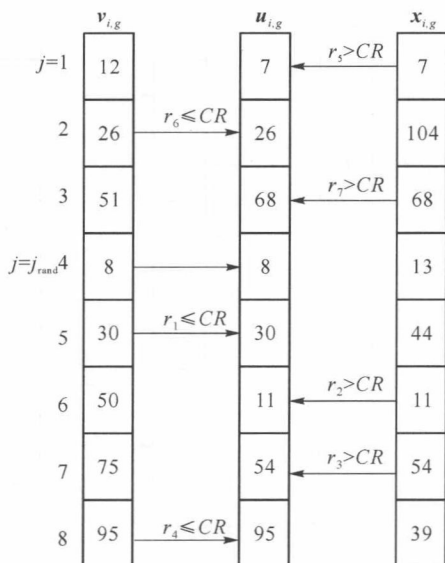


图 1.2 二项式交叉

## 2. 指数交叉

指数交叉的操作方式按式(1.3)产生:

$$u_{i,j,g} = \begin{cases} v_{i,j,g} & j = \langle l \rangle_D, \langle l+1 \rangle_D, \dots, \langle l+L-1 \rangle_D \\ x_{i,j,g} & \text{其他} \end{cases} \quad (1.3)$$

其中,  $\langle l \rangle_D$  表示对  $D$  取模运算,  $l$  是  $[1, D]$  中的一个随机整数, 整数  $L$  在 1 和  $D$  之间。对于指数交叉, 首先选择一个  $1 \sim D$  之间的整数  $l$  作为交叉的起点, 在起点处, 试验向量取自变异向量, 然后按照随机数与变异率的比较情况选择一个小于  $D$  的长度  $L$  作为替换的变量数目。

指数交叉操作如图 1.3 所示。

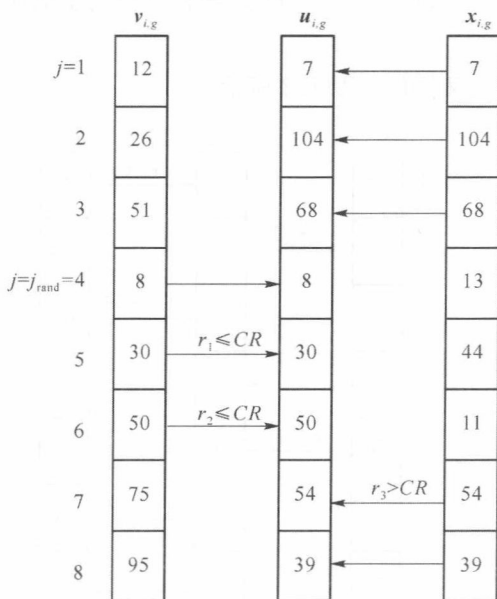


图 1.3 指数交叉

### 1.2.3 选择

DE 采用“贪婪”选择策略, 根据目标向量  $x_{i,g}$  和试验向量

$u_{i,g}$  的适应值  $f(\cdot)$  来选择最优个体; 对于最小化问题, 选择操作的方程为:

$$x_{i,g+1} = \begin{cases} u_{i,g} & f(u_{i,g}) < f(x_{i,g}) \\ x_{i,g} & \text{其他} \end{cases} \quad (1.4)$$

式中  $x_{i,g+1}$  为下一代的目标向量。

DE 算法经过差分变异、交叉、选择操作产生下一代种群, DE 算法具体的操作过程如图 1.4 所示。

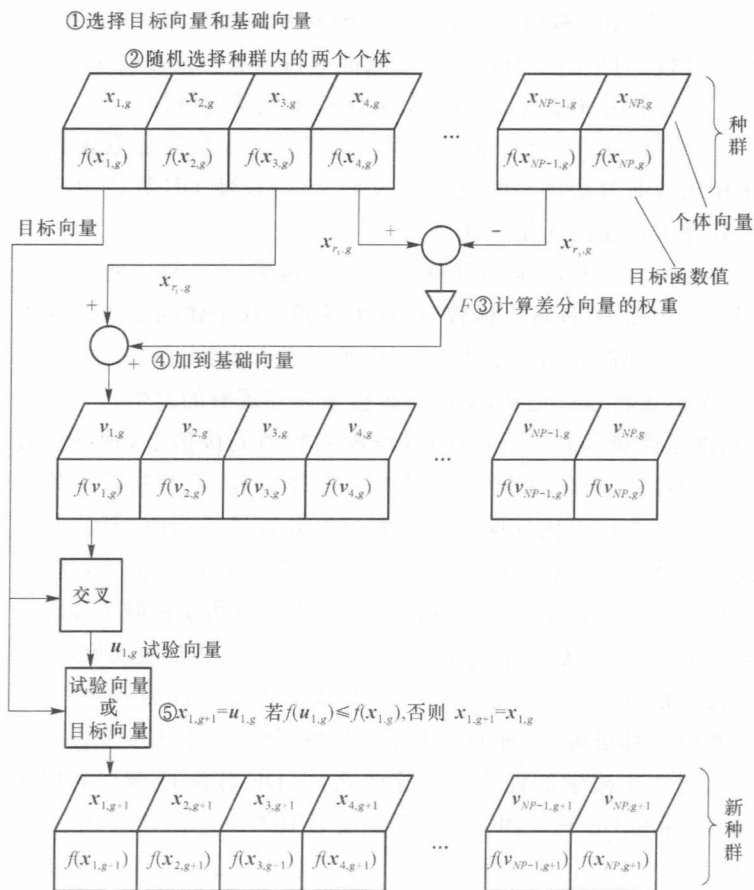


图 1.4 差分进化算法的具体操作



DE 算法具有高可靠性、强鲁棒性以及良好的优化性能,所以已经成为进化计算研究领域的热点课题。DE 算法的优点如下:

(1) 采用浮点实数编码,因而它特别适合处理连续空间的优化问题。

(2) DE 的变异是基于差分向量而言的,结构简单,易于实现。

(3) 控制参数(种群规模  $NP$ 、缩放因子  $F$  及交叉率  $CR$ ) 比较少,因而简单的参数控制策略就能取得满意的优化效果。

(4) 采用贪婪选择操作,具有保持最优解的特性。

(5) 具有较低的空间复杂度,与其他大多数实参数优化算法相比,DE 算法的空间复杂度较低,该特性使 DE 算法更有利于处理大规模的优化问题。

然而,DE 算法也不可避免地存在搜索停滞和早熟收敛的问题。例如,当种群个体较少,且生成新一代个体的适应值并不优于原始种群的相应个体时,即使种群没有收敛,在选择的压力下,个体也将难以更新,最终导致搜索停滞现象的发生。一般来说,搜索停滞具有以下特征:种群没有收敛到极值点;种群仍具有多样性;在进化过程中,即使有新个体出现,但算法找不到比当前种群个体更优的候选解。而当参数设置不当时,算法收敛速度过快,造成整个种群过早地汇聚在某一局部极值点,这时,无论变异个体还是交叉生成的新生个体都将和原种群个体没有显著差异,则容易产生进化算法中最常见的早熟收敛现象,导致算法不能进一步向前进化。早熟收敛的主要特征为:种群个体收敛到局部极值点;种群失去了多样性;算法搜索进度变慢甚至失去进一步搜索的能力<sup>[7]</sup>。除此之外,DE 算法还存在有以下缺点:标准 DE 算法的搜索性能对参数具有一定的依赖性;算法在有限的情况下很难保证获得全局最优解,搜索效率还需进一步提高等。另外,标准的 DE 算法主要用于解决连续空间中的