

混凝土随机损伤力学

李 杰 吴建营 陈建兵 著

Stochastic Damage Mechanics of Concrete Structure



科学出版社

混凝土随机损伤力学

Stochastic Damage Mechanics of Concrete Structures

李 杰 吴建营 陈建兵 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统论述混凝土损伤力学的基本理论与最新研究成果，内容包括：应力-应变分析，弹塑性力学基础，损伤力学基本原理，混凝土确定性损伤本构关系，混凝土随机损伤本构关系，混凝土动力损伤本构关系，混凝土本构关系的数值算法，混凝土框架结构分析，混凝土剪力墙结构分析，混凝土实体结构分析，混凝土结构随机非线性分析。

本书可供土木工程、水利工程、交通工程等领域的工程师、科学技术人员与高等院校师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

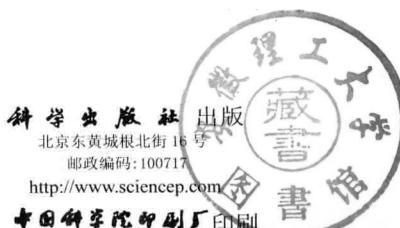
混凝土随机损伤力学=Stochastic Damage Mechanics of Concrete Structures/
李杰, 吴建营, 陈建兵著. —北京: 科学出版社, 2014.4

ISBN 978-7-03-040271-4

I. ①混… II. ①李… ②吴… ③陈… III. ①混凝土-损伤(力学)
IV. ①TU528

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 052556 号

责任编辑: 牛宇锋 / 责任校对: 邹慧卿
责任印制: 张倩 / 封面设计: 蓝正设计



科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 4 月第 一 版 开本: (720×1000) 1/16

2014 年 4 月第一次印刷 印张: 20 3/4

字数: 392 000

定价: 108.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前　　言

混凝土力学的发展，几乎与混凝土结构的诞生与发展一样久远。早在 19 世纪末，就提出了混凝土结构设计的容许应力法，到 20 世纪 30 年代，构件极限强度设计的观念开始被人们所重视。20 世纪 70 年代，基本形成了结构层次的弹性分析与构件层次的极限状态设计的基本格局。由于这一背景，混凝土力学一度被认为是混凝土材料力学。

对地震灾害的重视推动了混凝土力学的发展。自 20 世纪 60 年代开始，对混凝土结构进行受力非线性行为全过程分析的观念逐步深入人心。如何科学地反映混凝土结构的受力全过程乃至寿命全过程中的行为特征与本质，并应用这一关于本质的认识有效地设计与控制工程结构的行为，成为凸现在研究工作者与工程师面前的巨大挑战。

我自 20 世纪 80 年代初开始涉足混凝土结构研究，在 30 余年的研究工作中，逐步形成了对混凝土力学的基本认识。自 20 世纪 90 年代中期开始，以建立混凝土随机损伤力学为基本目的，我与学生们一起进行了长期的探索，试图从混凝土受力力学行为的本质随机性与显著非线性特征切入，在细观层次引入随机性描述，将宏、细观力学结合起来构建混凝土随机损伤力学的基本理论体系。本书，可视为上述研究工作的总结。

从随机损伤力学的基本观点出发，本书系统论述混凝土本构关系与混凝土结构的非线性分析基本理论。其中，第 1 章为绪论，在对混凝土受力力学行为基本特征和混凝土力学发展轨迹论述的基础上，介绍作者的基本学术观点和本书的基本内容。第 2~3 章简要介绍应力-应变分析和弹塑性力学基础。第 4~8 章逐步深入地论述损伤力学基本原理、混凝土确定性损伤本构关系、混凝土随机损伤本构关系、混凝土动力损伤本构关系以及混凝土本构关系的数值算法。在对本构关系深入系统地论述基础上，第 9~12 章集中阐述混凝土结构非线性反应分析的基本方法。其中，结合混凝土工程结构的特点，用专章分别论述混凝土框架结构、混凝土剪力墙结构和一般混凝土实体结构非线性分析的基本理论与细节，在此基础上，阐述了混凝土结构随机非线性反应分析理论。通过这些内容，我们希望逐步引导读者步入混凝土结构非线性分析的研究前沿。

为了方便读者，本书还给出三个附录，希望对读者理解本书起到辅助作用。

本书的研究工作，先后得到了国家自然科学基金(19772034)、国家杰出青年科学基金(59825105)、国家自然科学基金创新研究群体计划项目(50321803、50621062)、

国家自然科学基金重大研究计划重点支持项目(90715033)、国家自然科学基金国际合作重大项目(51261120374)、教育部21世纪教育振兴行动计划长江学者专项研究基金、教育部博士点基金、上海市重点学科建设专项基金等多方支持。在本书完稿之际，作者要对上述支持表示诚挚的感谢。

在长期的共同研究进程中，我的一批研究生分别作出了自己的贡献，他们是：张其云博士、丁光莹博士、陈建兵博士、高向玲博士、卢朝辉博士、吴建营博士、张娟博士、杨卫忠博士、曹杨博士、李奎明博士、邬翔博士、周俊明博士、任晓丹博士、黄桥平博士、郝效强博士、曾莎洁博士等。正是与他们之间的互动、砥砺与切、磋、琢、磨，才有了今天的《混凝土随机损伤力学》。在本书即将出版之际，我要对他们的创造性劳动表示由衷的感谢。

吴建营博士、陈建兵博士和任晓丹博士分别撰写了本书部分初稿(吴建营：第5章、第8章、第11章；陈建兵：第9章、第12章、附录C；任晓丹：附录A)。对这些内容，我进行了必要的增、删。因此，本书若有错误，责任在我。

本书初稿形成于2005年秋，在过去8年里，先后四易其稿，并多次用于同济大学结构工程专业的研究生教学。迄今，我们虽然已经较为系统地确立了混凝土随机损伤力学的基本理论框架，但由于问题的复杂性，仍然不可能一劳永逸式地解决全部问题。因此，本书的内容是开放的，期待着读者诸君的建议与批评。

李 杰

2013年仲夏

于 同济园

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 混凝土受力力学行为的一般特征	1
1.1.1 单轴受拉特征	2
1.1.2 单轴受压特征	3
1.1.3 双轴受力特征	6
1.2 经典力学对混凝土力学行为的反映	9
1.3 混凝土损伤力学的发展	12
1.4 本书基本观点与内容	15
1.4.1 本书基本观点	15
1.4.2 本书基本内容	17
第 2 章 应力—应变分析	20
2.1 应力与应变的基本概念	20
2.2 应力张量及其不变量	21
2.2.1 应力张量	21
2.2.2 主应力	22
2.2.3 应力张量的不变量	24
2.3 应变张量及其不变量	27
2.3.1 应变张量	27
2.3.2 应变张量的不变量	27
2.4 应力应变分析基本方程	28
第 3 章 弹塑性力学基础	31
3.1 弹性本构关系	31
3.1.1 线弹性本构关系	31
3.1.2 非线性弹性本构关系	32
3.2 弹塑性本构关系	33
3.2.1 屈服条件	34
3.2.2 硬化法则	35
3.2.3 流动法则与加/卸载准则	36
3.2.4 弹塑性增量本构模型	37

3.2.5 塑性势函数	39
第 4 章 损伤力学基本原理	41
4.1 损伤力学基本概念	41
4.2 热力学基本原理	43
4.2.1 热力学第一定律	44
4.2.2 热力学第二定律	45
4.2.3 等温纯力学过程	46
4.3 弹性损伤模型基本方程	48
4.3.1 基本方程	48
4.3.2 单标量弹性损伤模型	49
4.4 单标量弹塑性损伤本构模型	50
4.4.1 弹塑性自由能	50
4.4.2 弹塑性损伤本构模型	52
4.4.3 内变量演化法则	52
4.4.4 建立弹塑性损伤本构关系模型的一般步骤	55
4.4.5 评注	56
第 5 章 混凝土确定性损伤本构关系	57
5.1 混凝土材料的受力损伤机制	57
5.2 混凝土弹性损伤本构关系	58
5.2.1 应力张量分解	58
5.2.2 Helmholtz 自由能	60
5.2.3 双标量损伤本构关系	62
5.2.4 本构关系的全量表达	63
5.2.5 讨论与注记	66
5.3 混凝土弹塑性损伤本构关系	66
5.3.1 弹塑性 Helmholtz 自由能	67
5.3.2 弹塑性损伤模型	69
5.3.3 塑性变形的确立	71
5.3.4 损伤演化法则	75
5.3.5 切向刚度张量	83
第 6 章 混凝土随机损伤本构关系	85
6.1 细观损伤机制分析	85
6.1.1 典型细观单元损伤分析	85
6.1.2 垂直裂缝方向的正应力作用	87
6.1.3 裂缝正交坐标系内的剪应力作用	88

6.1.4 平行于裂缝方向的正应力作用	89
6.1.5 损伤机制再讨论	90
6.2 细观随机断裂模型	90
6.2.1 细观受拉随机损伤模型	90
6.2.2 随机损伤变量的均值与标准差	95
6.2.3 细观受剪随机损伤模型	98
6.2.4 一维随机损伤本构关系	99
6.2.5 单向受力状态下细观塑性变形的考虑	102
6.3 细观损伤的实验建模	103
6.3.1 利用声发射能率-应变关系的建模	103
6.3.2 直接利用实验平均应力-应变关系的建模	107
6.4 混凝土弹塑性随机损伤本构关系	110
6.4.1 有效应力分解与 Helmholtz 自由能	110
6.4.2 损伤本构关系	111
6.4.3 损伤演化法则	113
6.4.4 经验塑性变形	117
6.4.5 随机损伤本构关系的均值与方差	118
第 7 章 混凝土动力损伤本构关系	121
7.1 基于经验的黏性动力损伤模型	121
7.1.1 研究发展概况	121
7.1.2 塑性力学中的率相关效应模型	122
7.1.3 黏弹性动力损伤模型	123
7.2 基于随机 Stefan 效应的动力损伤模型	125
7.2.1 Stefan 效应	125
7.2.2 应变迟滞因子	129
7.2.3 基于随机 Stefan 效应的随机动力损伤模型	131
7.3 基于多裂纹扩展的动力损伤模型	133
7.3.1 高应变率条件下的裂纹扩展特征	133
7.3.2 高应变率条件下的动力损伤机理	134
7.3.3 多裂纹同时扩展的断裂动力学	138
7.3.4 动力损伤模型	141
第 8 章 混凝土本构关系的数值算法	143
8.1 基本概念	143
8.1.1 一维弹塑性损伤本构关系基本方程	143
8.1.2 微分方程的数值算法	145

8.1.3 基于向后欧拉方法的塑性变形求解算法	146
8.1.4 注记	150
8.2 弹塑性损伤本构模型数值算法	150
8.2.1 算子分离算法	150
8.2.2 有效应力更新——最近点投影算法	152
8.2.3 谱分解方法	156
8.2.4 数值一致性切线刚度	157
8.2.5 算法流程	159
8.2.6 与通用非线性有限元分析程序的接口	161
第 9 章 混凝土框架结构分析	164
9.1 梁-柱构件正截面 N - M - φ 关系分析	164
9.1.1 条带法	164
9.1.2 网格法	168
9.1.3 增量 dN - dM - $d\varphi$ 关系	170
9.2 梁-柱单元分析	171
9.2.1 纤维梁单元增量刚度矩阵	171
9.2.2 刚域的考虑	175
9.2.3 注记：混凝土梁-柱单元分析模型的发展	176
9.3 有限单元柔度法	177
9.3.1 基本思想	177
9.3.2 单元状态确定	180
第 10 章 混凝土剪力墙结构分析	182
10.1 平面应力单元	182
10.2 四节点平板壳单元	185
10.3 精细化平板壳单元	189
10.3.1 考虑节点旋转自由度的膜单元	189
10.3.2 八节点 Reissner-Mindlin 板单元	192
10.3.3 平板壳单元	195
10.4 钢筋混凝土分层平板壳单元	196
10.4.1 分层平板壳单元的刚度构成	196
10.4.2 损伤演化法则的修正	198
10.4.3 结构非线性分析流程	200
第 11 章 混凝土实体结构分析	202
11.1 一般结构初边值问题的有限元方法	202
11.1.1 初边值问题的微分方程	202

11.1.2 初边值问题的弱形式	203
11.1.3 初边值问题的有限元控制方程	204
11.2 结构有限元分析的数值实现	206
11.2.1 数值积分方法	207
11.2.2 非线性方程组的求解	207
11.2.3 负刚度问题及其处理	210
11.2.4 结构有限元分析的基本步骤	212
11.3 混凝土结构分析的应变局部化问题	213
11.3.1 软化材料的应变局部化	213
11.3.2 材料应变局部化对初边值问题的影响	214
11.3.3 数值分析结果病态	215
11.4 混凝土材料非局部本构关系	218
11.4.1 非局部材料本构关系的物理机制	218
11.4.2 非局部材料本构模型的基本概念	220
11.4.3 混凝土积分型非局部损伤模型	223
11.4.4 混凝土隐式梯度非局部损伤模型	226
11.4.5 相关评述	228
第 12 章 混凝土结构随机非线性分析	230
12.1 随机性在物理系统中的传播	230
12.1.1 概率守恒原理	230
12.1.2 概率守恒原理的随机事件描述	231
12.1.3 广义概率密度演化方程	232
12.1.4 广义概率密度演化方程的解析解	234
12.2 混凝土结构静力非线性随机反应分析	235
12.2.1 结构反应的概率密度演化方程	235
12.2.2 概率密度演化方程的数值求解步骤	237
12.2.3 概率空间剖分	238
12.2.4 有限差分法	238
12.2.5 注记	241
12.3 混凝土结构动力非线性随机反应分析	242
12.3.1 动力方程与广义概率密度演化方程	242
12.3.2 结构动力分析	244
12.3.3 差分格式的选取	246

12.3.4 地震反应分析实例	249
参考文献	252
附录 A 张量初步	281
A.1 笛卡儿张量	281
A.2 张量的运算和性质	283
A.3 张量分析初步	286
A.4 张量的矩阵表示	288
A.4.1 动力学 Voigt 表示	288
A.4.2 运动学 Voigt 表示	288
附录 B 混凝土细观断裂应变随机场数值模拟	291
B.1 Karhunen-Loève 分解方法	291
B.2 随机谐和函数方法	293
附录 C 多维随机变量空间的剖分与选点	295
C.1 切球选点法	295
C.1.1 两个随机变量时的切圆选点方法	295
C.1.2 三个随机变量时的切球选点方法	299
C.2 数论选点法	302
C.2.1 高维数值积分的数论方法	302
C.2.2 多维随机变量空间的数论选点法	303
C.3 一般概率分布的处理	307
C.3.1 基本随机变量的标准化	307
C.3.2 超球体筛选的推广	307
索引	309

Contents

Preface

Chapter 1 Introduction	1
1.1 General mechanical behavior of concrete	1
1.1.1 Uniaxial tensile behavior	2
1.1.2 Uniaxial compressive behavior	3
1.1.3 Biaxial behaviors	6
1.2 Classical mechanical models of concrete	9
1.3 Historical development of concrete damage mechanics	12
1.4 Fundamental viewpoints and contents of this book	15
1.4.1 Fundamental viewpoints	15
1.4.2 Contents	17
Chapter 2 Analyses of stress and strain	20
2.1 Concepts of stress and strain	20
2.2 Stress tensor and its invariants	21
2.2.1 Stress tensor	21
2.2.2 Principal stresses	22
2.2.3 Invariants of stress tensors	24
2.3 Strain tensor and its invariants	27
2.3.1 Strain tensor	27
2.3.2 Invariants of strain tensor	27
2.4 Fundamental equations of stress and strain analyses	28
Chapter 3 Fundaments of elastoplasticity mechanics	31
3.1 Elastic constitutive relations	31
3.1.1 Linear elastic model	31
3.1.2 Nonlinear elastic model	32
3.2 Elastoplastic model	33
3.2.1 Yield criteria	34
3.2.2 Hardening law	35
3.2.3 Flow rule and loading/unloading conditions	36
3.2.4 Incremental elastoplastic constitutive relations	37

3.2.5	Plastic yield function	39
Chapter 4	Principles of damage mechanics	41
4.1	Fundamental concepts of damage mechanics	41
4.2	Principles of thermodynamics	43
4.2.1	First law of thermodynamics	44
4.2.2	Second law of thermodynamics	45
4.2.3	Isothermal process	46
4.3	Elastic damage model	48
4.3.1	Fundamental equations	48
4.3.2	Elastic damage model with a single scalar damage variable	49
4.4	Elastoplastic damage model with a single scalar damage variable	50
4.4.1	Free energy potentials	50
4.4.2	Constitutive relations	52
4.4.3	Evolution laws of internal variables	52
4.4.4	General procedure to develop a plastic-damage model	55
4.4.5	Remarks	56
Chapter 5	Deterministic damage model of concrete	57
5.1	Damage mechanisms of concrete	57
5.2	Elastic damage model of concrete	58
5.2.1	Split of stress tensor	58
5.2.2	Helmholtz free energy potential	60
5.2.3	Damage model with two scalar damage variables	62
5.2.4	Constitutive relations in total form	63
5.2.5	Discussions and remarks	66
5.3	Elastoplastic damage model of concrete	66
5.3.1	Helmholtz free energy potential	67
5.3.2	Elastoplastic damage model	69
5.3.3	Determination of plastic strains	71
5.3.4	Damage evolution law	75
5.3.5	Continuum tangent stiffness tensor	83
Chapter 6	Stochastic damage model of concrete	85
6.1	Mesoscale damage mechanisms	85
6.1.1	Mesoscale analysis of a representative element	85
6.1.2	Mode-I crack under normal extension	87
6.1.3	Mode-II crack under in-plane shear	88

6.1.4	Mode-I crack under tangential extension	89
6.1.5	Reconsideration of damage mechanisms	90
6.2	Mesoscopic stochastic fracture model	90
6.2.1	Stochastic damage model under tension	90
6.2.2	Mean value and standard deviation of random damage variable	95
6.2.3	Stochastic damage model under shear	98
6.2.4	Uniaxial stochastic damage model	99
6.2.5	Uniaxial plastic strains	102
6.3	Experimental modeling of mesoscopic damage	103
6.3.1	Modeling based on acoustic emission tests	103
6.3.2	Modeling based on averaged stress-strain curves	107
6.4	Stochastic elastoplastic damage model of concrete	110
6.4.1	Splits of effective stress and Helmholtz free energy potential	110
6.4.2	Damage constitutive relations	111
6.4.3	Damage evolution law	113
6.4.4	Heuristic modeling of plastic strains	117
6.4.5	Mean value and standard deviation	118
Chapter 7	Dynamic damage model of concrete	121
7.1	Heuristic viscodamage model	121
7.1.1	Literature review	121
7.1.2	Rate-dependent plastic model	122
7.1.3	Viscoplastic dynamic damage model	123
7.2	Models based on stochastic Stefan effect	125
7.2.1	Stefan effect	125
7.2.2	Strain lag factor	129
7.2.3	Dynamic damage model	131
7.3	Dynamic damage model based on multicrack propagation	133
7.3.1	Crack patterns under high strain rate	133
7.3.2	Dynamic damage mechanisms under high strain rate	134
7.3.3	Fracture dynamics of multicrack propagation	138
7.3.4	Dynamic damage model	141
Chapter 8	Numerical implementation of constitutive models	143
8.1	Fundamental concepts	143
8.1.1	Elastoplastic damage model in 1-D	143
8.1.2	Numerical algorithm for solving differential equations	145

8.1.3	Numerical algorithm based on backward Euler method	146
8.1.4	Remarks	150
8.2	Numerical algorithm for elasoplastic damage model	150
8.2.1	Operator split method	150
8.2.2	Closest point projection method for effective stress updating	152
8.2.3	Spectral decomposition method	156
8.2.4	Algorithmic consistent tangent moduli	157
8.2.5	Flow chart of the numerical implementation	159
8.2.6	Interface to general nonlinear finite element program	161
Chapter 9	Nonlinear analysis of reinforced concrete frame structure	164
9.1	Analysis of cross-section behavior	164
9.1.1	Strip method	164
9.1.2	Fiber method	168
9.1.3	Incremental cross-section behavior	170
9.2	Beam-column element	171
9.2.1	Incremental stiffness matrix of fiber element	171
9.2.2	Rigid domain	175
9.2.3	Historic development of RC beam-column elements: a review	176
9.3	Forced-based element	177
9.3.1	Fundamental equations	177
9.3.2	State determination of force-based elements	180
Chapter 10	Nonlinear analysis of reinforced concrete shearwall structures	182
10.1	Plane stress element	182
10.2	4-noded plane shell element	185
10.3	Refined plane shell element	189
10.3.1	Membrane element with nodal rotation	189
10.3.2	8-noded Reinssner-Mindlin plate element	192
10.3.3	Refined plane shell element	195
10.4	Laminate plane shell element for reinforced concrete	196
10.4.1	Stiffness matrix of laminate plane shell element	196
10.4.2	Modified damage evolution laws	198
10.4.3	Flowcharts for structural nonlinear analysis	200

Chapter 11 Nonlinear analysis of concrete solid structures	202
11.1 Finite element method for initial boundary value problem	202
11.1.1 Strong form	202
11.1.2 Weak form	203
11.1.3 Finite element governing equations	204
11.2 Finite element implementation of structural nonlinear analysis	206
11.2.1 Numerical quadrature method	207
11.2.2 Solution of nonlinear equations	207
11.2.3 Ill-condition of stiffness matrix	210
11.2.4 Flowcharts for structural finite element analysis	212
11.3 Strain localization in concrete	213
11.3.1 Strain localization in strain softening materials	213
11.3.2 Effects of strain localization on initial boundary value problems	214
11.3.3 Pathological numerical results	215
11.4 Nonlocal models of concrete	218
11.4.1 Physical mechanisms of nonlocal models	218
11.4.2 Fundamental concepts of nonlocal models	220
11.4.3 Nonlocal damage model of concrete	223
11.4.4 Implicit gradient-enhanced damage model of concrete	226
11.4.5 Remarks	228
Chapter 12 Stochastic nonlinear analysis of reinforced concrete structures	230
12.1 Propagation of randomness in physical system	230
12.1.1 Principle of preservation of probability	230
12.1.2 Random event description of preservation of probability	231
12.1.3 Generalized probability density evolution equation	232
12.1.4 Closed-form solution of generalized probability density evolution equation	234
12.2 Static stochastic nonlinear analysis of reinforced concrete structures	235
12.2.1 Probability density evolution equation of structural responses	235
12.2.2 Numerical scheme for probability density evolution equation	237
12.2.3 Partition of probability-assigned space	238
12.2.4 Finite difference method	238
12.2.5 Remarks	241

12.3 Stochastic dynamic nonlinear analysis of reinforced concrete structure.....	242
12.3.1 Dynamic system and generalized probability density evolution equation	242
12.3.2 Structural dynamic analysis	244
12.3.3 Selection of finite difference strategies	246
12.3.4 Numerical example of seismic analysis.....	249
References	252
Appendix A An introduction to tensor	281
A.1 Cartesian tensors	281
A.2 Operattions and properties of tensors	283
A.3 Preliminary tensor calculus	286
A.4 Matrix notations of tensors.....	288
A.4.1 Voigt notations of kinetic variables	288
A.4.2 Voigt notations of kinematic variables	288
Appendix B Numerical simulation of random field of mesoscopic fracture strains	291
B.1 Karhunen-Loève decomposition method	291
B.2 Stochastic harmonic function method	293
Appendix C Partition of high dimensional probability-assigned space and point selection	295
C.1 Point selection method based on tangent spheres	295
C.1.1 Tangent circle method for two random variables	295
C.1.2 Tangent sphere method for three random variables.....	299
C.2 Point selection method based on number theory	302
C.2.1 Number theory for high-dimensional numerical integration	302
C.2.2 Number theory based point selction method for multi-random-variable space	303
C.3 Arbitrary probability distribution	307
C.3.1 Standardization of random variables	307
C.3.2 Extension of hyper-spherical sieving method.....	307
Index	309