

高 ★ 考 ★ 可 ★ 能 ★ 考 ★ 的 ★ 试 ★ 题 ★ 系 ★ 列 ★ 丛 ★ 书

丛书主编 刘桂松

高考可能考的 Shuxue

数学试题

【最新版】

● 执行主编 叶 枫

检验复习效果

揭示测试规律

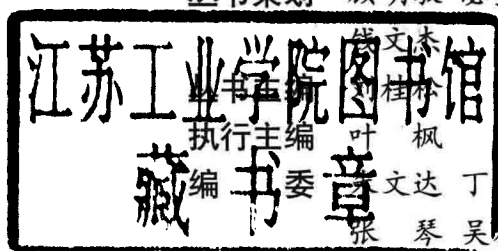
传递考试信息

优化模拟训练

上海人民出版社

高考可能考的 数学试题

丛书策划 顾明敏 宓重行



执行主编 叶枫
编委 文达 丁伟强
张琴 吴雅萍
唐莉萍 周定栋
左勇敏 周骥华
郑伟莉 杭文韬
盛志红 高子文

上海人民出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高考可能考的数学试题/刘桂松主编.

—上海:上海人民出版社,2004

(高考可能考的试题)

ISBN 7-208-04955-6

I. 高... II. 刘... III. 数学课—高中—习题—升学参考资料

IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 107076 号

责任编辑 顾兴业 曹培雷

封面装帧 甘晓培

· 高考可能考的试题系列丛书 ·

高考可能考的数学试题

(最新版)

丛书主编 刘桂松

世纪出版集团

上海人民出版社出版

(200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.cc)

世纪出版集团发行中心发行 上海颀辉印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 7.5 字数 166,000

2004 年 1 月第 1 版 2005 年 1 月第 2 次印刷

印数 10,101 - 15,200

ISBN 7-208-04955-6/G·904

定价 12.00 元

前言

陈钟梁

“高考可能考的试题”是一个十分诱人的书名，每一个即将踏进考场的学生，以及他们的老师、父母，谁不关心这个问题？

不必回避考试。人的一生都在接受着没完没了的考试。上高中要考试，上大学要考试，出国留学要考试，当公务员要考试，提取晋级要考试，甚至招聘应聘也要考试，考试是我们生活中经常出现的现象。尽管考试不是选拔人才的唯一形式，但是至少在大规模选拔人才时，考试还是能保证相对公平竞争的唯一可行的形式。因此，无论是面对高考还是面对中考，我们的应考学生应该有充分的准备，培养自己应付考试的本领。正当你们急需成年人指导与帮助的时候，一群知名教师向你们伸出热情的双手。他们中有的参加过命题工作，有的负责过阅卷工作，有的长期滚打在课堂，熟谙学科的命题、阅卷和复习真谛，联袂编写了这套丛书，并由上海人民出版社出版，以奉献给正在迎考的莘莘学子。参加编写的老师精心设计了各种类型的题目，目的在于指导与帮助大家学会怎样进行知识的分类与整合，怎样进行能力的训练，增强灵活性与适应性，提高解决问题的综合能力。每一个即将毕业的学生都应当变得聪明些，切勿跌入茫茫无际的题海之中，毫无意义地整天只知道做题目，不知道“悟”出一点规律来。其实，难题并非全都很难。“似曾相识燕归来”，这道题原来可以从那道题中找到它的“影子”，甚至同属一种类型，只是形式上不同而已。这当然需要有一定“量”的积累，但最终目的是达到“质”的变化。远方归来的“燕”，则是你学习的灵性，伴随你在考场上—展丰采。

不必回避猜题。有“考”就有“猜”。可以这样说，“考试”与“猜题”是一对孪生姐妹。但是，“猜”，不是胡思乱猜，妄想少费劲，贪便宜，走捷径，这决不可能走上一条成功之路。“猜”，要猜得有水平，有底蕴，只有对本学科学习内容与考试要求深切理解与把握，并转化为一种经验和灵性时，才可能“猜”它个八九不离十。“八九不离十”，主要指命题方向，或者说命题走向；而不是一个个具体题目。具体题目即使猜对了，也未必得高分，因为这里还有你长期以来形成的学习习惯、学习能力以及学习心态等因素，在你进入考场后悄悄地起作用，影响着你的成绩。

考试也是一种竞争，这种竞争是学习上的竞争。最后，我预祝参加复习迎考的学生在这竞争中获得成功。

（陈钟梁：上海市教委名师工程导师、华东师大和上海师大兼职教授、全国中语会副理事长、香港国际教育交流中心研究员。）

目 录

前 言	陈钟梁	1
高考可能考的数学试题(一)(理科)		1
高考可能考的数学试题(二)(理科)		4
高考可能考的数学试题(三)(理科)		7
高考可能考的数学试题(四)(理科)		10
高考可能考的数学试题(五)(理科)		14
高考可能考的数学试题(六)(理科)		17
高考可能考的数学试题(七)(理科)		20
高考可能考的数学试题(八)(理科)		24
高考可能考的数学试题(九)(理科)		27
高考可能考的数学试题(十)(理科)		30
高考可能考的数学试题(十一)(理科)		33
高考可能考的数学试题(十二)(理科)		37
高考可能考的数学试题(十三)(理科)		41
高考可能考的数学试题(十四)(理科)		45
高考可能考的数学试题(十五)(文科)		49
高考可能考的数学试题(十六)(文科)		52
高考可能考的数学试题(十七)(文科)		55
高考可能考的数学试题(十八)(文科)		58
高考可能考的数学试题(十九)(文科)		61
高考可能考的数学试题(二十)(文科)		64
高考可能考的数学试题(二十一)(文科)		67
高考可能考的数学试题(二十二)(文科)		70
参考答案		73
附录 高考数学命题特点与复习策略		105

高考可能考的数学试题(一)(理科)

(满分 150 分,考试时间 120 分钟)

题号	一	二	三						总分
			17	18	19	20	21	22	
得分									

考生注意:除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须写出证明或计算的主要步骤.

一、填空题(每小题 4 分,满分 48 分)

1. 函数 $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$ ($x < 0$) 的反函数是 $f^{-1}(x) =$ _____.

2. 已知:函数 $f(x) = \frac{1}{2^x - 1} + a$ ($x \neq 0$) 是奇函数,则实数 $a =$ _____.

3. 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 - c^2)$, 则 $\angle C =$ _____. (用反三角函数表示)

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_1 + a_4 + a_7 = 39$, $a_2 + a_5 + a_8 = 33$, 则 $a_3 + a_6 + a_9 =$ _____.

5. 已知: $x + 2y = 1$, 则 $x^2 + 4y^2$ 的最小值为_____.

6. 若 $(x^2 - \frac{1}{x})^n$ 展开式中 x 的一次项是第 6 项, 则含 x^4 的项是第_____项.

7. 在 001, 002, ..., 999, 1 000 这 1 000 个连号的自然数中抽奖, 若抽到的号码中恰好有两个相同的偶数则中奖, 那么抽一个号能中奖的概率是_____.

8. 直线 l 不通过原点及第四象限, 且将圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 平分, 则直线 l 的斜率取值范围是_____.

9. 若圆锥曲线 $\frac{x^2}{k-2} + \frac{y^2}{k+5} = 1$ 的焦距与 k 无关, 则它的焦点坐标为_____.

10. 将一个棱长为 1 的正方体木块锯成一个最大的正四面体木块, 则此正四面体体积 = _____.

11. 写出一个定义域与值域相同的偶函数 $f(x)$, $f(x) =$ _____.

12. 命题“若 n 为正奇数, 且其各位数字和为 4, 又它们均不为 0, 则 n 为素数”. 举出一个反例如下, 说明它是假命题_____.

二、选择题(每小题 4 分,满分 16 分)

13. I 是全集, 集合 M, N 满足 $M \subset N$, 则下列结论中, 错误的是 ()

- (A) $M \cup N = N$ (B) $\bar{M} \cup N = I$
(C) $\bar{M} \cap \bar{N} = \bar{M}$ (D) $M \cap \bar{N} = \emptyset$

14. 已知: 直线 $l \perp$ 平面 α , 直线 $m \subset$ 平面 β , 下面四个命题:

(1) $\alpha // \beta \Rightarrow l \perp m$; (2) $\alpha \perp \beta \Rightarrow l // m$; (3) $l // m \Rightarrow \alpha \perp \beta$; (4) $l \perp m \Rightarrow \alpha // \beta$, 其中正确的命题个数是 ()

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

15. 曲线 $\frac{x^2}{16-k} - \frac{y^2}{k} = 1$ 与曲线 $9x^2 + 25y^2 = 225$ 的焦距相等的充要条件是 ()

- (A) $k < 16$, 且 $k \neq 0$ (B) $k > 0$ 且 $k \neq 16$
(C) $0 < k < 16$ (D) $k < 0$ 或 $k > 16$

16. P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点, 点 $A(1, 3)$, d 是 P 到准线距离, 当 $d + |PA|$ 取最小值时, 点 P 坐标是 ()

- (A) $(1, -2)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(\frac{9}{4}, 3)$ (D) $(2, 2\sqrt{2})$

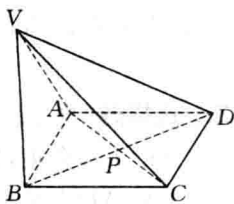
三、解答题(本大题满分 86 分)

17. (12 分) 已知: $\frac{\pi}{2} < \beta < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{12}{13}$, $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$. 求: $\sin 2\alpha$ 的值.

18. (12 分) 某座水库, 设计的最大库容量是 26.2 万方, 库区的森林覆盖率为 60%, 除林地外其余为裸露地, 林地和裸露地分别有 10% 和 85% 的雨水变成地表水流入水库, 预测连续降雨, 且单位面积降雨量相同, 库区在 x 天降雨的总水量 y (单位: 万方) 与天数 x 之间的函数关系式为 $y = \sqrt{x(x+18.75)}$ ($x \in \mathbf{Z}^+$, $1 \leq x < 30$). 水库原有水量 20 万方, 在降雨的第二天就开闸泄洪, 每天泄洪量为 0.2 万方, 问: 连续降雨几天后, 该水库会发生险情. (水库内水量超过设计的最大库容量就会出现险情)

19. (14 分) 如图, 已知: 四棱锥 $V-ABCD$ 底面 $ABCD$ 是正方形, 侧面 VAB 是等边三角形. 且平面 $VAB \perp$ 底面 $ABCD$, AC 与 BD 相交于 P .

- (1) 求异面直线 AC 与 VD 交角的大小;
(2) 求直线 VP 与平面 VAB 所成角的大小;
(3) 求二面角 $B-VA-C$ 的平面角的大小.



20. (14分) 已知: 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_n = 1 - \frac{1}{4a_{n-1}}$ ($n \geq 2$), 设 $b_n = \frac{2}{2a_n - 1}$.

(1) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 若数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n S_n}{n^2}$.

21. (16分) 已知: 椭圆 $4x^2 + y^2 - 8tx - 4ty + 8t^2 - 4 = 0$ (t 为参数)

(1) 求椭圆中心的轨迹方程;

(2) 能否找到这样的一条直线 l , 使这样的直线被这些椭圆截得的线段长均为 $\sqrt{5}$.

22. (18分) (1) 如 $-1-i = a_2(-1+i)^2 + a_1(-1+i) + a_0$, 其中 $a_0, a_1, a_2 \in \{0, 1\}$, 求 a_0, a_1, a_2 .

(2) 给定正整数 n , 可以证明每一个形如 $r+si$ ($r, s \in \mathbb{Z}$) 的复数都可以表示成关于 $-n+i$ 的多项式, 即 $r+si = a_m(-n+i)^m + a_{m-1}(-n+i)^{m-1} + \cdots + a_1(-n+i) + a_0$, m 是唯一确定的非负整数, $a_0, a_1, \dots, a_m$ 是集合 $\{0, 1, 2, \dots, n^2\}$ 中选定的唯一的一组数, 且 $a_m \neq 0$. 称上述等式为 $r+si$ 以 $-n+i$ 为基的展开式, 记为 $r+si = (a_m a_{m-1} \cdots a_1 a_0)_{-n+i}$. 试证明: 仅有有限个整数 $k+i$ 可展开成 $k = (a_3 a_2 a_1 a_0)_{-3+i}$ ($a_3 \neq 0$) 并求出所有这些 k 的和.

高考可能考的数学试题(二)(理科)

(满分 150 分,考试时间 120 分钟)

题号	一	二	三						总分
			17	18	19	20	21	22	
得分									

考生注意:除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须写出证明或计算的主要步骤.

一、填空题(每小题 4 分,满分 48 分)

1. 复数 $z-i$ 是纯虚数,且 $|z|=1$, 则 $z=$ _____.

2. 计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n =$ _____.

3. 函数 $f(x) = \log_3(x+5)$ ($x > -5$) 的反函数是 _____.

4. 若抛物线 $x^2 = -2py$ ($p > 0$) 上一点 $P(a, -2)$ 到焦点 F 的距离为 4, 则 $a =$ _____.

5. 已知: $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 45° , 若 $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 垂直, 则实数 $\lambda =$ _____.

6. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 和 ADD_1A_1 的中心, 则异面直线 EF 和 CD 所成角等于 _____.

7. 已知: x, y 均为正数, 且 $2x+3y=1$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值 = _____.

8. 数列 $\{a_n\}$ 对任意自然数 n 都满足 $a_{n+2}^2 = a_n a_{n+4}$, 若 $a_3 = 2$, $a_7 = 4$, 则 $a_{15} =$ _____.

9. 把椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$ 的长轴 AB 一百等分, 过每个分点作 AB 的垂线, 交椭圆的上半部分于 $P_1, P_2, \dots, P_{99}$, 如 F_1 为左焦点, 则 $|F_1P_1| + |F_1P_2| + \dots + |F_1P_{99}| =$ _____.

10. 把 2.4 随机分解成两个非负数的和, 如 $2.4 = 2.1 + 0.3$ 或 $2.4 = \sqrt{2} + (2.4 - \sqrt{2})$. 再把每一加数找出与它最接近的整数, 前一式是 2 和 0, 后一式是 1 和 1, 那么最后所得的两个整数和为 3 的概率是 _____.

11. 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 记 $b_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ ($n \in \mathbf{N}^+$), 则数列 $\{b_n\}$ 也是等差数列. 类比上述性质, 若数列 $\{c_n\}$ 是等比数列, 且 $c_n > 0$, 记 $d_n =$ _____ ($n \in \mathbf{N}^+$), 则 $\{d_n\}$ 也是等比数列.

12. 对任意实数 a 和正整数 k , 定义 $\left[\begin{smallmatrix} a \\ k \end{smallmatrix} \right] = \frac{a(a-1)(a-2)\dots[a-(k-1)]}{k(k-1)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1}$, 则

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 100 \end{bmatrix} \div \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 100 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、选择题(每小题 4 分,满分 16 分)

13. 将函数 $y = \frac{1}{x+a}$ 的图象 C 向右平移 2 个单位后,得到 $y = f(x)$ 的图象 C_1 ,若曲线 C_1 关于原点对称,那么实数 a 的值为 ()

- (A) 2 (B) -2 (C) 0 (D) -1

14. $\triangle ABC$ 的顶点 A 的坐标为 $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ($0 \leq \alpha < \pi$),边 BC 在直线 $x \sin \alpha + y \cos \alpha + 1 = 0$ 上,若 $|BC| = a$,则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是 ()

- (A) $4a$ (B) $2a$ (C) a (D) $\frac{1}{2}a$

15. 不共面的三条平行直线 a, b, c ,过直线 a 作平面 M ,使直线 b, c 到平面 M 的距离相等,则满足条件的平面 M 个数是 ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 无穷多个

16. 设 $I = \{1, 2, 3, 4\}$, A 与 B 是 I 的子集.若 $A \cap B = \{1, 2\}$,则称 (A, B) 为一个理想配集,如认为 (A, B) 与 (B, A) 是两个不同的“理想配集”,那么符合此条件的“理想配集”的个数是 ()

- (A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 16

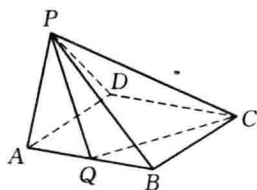
三、解答题(本大题满分 86 分)

17. (12 分)在 $\triangle ABC$ 中, $\lg A = \frac{1}{2}$, $\lg B = \frac{1}{3}$,最长边的长为 10,求 b 边的长.

18. (12 分)椭圆 $2x^2 + y^2 = a^2$ 与连结点 $A(1, 2)$, $B(2, 3)$ 的线段没有公共点,求正数 a 的取值范围.

19. (14 分)如图,四棱锥 $P-ABCD$ 中,侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$,且 $\triangle PAD$ 是正三角形,边长为 a , $ABCD$ 是矩形, Q 是 AB 的中点, PC 与面 $ABCD$ 成 30° 角.

(1) 求证: $PA \perp CD$;



- (2) 求二面角 $P-QC-D$ 的大小;
(3) 求点 D 到平面 PQC 的距离.

20. (14 分) 设二次函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ ($b, c \in \mathbf{R}$), 当 α, β 取任何实数时, 恒有 $f(\sin \alpha) \geq 0$ 及 $f(2 + \cos \beta) \leq 0$ 成立.

- (1) 求证: $b + c = -1$;
(2) 求证: $c \geq 3$;
(3) 若函数 $f(\sin \alpha)$ 的最大值为 8, 求 b, c 的值.

21. (16 分) 已知: 各项为正数的数列 $\{a_n\}$, 满足 $a_n^2 \leq a_n - a_{n+1}$.

- (1) 求 a_1 的取值范围;
(2) 求证: $a_n < \frac{1}{n}$.

22. (18 分) 正四面体 $A_1A_2A_3A_4$ 上, 进入某顶点的动点 Q 不停留在同一顶点上, 每隔 1 秒钟向其他三个顶点以相同的概率移动, n 秒钟后 Q 在顶点 A_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 的概率用 $P_i(n)$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) 表示, 若 $P_1(0) = \frac{1}{4}$, $P_2(0) = \frac{1}{2}$, $P_3(0) = \frac{1}{8}$, $P_4(0) = \frac{1}{8}$.

- (1) 求: $P_1(1), P_2(1)$ 的值;
(2) 求: $P_1(n), P_2(n)$ 的表达式.

高考可能考的数学试题(三)(理科)

(满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

题号	一	二	三						总分
			17	18	19	20	21	22	
得分									

考生注意:除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须写出证明或计算的主要步骤.

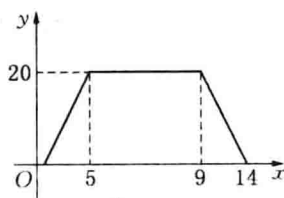
一、填空题(每小题 4 分,满分 48 分)

1. 已知数集 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 且 $1 \in A$, 则实数 a 的值为_____.
2. 不等式 $(x-4)\sqrt{x^2-3x-4} \geq 0$ 的解集为_____.
3. 函数 $y = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}x\right)$ 的单调增区间为_____.
4. 若直线 $mx+4y-2=0$ 与 $2x-5y+n=0$ 互相垂直,垂足为 $(1, p)$, 则 $m-n+p$ =_____.
5. 若 $|z_1| = \sqrt{5}$, $z_2 = 1+2i$, 且 $z_1 \cdot \bar{z}_2$ 为实数, 则 $z_1 =$ _____.
6. 已知 $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, 如果 $a^{\log_b(x-3)} < 1$, 那么 x 的取值范围是_____.
7. 抛物线 $x^2 - 8x + c = 4y$ 的焦点在 x 轴上, 则 $c =$ _____.
8. 新修建的一条道路上有 12 只路灯, 为了节省用电而不影响正常的照明, 可以熄灭其中三只灯, 但两端的灯不能熄灭, 也不能熄灭相邻的两只灯, 那么熄灭的方法共有_____种(结果用数值表示).
9. 设 $\vec{a} = (m+1)\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + (m-1)\vec{j}$, $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$, 则 $m =$ _____.
10. 设 l_n 为 $(1+x)^n$ 展开式中 x^2 的系数, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} + \cdots + \frac{1}{l_n} \right) =$ _____.
11. 设函数 $f(x) = x^2 + x + \frac{1}{2}$ 的定义域是 $[n, n+1]$ ($n \in \mathbf{N}$), 那么 $f(x)$ 的值域中共有_____个整数.

12. 已知 $ABCD$ 是四边形, 动点 P 沿折线 $BCDA$ 由 B 点向 A 点运动, 设 P 点移动的路程为 x , $\triangle ABP$ 的面积为 S , 函数 $S = f(x)$ 的图象如图所示, 给出以下四个结论:

- (1) $ABCD$ 是等腰梯形且 $AB \parallel CD$;
- (2) $ABCD$ 是平行四边形;
- (3) Q 是 AD 的中点, $\triangle ABQ$ 的面积为 10;
- (4) 当 $10 \leq x \leq 14$ 时, 函数 $S = f(x)$ 的解析式是 $f(x) =$

$56 - 4x$.



其中正确命题的序号是_____ (把你认为正确命题的序号都填上).

二、选择题(每小题 4 分, 满分 16 分)

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin B, \cos \frac{A}{2}, \sin C$ 成等比数列, 则此三角形一定为 ()

- (A) 直角三角形 (B) 等腰三角形
(C) 等腰直角三角形 (D) 等腰或直角三角形

14. 极坐标中, 方程 $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\rho > 0$) 表示的曲线是 ()

- (A) 余弦曲线 (B) 二条相交直线
(C) 二条射线 (D) 一条射线

15. 设函数 $f(x) = 4x^2 - mx + 5$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上是增函数, 则 $f(1)$ 的取值范围是 ()

- (A) $f(1) \geq 25$ (B) $f(1) > 25$ (C) $f(1) \leq 25$ (D) $f(1) < 25$

16. 已知定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足: $f(x+1) = -f(x)$, 且在区间 $[-1, 0]$ 上是增函数, 下面是关于函数 $f(x)$ 的判断:

- ① $f(x)$ 是周期函数; ② $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是增函数;
③ $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称; ④ $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是增函数;

其中正确的判断是 ()

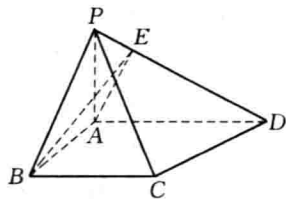
- (A) ①④ (B) ①③ (C) ②③ (D) ①③④

三、解答题(本大题满分 86 分)

17. (12 分) 已知 $a > 0$, 函数 $y = -a \cos 2x - \sqrt{3}a \sin 2x + 2a + b$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 若函数的值域为 $[-5, 1]$, 求常数 a, b 的值.

18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是一个直角梯形, $\angle BAD = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, 且 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, PD 与底面成 30° 角. 若 $AE \perp PD$, E 为垂足.

- (1) 求证: $BE \perp PD$;
(2) 求异面直线 AE 与 CD 所成角的大小 (用反三角函数表示).



19. (14 分)如果实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$, (1)求 $\frac{y}{x}$ 的最大值; (2) $y - x$ 的最小值.

20. (14 分)已知集合 $A = \{z \mid |z - 2| \leq 2, z \in \mathbf{C}\}$, 集合 $B = \left\{ \omega \mid \omega = \frac{1}{2}zi + b, b \in \mathbf{R}, z \in A \right\}$, 当 $A \cap B = B$ 时, 求 b 的值.

21. (16 分)容器 A 中有 12% 的食盐水 300 g, 容器 B 中有 6% 的食盐水 300 g, 约定完成下列工作程序叫做进行一次操作, “从 A, B 两个容器中同时各取出 100 g 的溶液, 然后将 A 中溶液注入 B 中, 将 B 中取出的注入 A 中”, 经过 n 次操作后, 设 A, B 中的食盐水浓度分别为 $a_n\%$, $b_n\%$.

(1) 试证: $a_n + b_n$ 为一定值;

(2) 求 b_n 的表达式并计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.

22. (18 分)已知函数 $f(x) = \log_2(x+1)$, 当点 (x, y) 在 $y = f(x)$ 的曲线上变动时点 $P\left(\frac{x-t+1}{2}, 2y\right)$ 在 $y = g(x)$ 图象上运动, (1)求 $y = g(x)$ 的解析式; (2)若 $x \in [0, 1]$ 时, 恒有 $g(x) \geq f(x)$ 成立, 求实数 t 的取值范围; (3)当 $t = 4$ 时, 求 $x \in [0, 1]$ 时, $g(x) - f(x)$ 的最小值.

高考可能考的数学试题(四)(理科)

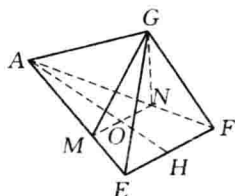
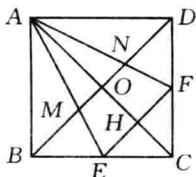
(满分 150 分,考试时间 120 分钟)

题号	一	二	三						总分
			17	18	19	20	21	22	
得分									

考生注意:除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须写出证明或计算的主要步骤.

一、填空题(每小题 4 分,满分 48 分)

1. i 是虚数单位,若 $\bar{Z}(1+i) = 3-5i$, 则 $Z =$ _____.
2. 函数 $y = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 在 $[0, \pi]$ 上递增区间是 _____.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)^n =$ _____.
4. 在 $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^5$ 展开式中含 x^4 项的系数是 _____.
5. 一个盒子中有 $3n$ 只球,共有 n 种颜色,每种颜色 3 只球,从中任取 3 只恰是同一颜色的概率是 $\frac{1}{190}$, 则 $n =$ _____.
6. 已知函数 $y = \frac{ax+1}{x+2}$ 的反函数的图象经过点 $(2, 3)$, 则 $a =$ _____.
7. 若函数 $f(x) = \log_a\left(x + \frac{a}{x} - 4\right)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的值域是 $\mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是 _____.
8. 一列火车由 A 城驶往 B 城,沿线设有 15 个车站(包括起点 A 和终点 B). 火车上有一节邮政车厢,每停靠一站都要卸下各站发往该站邮袋各一个,同时又要装上该站发往后面各站的邮袋各一个,则邮政车厢邮袋个数最大值是 _____.
9. 正四棱锥侧面与底面所成的二面角的大小为 $\frac{\pi}{4}$, 则侧棱与底面所成角的大小是 _____.(结果用反三角函数表示)
10. 圆 $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 16$ 上动点 P 到直线: $3x-4y+6=0$ 最大距离是 _____.
11. 在极坐标系中,曲线 $\rho^2 \cos 2\theta = -2$ 的焦点的极坐标是 _____.
12. 如图(1)正方形 ABCD 中, E、F 分别为 BC、CD 的中点, AC 与 EF 交于 H, BD 与 AE、AC、AF 的交点分别为 M、O、N, 沿 AE、AF 与



EF把正方形折成一个三棱锥.如图(2)这时,B、C、D三点合为一点,记该点为G,在三棱锥G-AEF中,有下列四个命题:① $AG \perp$ 平面EFG,② $AH \perp$ 平面GMN,③ $GE \perp$ 平面AFG,④ $GO \perp$ 平面AEF.其中,正确的命题序号是_____.(填上所有正确序号)

二、选择题(每小题4分,满分16分)

13. 已知集合 $A = \{y \mid y = 2^x + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $B = \{y \mid y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B$ 是 ()

- (A) A (B) B (C) $\emptyset$ (D) 有限集

14. 已知平面 α 及 α 外的两条平行线 a, b , 其中下列命题中正确的是 ()

- (A) 若 b' 是 b 在平面 α 上射影, 则 $a \parallel b'$
 (B) 若 $a \perp \alpha, b \subset$ 平面 β , 则 $\alpha \perp \beta$
 (C) 若 a, c 是异面直线且 $c \subset \alpha$, 则 b 一定不平行于 α
 (D) 若 a, b 在 α 上射影分别是 a', b' 则 $a' \parallel b'$

15. “ $a = -4$ ”是“直线 $l_1: ax - 2y + 1 = 0$ 与直线 $l_2: 8x - ay + a - 2 = 0$ 平行”的 ()

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
 (C) 充要条件 (D) 非充分非必要条件

16. 用计算器验算 $y = \frac{x^2}{2^x} (x > 0)$ 的若干个值, 可以猜想下列命题中正确的是 ()

- (A) $y = \frac{x^2}{2^x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调减函数
 (B) $y = \frac{x^2}{2^x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上值域是 $(0, \frac{9}{8}]$
 (C) $y = \frac{x^2}{2^x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上有最小值
 (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n} = 0, (n \in \mathbf{N})$

三、解答题(本大题满分86分)

17. (12分) 已知 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 对边, $S_{\triangle}$ 是 $\triangle ABC$ 面积, $a = 3\sqrt{5}, b = 10, \cos A = \frac{4}{5}$, 求 $S_{\triangle}$.

18. (12分) 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, E 为 BC 中点, 若 $AB = 1$, $AD = 2\sqrt{2}$, PE 与 BD 所成角大小为 $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.

19. (14分, 其中第一小题6分, 第二题8分)

数列 $\{a_n\}$ 前 n 项积为 T_n , 当 $n \in \mathbf{N}$ 时, 有 $a_n > 0$ 且 $T_n = (k^n \cdot a_n)^{n+1}$ (其中 $k > 0$)

(1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列;

(2) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = 3$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. (14分, 其中第一小题7分, 第二题7分)

现有一船以 20 千米/小时, 从甲港口沿直线开往正东方向 500 千米的乙港口. 此时在甲港口东南方向 $300\sqrt{2}$ 千米处有一台风中心, 以 10 千米/小时速度向正北方向移动, 距台风中心 $100\sqrt{5}$ 千米内都受台风影响.

(1) 船开出几小时后, 将受台风影响?

(2) 为保证船在台风影响乙港口前顺利到达乙港口 (即途中不受台风影响) 则船至少以多大速度航行? (结果保留整数)

21. (16分, 第一题4分, 第二题6分, 第三题6分)

已知椭圆 C_1 与双曲线 $x^2 - y^2 = 2$ 有公共焦点 F_1, F_2 . 直线 $l: x + y - 2 = 0$ 与椭圆 C_1 交于 A, B 两点, $\triangle AF_1F_2$ 周长为 10.

(1) 求椭圆方程;

(2) 求弦 $|AB|$ 大小;

(3) 过点 $D(-1, 1)$ 的直线交椭圆 C_1 于 PQ , 求弦 PQ 中点 M 的轨迹方程.