

高等教育出版社

谢惠民 编

数学史赏析

我国古代数学
总的说来就是这样一种数学：
初活性与机械化，
兼具两大特点。

——吴文俊（1919—）

使计算听命于自己的意志，
把数学运算归类，
学会按难易程度，
而不是按照它们的外部特征加以分类，
这就是我所理解的未来数学家的任务，
这就是我所要走的道路。

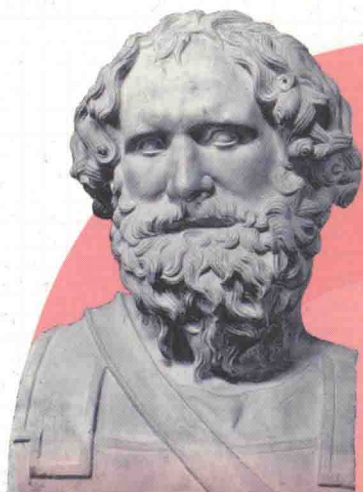
——伽罗瓦（1811—1832）

这是对自由发展的学科，
对明显的悬想，
新的概念必须摆脱自相矛盾，
而通过定义而确定地、有秩序地
与已经建立和存在的概念相联系。

——G. 康托尔（1845—1918）

在所有 ∞ 数字符号中，
最神秘、浪漫，
受人误解最深，
却也最吸引人的符号，
也许就是 π 了。

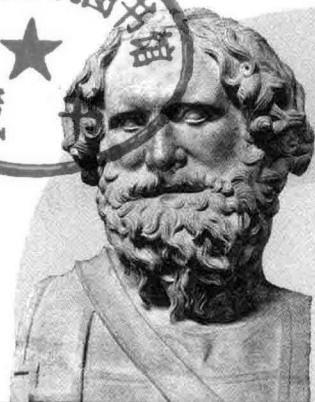
——切弗（1896—1992）



appreciation of
the history of mathematics

数学史赏析

谢惠民 编



appreciation of
the history of mathematics

高等教育出版社·北京

内容简介

数学是人类所创造的文化中的一个重要部分,了解数学的发展史对于了解整个人类文明的发展史是有意义的。本书从三个角度介绍数学的发展史:前两章分别观察中国和古希腊这两大古代文明中的数学,接下来的三章按照学科分类,分别介绍在微积分、代数和数学基础这三个方向上的发展,最后两章列举两个案例,即圆周率从古到今的发展史和数学进入生物学的一个范例。

本书可作为数学文化的读物,其中的部分内容也可以作为高等学校数学史课程的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数学史赏析: SHUXUESHI SHANGXI/谢惠民编.

--北京:高等教育出版社,2014.8

ISBN 978-7-04-040152-3

I. ①数… II. ①谢… III. ①数学史-高等学校-教材 IV. ①O11

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第124988号

策划编辑 李茜
插图绘制 宗小梅

责任编辑 李茜
责任校对 胡美萍

封面设计 赵阳
责任印制 赵义民

版式设计 余杨

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 大厂益利印刷有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 18.75
字 数 340千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2014年8月第1版
印 次 2014年8月第1次印刷
定 价 29.80元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 40152-00

前 言

~~~~~  
Histories make man wise.

(读史使人明智.)

——培根 (F. Bacon, 1561-1626)

数学的历史乃是文明的镜子.

——霍格本 (L. Hogben, 1895-1975)

再没有什么故事

能比科学思想发展的故事更有魅力了.

——丹皮尔 (W. C. Dampier, 1867-1952)  
~~~~~

本书共有七章, 每一章均附有参考文献, 最后附有人名索引。

前两章介绍东西方最有代表性的两大古代文明中的数学及其不同特色。第一章为中国的古代数学, 其中涉及的时间直到清朝末年。第二章为古代希腊的数学。

以下三章为专题论述。第三章介绍分析 (即微积分)。首先从科学革命的角度介绍牛顿 (Newton) 如何发现万有引力定律, 从中可以看到微积分——当时最先进的数学所起的历史性作用。这里与全书其他内容不同之处在于采取了站在数学外面来看数学的视角。随后该章还介绍了欧拉 (Euler) 的工作以及微积分的严格化历史。第四章以伽罗瓦 (Galois) 为中心介绍代数学的革命。第五章以哥德尔 (Gödel) 定理及其证明为中心, 论述包括几何在内的公理化系统的发展。哥德尔定理本身也是 20 世纪最重要的数学成就之一, 其影响的范围甚至不限于自然科学。

第六章只讲一个案例, 即关于圆周率 π 从古到今的历史。第七章是数学应用的一个案例, 即对于由孟德尔 (Mendel) 开创的经典遗传学从数学角度进行分析, 观察数学是如何进入与它“距离最远”的生物学中去的。

本书的前身是为数学系本科高年级学生开设的数学史课程的讲义。通过数学史的学习, 学生可以对数学有一个比较整体的了解, 认识到数学本身是一种动态的文化, 在历史上它并非如教科书中所展示的那样, 似乎从来就是颠扑不破的“绝对真理”, 事实上数学的发展过程是迂回曲折错综复杂的。数学家在发展数学的过程中不可避免会有许多错误和挫折。数学直到今天仍然是充满生命力和不断发展的“活体”。数学史课程在帮助学生了解数学是什么、数学发展的动力来自何处、数学在科学以及文明中处于何种地位等方面都是其他数学课程所无法取代的, 对于学生今后的学习和工作可能会提供多方面的启示。数学史家克莱因(M. Kline) 说过: “中学和大学里的每一位数学教师都应了解数学史。理由很多, 但是最重要的大概是数学史乃是指导教育的指南。”

下面对于数学史的特点作一说明。

从大文化角度出发, 数学是人类所创造的文化中的一个重要部分。了解数学史不仅对于全面认识数学是必要的, 而且对于了解整个人类文明的发展史都有重要意义。

数学史本身是一门交叉学科, 即数学与历史学的交叉所形成的学科。由于这是一门自然科学和一门人文科学的交叉, 因此数学史作为一门课程必然具有许多不同于其他数学课程的特点。例如, 与一般的人文科学类似, 对于数学史中的许多问题, 包括数学史研究的目的和意义, 爱国主义教育 with 数学史研究的关系, 中国古代数学在世界数学发展史上的地位等, 都存在着许多不同的观点和争论, 它们的形成和发展也是动态的, 很难说什么时候就会得出最终的结论。这与一般的数学知识的确定性是完全不同的。

另一方面, 数学史又属于更为一般的科学史, 是其中有关数学的一个部分。因此也可能从科学史方面找到许多有用的工具和方法。其中特别值得注意的是: 除了上述数学史本身的意义之外, 对于学习数学史有什么用处这个问题不能采取实用主义的观点。

在考虑出版本书时, 有不少朋友认为本书不仅可用作为数学史课程的教材, 而且对于更为广泛的读者也可能有一定的价值。实际上本书的多数内容原来就是从“欣赏”的角度作出选择的, 作者在过去几十年中曾经在各种不同场合对非数学专业背景的听众做过多次演讲。对微积分有些了解的读者都有可能理解书中的大部分内容。特别是最后一章, 除了附录之外只需要初等数学知识就可以阅

读。由此书名定为“数学史赏析”。

本书的编写和出版得到了苏州大学数学科学学院的许多老师和同事的热情帮助,其中特别是钱定边教授向高等教育出版社的推荐促成了本书的出版,特此一并致谢。还特别要感谢河北师范大学教授、全国教育系统劳动模范丁仁老同学对书稿的详细阅读。他提出的许多修改意见对提高本书的质量起了重要作用。最后对于高等教育出版社为本书出版所付出的辛劳表示衷心的感谢。

由于本书并不是对于数学史的全面介绍,因此我们向读者推荐下面列出的几种读物。前三种各自以不同的方式和不同的观点给出了数学史的比较全面的论述。其中 [3] 是我国目前最优秀的数学史教材之一,也是本书前两章的主要蓝本。[4] 是关于二十世纪数学的非常精彩的普及型读物。

编者 谢惠民

2014 年 2 月

推荐读物

- [1] Katz V J. A History of Mathematics—An Introduction. 3rd ed. New York: Pearson Education, Inc., 2009 (第二版中译本:卡茨. 数学史通论. 北京:高等教育出版社, 2004)
- [2] Kline M. Mathematical Thought from Ancient to Modern Times. New York: Oxford University Press, 1972 (中译本:克莱因. 古今数学思想. 上海:上海科学技术出版社, 2014)
- [3] 李文林. 数学史概论. 2 版. 北京:高等教育出版社, 2002
- [4] Odifreddi P. La matematica del Novecento. Roma: Einaudi, 2000 (中译本:奥迪弗雷迪. 数学世纪——过去 100 年间 30 个重大问题. 上海:上海科学技术出版社, 2012)

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第一章 中国的古代数学	1
§1.1 第一个高峰——两汉时期	2
1.1.1 古代的背景 (2)	
1.1.2 《周髀算经》 (4)	
1.1.3 《九章算术》 (6)	
(一) 算术方面 (7)	
(二) 代数方面 (8)	
(三) 几何方面 (10)	
1.1.4 小结 (12)	
§1.2 第二个高峰——魏晋南北朝时期	14
1.2.1 刘徽的《九章算术注》 (14)	
(一) 割圆术 (14)	
(二) 阳马术 (19)	
(三) 球体积计算 (22)	
1.2.2 祖冲之父子 (24)	
(一) 圆周率计算 (24)	
(二) 刘祖原理与球体积公式 (25)	
1.2.3 隋唐时期 (27)	
(一) 《孙子算经》与“物不知数”问题 (28)	
(二) 《张邱建算经》与百鸡问题 (29)	
(三) 《缉古算经》与三次方程 (29)	
1.2.4 小结 (30)	
§1.3 第三个高峰——宋元时期	31
1.3.1 高次代数方程的数值求解——从“贾宪三角”到“正负开方术” (31)	
(一) 贾宪三角与增乘开方法 (31)	
(二) 秦九韶正负开方术 (32)	
1.3.2 “大衍求一术”与中国剩余定理 (35)	
1.3.3 内插法与“垛积术” (42)	
1.3.4 “天元术”与“四元术” (45)	
1.3.5 小结 (45)	
§1.4 中国古代数学的衰落时期及其探讨	46
1.4.1 宋元之后的概况 (46)	
1.4.2 中国古代数学的优缺点及其衰落的原因探讨 (47)	
(一) 中国古代数学的长处 (47)	
(二) 中国古代数学的短处 (48)	
(三) 中国古代数学衰落的原因 (49)	
1.4.3 西学东渐中的中国数学 (52)	

1.4.4 中国数学史学科的形成和发展 (55)	
参考文献	58
第二章 古代希腊的数学	61
§2.1 对空间和时间的说明	61
§2.2 古典时代——论证数学的发端	63
2.2.1 古典时代前期——泰勒斯与毕达哥拉斯 (63)	
(一) 毕达哥拉斯及其学派的数学成就概述 (64)	
(二) 正方形的边和对角线不可公度的证明 (66)	
(三) 毕达哥拉斯学派对于和音的研究 (69)	
2.2.2 雅典时期的希腊数学 (70)	
(一) 三大几何问题 (73)	
(二) 芝诺悖论与无限性概念的早期探索 (77)	
(三) 逻辑演绎结构的倡导 (79)	
§2.3 黄金时代——亚历山大学派	80
2.3.1 欧几里得与《原本》(81)	
(一) 内容简介 (81) (二) 《原本》是公理化系统的典范 (83)	
(三) 欧多克索斯的比例论 (84) (四) 欧多克索斯的穷竭法 (86)	
(五) 关于素数个数无限性的证明 (88)	
(六) 《原本》的不足之处 (89)	
2.3.2 阿基米德的数学成就 (90)	
(一) 阿基米德的成就概述 (91) (二) 球体积计算公式的发现 (94)	
(三) 抛物线弓形面积计算公式的发现 (96) (四) 穷竭法证明 (98)	
2.3.3 阿波罗尼奥斯与《圆锥曲线论》(101)	
§2.4 亚历山大时代后期的古希腊数学	105
(一) 托勒密的三角学 (106) (二) 丢番图的《算术》(106)	
(三) 帕普斯的绝唱:《数学汇编》(106)	
§2.5 古希腊数学的总结及其兴衰研究	107
2.5.1 总结 (107) 2.5.2 兴衰研究 (108)	
附录 阿基米德平衡法的再讨论	109
参考文献	111

第三章 科学革命与分析时代	113
§3.1 微积分的史前阶段	114
§3.2 笛卡儿与解析几何	115
§3.3 半个世纪的酝酿	117
§3.4 牛顿与莱布尼茨	120
3.4.1 微分与积分的统一 —— 微积分基本定理 (120)	
3.4.2 牛顿的科学成就概述 (124)	
3.4.3 莱布尼茨的科学成就概述 (124)	
§3.5 科学革命的高潮 —— 万有引力定律的发现	125
3.5.1 从哥白尼到开普勒 (126)	
3.5.2 牛顿对开普勒第二定律的分析 (129)	
3.5.3 从开普勒三定律到万有引力定律 (132)	
3.5.4 引力定律为什么是万有的? (136)	
3.5.5 科学革命的意义 (140)	
3.5.6 对牛顿的评价 (141)	
§3.6 分析时代的来临	145
3.6.1 欧拉的贡献 (146)	
3.6.2 欧拉与哥尼斯堡七桥问题 (150)	
§3.7 第二次数学危机与分析的严格化	154
附录 孪生素数猜想与张益唐的突破	157
参考文献	160
第四章 代数学的革命	163
§4.1 三次和四次方程的根式求解	164
4.1.1 卡尔达诺的三次方程求解法 (164)	
4.1.2 与复数的不期而遇 (166)	
4.1.3 韦达的三次方程求解法 (168)	
4.1.4 费拉里的四次方程求解法 (169)	
§4.2 拉格朗日对高次代数方程的研究	170
4.2.1 二次方程 (170)	
4.2.2 三次方程 (171)	
4.2.3 四次方程 (172)	
4.2.4 拉格朗日提出的方案 (173)	
§4.3 伽罗瓦的贡献	174
4.3.1 历史概述 (174)	
4.3.2 高斯在根式求解问题上的贡献 (175)	
4.3.3 根式求解与域的扩张 (176)	
4.3.4 伽罗瓦群 (179)	
4.3.5 伽罗瓦的主要结果 (182)	

4.3.6 伽罗瓦理论的应用 (185)	
(一) 回顾一般的二次到四次代数方程的根式求解问题 (185)	
(二) 回顾一般的 5 次及 5 次以上的代数方程的根式求解问题 (185)	
(三) 古典几何中的尺规作图难题 (185)	
§4.4 旺泽尔的贡献	188
§4.5 群是关于对称性的度量	190
§4.6 代数学发展概况	191
参考文献	193
第五章 公理化方法与哥德尔定理	195
§5.1 公理化方法的起源及其问题	196
§5.2 非欧几何的出现及其影响	197
§5.3 关于数理逻辑的一些知识	200
§5.4 公理系统的相容性和完全性	202
§5.5 集合论和悖论	204
§5.6 希尔伯特的形式主义纲领	208
5.6.1 形式主义 (208)	5.6.2 关于形式系统的简单例子 (210)
§5.7 哥德尔定理	212
5.7.1 哥德尔数——形式系统的算术化 (212)	
5.7.2 元数学语句的映射 (215)	
5.7.3 哥德尔定理的证明 (217)	
(一) 第一不完全性定理的证明 (217)	
(二) 第二不完全性定理的证明 (219)	
5.7.4 哥德尔定理的意义 (220)	
§5.8 关于数学基础问题的小结	221
参考文献	222
第六章 圆周率及其计算——数学史中的一个案例	224
§6.1 关于圆周率 π 的远古史	224

§6.2 古代计算圆周率的阿基米德 – 刘徽方法	225
6.2.1 历史概述 (225)	
6.2.2 误差分析 (226)	
§6.3 π 的无理性与超越性	227
6.3.1 历史概述 (227)	
6.3.2 π 是无理数的一个简短证明 (228)	
§6.4 圆周率计算的近代史	230
6.4.1 圆周率与无穷乘积 (230)	
6.4.2 圆周率与概率论 (230)	
6.4.3 用无穷级数计算 π 的近似值 (232)	
6.4.4 用外推法计算圆周率 (234)	
6.4.5 电子计算机的使用 (235)	
§6.5 圆周率计算的现代史 —— 关于算术几何平均值方法的介绍	236
6.5.1 线性算法 (236)	
6.5.2 二阶算法及例子 (237)	
6.5.3 算术几何平均值 (238)	
6.5.4 全椭圆积分 (239)	
6.5.5 在求单摆周期上的应用 (240)	
6.5.6 计算圆周率的 AGM 算法 (241)	
§6.6 圆周率计算的后现代史 —— 计算 π 的指定位数字的方法	243
6.6.1 关于圆周率的一个新公式 (243)	
6.6.2 计算 $a \equiv b^c \pmod n$ 的快速算法 (244)	
§6.7 小结	245
附录 圆周率二阶迭代公式的证明	246
(一) 公式推导 (246)	
(二) 误差分析 (248)	
(三) 几个不等式的证明 (249)	
(四) 其他算法 (250)	
参考文献	251
第七章 数学进入生物学 —— 经典遗传学中的数学方法	253
§7.1 关于孟德尔的简介	253
§7.2 分离定律	255
7.2.1 孟德尔的豌豆实验 (255)	
7.2.2 孟德尔的发现 (255)	
7.2.3 分离定律与数学模型 (257)	
7.2.4 ABO 血型的遗传规律 (259)	
7.2.5 孟德尔的测交试验 (259)	
§7.3 自由组合定律	259

§7.4 连锁与互换定律·····	261
7.4.1 与孟德尔定律不符合的实验 (261)	7.4.2 摩尔根学派 (261)
7.4.3 基因和染色体 (262)	7.4.4 连锁与交换定律 (262)
7.4.5 用统计方法作基因的连锁图 (263)	7.4.6 性染色体与伴性遗传 (265)
§7.5 哈代 – 温伯格定律·····	266
7.5.1 守恒定律 (266)	7.5.2 哈代 – 温伯格定律的证明 (267)
7.5.3 对孟德尔实验的回顾 (268)	
7.5.4 正面应用哈代 – 温伯格定律的例子 (269)	
§7.6 小结: 孟德尔为什么会成功?·····	270
附录 几个遗传学问题的数学探讨·····	271
(一) 对于子二代 F_2 中表型为显性的实验数据的批评 (271)	
(二) 隐性伴性基因比例的变化规律 (272)	
(三) 隐性表型不育时的隐性基因比例的变化规律 (273)	
参考文献·····	274
人名索引·····	276

第一章 中国的古代数学

~~~~~  
数学是我国人民所擅长的学科.

——华罗庚 (1910-1985)

聪明在于学习, 天才由于积累.

——华罗庚

愿中国的青年和未来的数学家  
放大眼光展开壮志,  
把中国建成数学大国.

——陈省身 (1911-2004)

我国古代数学,  
总的说来就是这样一种数学,  
构造性与机械化,  
是其两大特点.

——吴文俊 (1919- )

中国的古代数学是一种算法数学,  
在我们进入计算机时代的今天,  
这种算法数学就是计算机的数学,  
中国最古老的数学是适合计算机的、  
最现代化的数学.

——吴文俊  
~~~~~

本章所指的中国的古代时间跨度从远古直到清朝灭亡. 内容共分四节. 前三节的主要内容是中国古代数学发展史上的三个高峰, 此外还有 1.4 节, 其内容包含中国古代数学在宋元之后的衰落, 西方数学在中国的早期传播, 对中国古代数学的总结以及中国数学史研究的形成和发展.

应当看到,中国古代数学史中还有许多问题没有解决,存在多种不同观点.举例来说,将西方历史学中的中世纪概念用于中国古代数学史就未必妥当^①.

§1.1 第一个高峰——两汉时期

本节首先回顾西汉之前时期的数学发展概况,然后介绍以《九章算术》为主要代表的中国古代数学史上的第一个高峰——两汉时期.

1.1.1 古代的背景

中国古代数学的最早的佐证材料来自于考古学.其中包括出土的甲骨文上的数字(公元前1600年左右),陶器上的几何图案,以及由各种材料制成的计算工具——算筹(公元前500年左右).

应当指出,甲骨文中的数字表明至迟在我国商朝就采用十进制(但不是位值制).到春秋战国时代,已经出现严格的十进位值制的筹算记数,这在世界上是最早的.位值制的记数方法比非位值制方法(例如今天还能看到的罗马记数法)优越得多,这为中国古代数学长于数值计算打下了基础.(关于记数制度可以参考[26]中的第二个专题.)

几何学方面,在《史记》的夏本纪中已经提到规矩和准绳.

但是在战国时期的诸子百家中,只有墨家和名家的著作中含有可能是数学(和力学)概念的内容,同时也包含了逻辑和推理的因素.

在《墨经》中对于点、线、面、体、平行、有穷、无穷等数学概念给出了抽象的定义,共有17条之多.例如:

点:端,体之无厚而最前者也.

圆:圆,一中同长也.

平行:平,同高也.

在《庄子》的天下篇中列举了名家学派的多条辩论题,其中有一部分可能与

^① 这种提法见诸多种文献.我们知道,欧洲中世纪的时间一般是指公元476年西罗马灭亡到英国1640年革命,大致相当于中国南北朝(刘宋灭亡为479年)到明灭亡(1644年),因此与本章的讨论是从远古到清朝灭亡的时间段很不一致.在西方较新的数学史著作[16, 17]中对此已有改进.

数学有关. 最有代表性的是:

飞鸟之影未尝动也.

镞 (zú) 矢之疾, 而有不行不止之时.

一尺之捶, 日取其半, 万世不竭.

前两点可与古希腊的芝诺悖论 (见 2.2.2 小节之 (二)) 作比较, 最后一点反映了对于空间时间的无限分割可能性的思辨, 也可能与极限的原始观念有关. 它是否是对

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \quad (1.1)$$

的认识? 或者是对于

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$$

永远不能达到的潜无穷的认识? 由于没有进一步的解说, 不能作出确切的结论. 但自从汉武帝 (公元前 156 - 前 87) 采纳了董仲舒 (公元前 179 - 前 104) 的罢黜百家、独尊儒术的主张之后, 儒家以外的诸子百家的学说没有能够进一步发展则是中国学术史上的一大遗憾. 对于墨家学说的当前研究可以参考 [3, 15] 等著作.

还需要补充的是在 1984 年于湖北张家山出土的汉初古墓竹简《算数书》, 这是中国古代数学史方面的特别重大的发现. 开始时很多人认为它可能是《九章算术》的前身, 然而根据 2000 年年底的报导 [7], 中国数学史方面的许多专家目前认为《算数书》是中国古代数学最早的著作, 时间至少在公元前 186 年 (即吕后二年) 以前, 填补了过去未发现先秦时期数学著作的空白 [3]. 就其中的内容来说, 它与《九章算术》相同部分所占比例非常小, 因此《算数书》并非是《九章算术》的前身. 对中国古代数学有兴趣的读者要注意这个动态. 《算数书》的释文见 [12], 目前已被国外译为日文和英文, 产生了很大的影响 (例如在 [16] 的第三版中就有对该书的多次引用). 此外, 还应提到 1975 年在湖北云梦睡虎地出土的大量秦简, 其中有许多反映了先秦时代的数学内容. 这些研究目前正在进行中.

下面要详细介绍的《周髀算经》和《九章算术》一般认为成书于汉代, 但其中都含有早得多的周、秦时代的数学内容. 刘徽在《九章算术注》中明确指出, 《九章算术》来自九数. 九数见于《周礼》, 其中提出了对西周贵族子弟的教育内容——六艺, 即礼、乐、射、御、书、数, 九数就是数中的九部分内容. 具体来说,

目前的许多考证和研究表明,《九章算术》中的许多内容,包括章名、问题和方法都起源于先秦.

1.1.2 《周髀算经》

根据现代比较可信的结论,《周髀算经》约成书于公元前 1 世纪 [13, 26 页],但其内容则反映了更早期时期的成果.

确切地说,《周髀算经》不是一部数学著作,而是含有数学内容的天文学著作(可参考从天文学角度讨论该书的 [13] 中的三篇论文). 其中的数学内容主要是分数计算、勾股定理和测量日高的方法. 对于勾股定理,在该书中举出勾三股四弦五的特例,同时还有文字叙述了勾股定理的普遍结论(关于这个问题可以参考 [14] 中的讨论).

对勾股定理的第一个证明来自于赵爽(约公元 3 世纪前期)对《周髀算经》的注. 由于原图已失传,因此下面的图只是后人对其文字的一种解释. 这是中国古代数学中对勾股定理的首次证明,也是利用出入相补原理(见图 1.3 及其说明)的一个很好的例子.

如图 1.1 所示,从左到右,我们看到如何将边长为 a 和 b 的两个正方形的面积拼成面积为 c 的正方形,而 c 就是直角边边长为 a 和 b 的直角三角形的斜边边长.

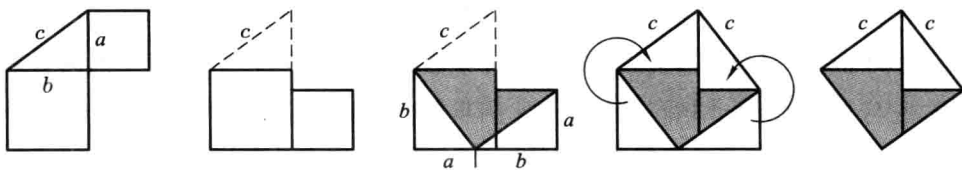


图 1.1 勾股定理的一个证明

注 勾股定理的证明方法很多,曾见到一个报道说已经收集了 367 种. 这里我们再举出将几何与代数相结合的两个证明:

(1) 古印度数学家婆什伽罗 (Bhaskara II, 1114/1115 - 约 1185) 作出图



然后说: “看! $c^2 = (a - b)^2 + 2ab.$ ”