数学史赏析

谢惠民 编

appreciation of
the history of mathematics

高等教育出版社

我国古代数学，
总的说来就是这样一种数学，
构造性与机械化，
是其两大特点。

——吴文俊（1919— ）

使计算听命于自己的意志，
把数学运算归类，
学会按照难易程度，
而不是按照它们的外部特征加以分类，
这就是我所理解的未来数学家的任务，
这就是我所要走的道路。

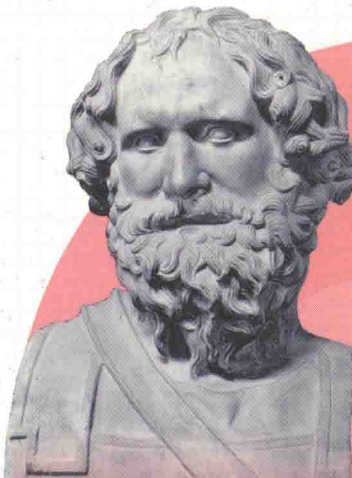
——伽罗瓦（1811—1832）

对自由发展的学科，
从明显的思维，
的概念必须摆脱自相矛盾，
须通过定义而确定地、有秩序地
经建立和存在的概念相联系。

——G. 康托尔（1845—1918）

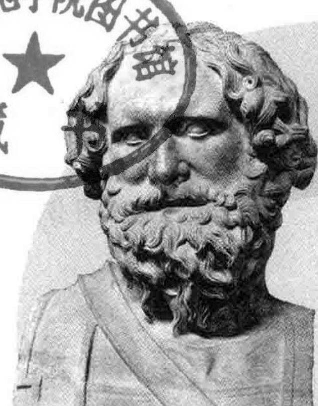
在所有的数学符号中，
最神秘、浪漫，
受人误解最深，
并也最吸引人的符号，
也许就是π了。

——[illegible]（1898—1992）



数学史赏析

谢惠民 编



appreciation of
the history of mathematics

高等教育出版社·北京

内容简介

数学是人类所创造的文化中的一个重要部分，了解数学的发展史对于了解整个人类文明的发展史是有意义的。本书从三个角度介绍数学的发展史：前两章分别观察中国和古希腊这两大古代文明中的数学，接下来的三章按照学科分类，分别介绍在微积分、代数和数学基础这三个方向上的发展，最后两章列举两个案例，即圆周率从古到今的发展史和数学进入生物学的一个范例。

本书可作为数学文化的读物，其中的部分内容也可以作为高等学校数学史课程的教材或参考书。

图书在版编目（CIP）数据

数学史赏析：SHUXUESHI SHANGXI／谢惠民编.
--北京：高等教育出版社，2014.8
ISBN 978-7-04-040152-3

Ⅰ.①数… Ⅱ.①谢… Ⅲ.①数学史-高等学校-教材 Ⅳ.①O11

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 124988 号

策划编辑 李 茜　责任编辑 李 茜　封面设计 赵 阳　版式设计 余 杨
插图绘制 宗小梅　责任校对 胡美萍　责任印制 赵义民

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	大厂益利印刷有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×960mm　1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	18.75	版　　次	2014 年 8 月第 1 版
字　　数	340 千字	印　　次	2014 年 8 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	29.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号　40152-00

前　言

Histories make man wise.
(读史使人明智.)
——培根 (F. Bacon, 1561–1626)

数学的历史乃是文明的镜子.
——霍格本 (L. Hogben, 1895–1975)

再没有什么故事
能比科学思想发展的故事更有魅力了.
——丹皮尔 (W. C. Dampier, 1867–1952)

本书共有七章, 每一章均附有参考文献, 最后附有人名索引。

前两章介绍东西方最有代表性的两大古代文明中的数学及其不同特色。第一章为中国的古代数学, 其中涉及的时间直到清朝末年。第二章为古代希腊的数学。

以下三章为专题论述。第三章介绍分析 (即微积分)。首先从科学革命的角度介绍牛顿 (Newton) 如何发现万有引力定律, 从中可以看到微积分—— 当时最先进的数学所起的历史性作用。这里与全书其他内容不同之处在于采取了站在数学外面来看数学的视角。随后该章还介绍了欧拉 (Euler) 的工作以及微积分的严格化历史。第四章以伽罗瓦 (Galois) 为中心介绍代数学的革命。第五章以哥德尔 (Gödel) 定理及其证明为中心, 论述包括几何在内的公理化系统的发展。哥德尔定理本身也是 20 世纪最重要的数学成就之一, 其影响的范围甚至不限于自然科学。

第六章只讲一个案例, 即关于圆周率 π 从古到今的历史。第七章是数学应用的一个案例, 即对于由孟德尔 (Mendel) 开创的经典遗传学从数学角度进行分析, 观察数学是如何进入与它“距离最远”的生物学中去的。

本书的前身是为数学系本科高年级学生开设的数学史课程的讲义。通过数学史的学习,学生可以对数学有一个比较整体的了解,认识到数学本身是一种动态的文化,在历史上它并非如教科书中所展示的那样,似乎从来就是颠扑不破的“绝对真理”,事实上数学的发展过程是迂回曲折错综复杂的。数学家在发展数学的过程中不可避免会有许多错误和挫折。数学直到今天仍然是充满生命力和不断发展的“活体”。数学史课程在帮助学生了解数学是什么、数学发展的动力来自何处、数学在科学以及文明中处于何种地位等方面都是其他数学课程所无法取代的,对于学生今后的学习和工作可能会提供多方面的启示。数学史家克莱因(M. Kline) 说过:“中学和大学里的每一位数学教师都应了解数学史。理由很多,但是最重要的大概是数学史乃是指导教育的指南。”

下面对于数学史的特点作一说明。

从大文化角度出发,数学是人类所创造的文化中的一个重要部分。了解数学史不仅对于全面认识数学是必要的,而且对于了解整个人类文明的发展史都有重要意义。

数学史本身是一门交叉学科,即数学与历史学的交叉所形成的学科。由于这是一门自然科学和一门人文科学的交叉,因此数学史作为一门课程必然具有许多不同于其他数学课程的特点。例如,与一般的人文科学类似,对于数学史中的许多问题,包括数学史研究的目的和意义,爱国主义教育与数学史研究的关系,中国古代数学在世界数学发展史上的地位等,都存在着许多不同的观点和争论,它们的形成和发展也是动态的,很难说什么时候就会得出最终的结论。这与一般的数学知识的确定性是完全不同的。

另一方面,数学史又属于更为一般的科学史,是其中有关数学的一个部分。因此也可能从科学史方面找到许多有用的工具和方法。其中特别值得注意的是:除了上述数学史本身的意义之外,对于学习数学史有什么用处这个问题不能采取实用主义的观点。

在考虑出版本书时,有不少朋友认为本书不仅可用作为数学史课程的教材,而且对于更为广泛的读者也可能有一定的价值。实际上本书的多数内容原来就是从“欣赏”的角度作出选择的,作者在过去几十年中曾经在各种不同场合对非数学专业背景的听众做过多次演讲。对微积分有些了解的读者都有可能理解书中的大部分内容。特别是最后一章,除了附录之外只需要初等数学知识就可以阅

读。由此书名定为“数学史赏析”。

本书的编写和出版得到了苏州大学数学科学学院的许多老师和同事的热情帮助, 其中特别是钱定边教授向高等教育出版社的推荐促成了本书的出版, 特此一并致谢。还特别要感谢河北师范大学教授、全国教育系统劳动模范丁仁老同学对书稿的详细阅读。他提出的许多修改意见对提高本书的质量起了重要作用。最后对于高等教育出版社为本书出版所付出的辛劳表示衷心的谢意。

由于本书并不是对于数学史的全面介绍, 因此我们向读者推荐下面列出的几种读物。前三种各自以不同的方式和不同的观点给出了数学史的比较全面的论述。其中 [3] 是我国目前最优秀的数学史教材之一, 也是本书前两章的主要蓝本。[4] 是关于二十世纪数学的非常精彩的普及型读物。

编者　谢惠民

2014 年 2 月

推荐读物

[1] Katz V J. A History of Mathematics——An Introduction. 3rd ed. New York: Pearson Education, Inc., 2009 (第二版中译本: 卡茨. 数学史通论. 北京: 高等教育出版社, 2004)

[2] Kline M. Mathematical Thought from Ancient to Modern Times. New York: Oxford University Press, 1972 (中译本: 克莱因. 古今数学思想. 上海: 上海科学技术出版社, 2014)

[3] 李文林. 数学史概论. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2002

[4] Odifreddi P. La matematica del Novecento. Roma: Einaudi, 2000 (中译本: 奥迪弗雷迪. 数学世纪——过去 100 年间 30 个重大问题. 上海: 上海科学技术出版社, 2012)

目　录

第一章　中国的古代数学

数学是我国人民所擅长的学科.

——华罗庚 (1910–1985)

聪明在于学习, 天才由于积累.

——华罗庚

愿中国的青年和未来的数学家
放大眼光展开壮志,
把中国建成数学大国.

——陈省身 (1911–2004)

我国古代数学,
总的说来就是这样一种数学,
构造性与机械化,
是其两大特点.

——吴文俊 (1919–　)

中国的古代数学是一种算法数学,
在我们进入计算机时代的今天,
这种算法数学就是计算机的数学,
中国最古老的数学是适合计算机的、
最现代化的数学.

——吴文俊

本章所指的中国的古代时间跨度从远古直到清朝灭亡. 内容共分四节. 前三节的主要内容是中国古代数学发展史上的三个高峰, 此外还有 1.4 节, 其内容包含中国古代数学在宋元之后的衰落, 西方数学在中国的早期传播, 对中国古代数学的总结以及中国数学史研究的形成和发展.

应当看到, 中国古代数学史中还有许多问题没有解决, 存在多种不同观点. 举例来说, 将西方历史学中的中世纪概念用于中国古代数学史就未必妥当①.

§1.1 第一个高峰 —— 两汉时期

本节首先回顾西汉之前时期的数学发展概况, 然后介绍以《九章算术》为主要代表的中国古代数学史上的第一个高峰 —— 两汉时期.

1.1.1 古代的背景

中国古代数学的最早的佐证材料来自于考古学. 其中包括出土的甲骨文上的数字 (公元前 1600 年左右), 陶器上的几何图案, 以及由各种材料制成的计算工具 —— 算筹 (公元前 500 年左右).

应当指出, 甲骨文中的数字表明至迟在我国商朝就采用十进制 (但不是位值制). 到春秋战国时代, 已经出现严格的十进位值制的筹算记数, 这在世界上是最早的. 位值制的记数方法比非位值制方法 (例如今天还能看到的罗马记数法) 优越得多, 这为中国古代数学长于数值计算打下了基础. (关于记数制度可以参考 [26] 中的第二个专题.)

几何学方面, 在《史记》的夏本纪中已经提到规矩和准绳.

但是在战国时期的诸子百家中, 只有墨家和名家的著作中含有可能是数学 (和力学) 概念的内容, 同时也包含了逻辑和推理的因素.

在《墨经》中对于点、线、面、体、平行、有穷、无穷等数学概念给出了抽象的定义, 共有 17 条之多. 例如:

点: 端, 体之无厚而最前者也.

圆: 圜, 一中同长也.

平行: 平, 同高也.

在《庄子》的天下篇中列举了名家学派的多条辩论题, 其中有一部分可能与

① 这种提法见诸多种文献. 我们知道, 欧洲中世纪的时间一般是指公元 476 年西罗马灭亡到英国 1640 年革命, 大致相当于中国南北朝 (刘宋灭亡为 479 年) 到明灭亡 (1644 年), 因此与本章的讨论是从远古到清朝灭亡的时间段很不一致. 在西方较新的数学史著作 [16, 17] 中对此已有改进.

数学有关. 最有代表性的是:

> 飞鸟之影未尝动也.
>
> 镞 (zú) 矢之疾, 而有不行不止之时.
>
> 一尺之捶, 日取其半, 万世不竭.

前两点可与古希腊的芝诺悖论 (见 2.2.2 小节之 (二)) 作比较, 最后一点反映了对于空间时间的无限分割可能性的思辨, 也可能与极限的原始观念有关. 它是否是对

$$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n} \tag{1.1}$$

的认识? 或者是对于

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2^n}=0$$

永远不能达到的潜无穷的认识? 由于没有进一步的解说, 不能作出确切的结论. 但自从汉武帝 (公元前 156 – 前 87) 采纳了董仲舒 (公元前 179 – 前 104) 的罢黜百家、独尊儒术的主张之后, 儒家以外的诸子百家的学说没有能够进一步发展则是中国学术史上的一大遗憾. 对于墨家学说的当前研究可以参考 [3, 15] 等著作.

还需要补充的是在 1984 年于湖北张家山出土的汉初古墓竹简《算数书》, 这是中国古代数学史方面的特别重大的发现. 开始时很多人认为它可能是《九章算术》的前身, 然而根据 2000 年年底的报导 [7], 中国数学史方面的许多专家目前认为《算数书》是中国古代数学最早的著作, 时间至少在公元前 186 年 (即吕后二年) 以前, 填补了过去未发现先秦时期数学著作的空白 [3]. 就其中的内容来说, 它与《九章算术》相同部分所占比例非常小, 因此《算数书》并非是《九章算术》的前身. 对中国古代数学有兴趣的读者要注意这个动态. 《算数书》的释文见 [12], 目前已被国外译为日文和英文, 产生了很大的影响 (例如在 [16] 的第三版中就有对该书的多次引用). 此外, 还应提到 1975 年在湖北云梦睡虎地出土的大量秦简, 其中有许多反映了先秦时代的数学内容. 这些研究目前正在进行中.

下面要详细介绍的《周髀算经》和《九章算术》一般认为成书于汉代, 但其中都含有早得多的周、秦时代的数学内容. 刘徽在《九章算术注》中明确指出, 《九章算术》来自九数. 九数见于《周礼》, 其中提出了对西周贵族子弟的教育内容——六艺, 即礼、乐、射、御、书、数, 九数就是数中的九部分内容. 具体来说,

目前的许多考证和研究表明,《九章算术》中的许多内容, 包括章名、问题和方法都起源于先秦.

1.1.2 《周髀算经》

根据现代比较可信的结论,《周髀算经》约成书于公元前 1 世纪 [13, 26 页], 但其内容则反映了更早时期的成果.

确切地说,《周髀算经》不是一部数学著作, 而是含有数学内容的天文学著作 (可参考从天文学角度讨论该书的 [13] 中的三篇论文). 其中的数学内容主要是分数计算、勾股定理和测量日高的方法. 对于勾股定理, 在该书中举出勾三股四弦五的特例, 同时还有文字叙述了勾股定理的普遍结论 (关于这个问题可以参考 [14] 中的讨论).

对勾股定理的第一个证明来自于赵爽 (约公元 3 世纪前期) 对《周髀算经》的注. 由于原图已失传, 因此下面的图只是后人对其文字的一种解释. 这是中国古代数学中对勾股定理的首次证明, 也是利用出入相补原理 (见图 1.3 及其说明) 的一个很好的例子.

如图 1.1 所示, 从左到右, 我们看到如何将边长为 a 和 b 的两个正方形的面积拼成面积为 c 的正方形, 而 c 就是直角边边长为 a 和 b 的直角三角形的斜边边长.

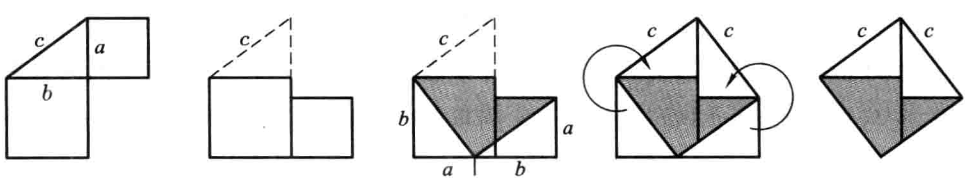
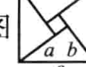


图 1.1　勾股定理的一个证明

注　勾股定理的证明方法很多, 曾见到一个报道说已经收集了 367 种. 这里我们再举出将几何与代数相结合的两个证明:

(1) 古印度数学家婆什伽罗 (Bhaskara II, 1114/1115 – 约 1185) 作出图 ,

然后说: “看! $c^2=(a-b)^2+2ab$.”