

“十二五”江苏省重点教材（编号：2013-1-038）配套参考书

经济数学基础

问题解析

南京财经大学应用数学学院/编

- 经济数学学习指导
- 经济数学问题解析
- 经济应用建模训练
- 考试考研模拟自测



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

“十二五”江苏省重点教材(编号: 2013-1-038)配套参考书

经济数学基础问题解析

南京财经大学应用数学学院 编

微积分部分: 姜凤华 孙 敏 苗继旺

线性代数部分: 金 辉 伍家凤 戴平波

概率统计部分: 赵中华 黄顺林 谭玉顺

主 审: 张从军 王宏勇

东南大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础问题解析/南京财经大学应用数学学院编. —南京: 东南大学出版社, 2014. 7

ISBN 978-7-5641-5039-6

I. ①经… II. ①南… III. ①经济数学—高等学校—教材 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 134221 号

经济数学基础问题解析

出版发行 东南大学出版社
出 版 人 江建中
地 址 南京市四牌楼 2 号(210096)
电 话 025-83795801(发行科)/025-83362442(传真)
经 销 江苏省新华书店
印 刷 常州市武进第三印刷有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 30.5
字 数 580 千字
版 次 2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5641-5039-6
定 价 46.80 元



* 本社图书若有印装质量问题,请直接与营销部联系。电话:025-83791830

前言

经济数学基础课程主要包括《微积分》、《线性代数》、《概率论与数理统计》。这些课程的内容为研究事物的发展变化提供了基本的数学工具和框架,在各种实际问题中有着广泛的应用。由于其内容丰富、思想深刻、应用广泛,它在许多学科领域特别是经管类学科中具有基础性的地位。

通过经济数学基础课程的学习,要使学生系统掌握这些基本的数学工具,培养学生的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力以及综合运用所学知识进行分析、解决实际问题特别是经济问题的能力,为进一步学习其他专业课程奠定基础。

为了加大训练力度,强化数学基础,突出经济应用,我院组织多年从事这些课程教学的一线教师于2007年编写了《经济数学基础问题集解》一书。该书主要包括以下内容:

1. 微积分习题解答、线性代数习题解答、概率统计习题解答。

这些习题解答分别与我院教师编写的经济数学基础教程《微积分》、《线性代数》、《概率论与数理统计》这些教材配套。除了选择题、填空题外(选择题、填空题在原教材中已有参考答案),该书对原教材中的其他全部习题给出了详细解答。意在给这些课程的初学者和复习者提供一个随时的参考和自学的工具。

2. 经济应用问题补充。

该书补充的这些经济应用问题,旨在阐释一些常见经济问题的数学分析方法。对经济运行中的一些常见问题,运用微积分知识、线性代数知识、概率统计知识、微分方程知识给出分析与解答,提供最优化的解决方案。这些内容也是对学生进行最基本的数学建模训练。

3. 微积分自测题及解答、线性代数自测题及解答、概率统计自测题及解答。

该书给出的这些自测题及解答,类似于对应课程期末考试的模拟

题,借以帮助学生了解此类考试的题型和难度,作为复习和自测之用。

4. 附录部分是近三年报考研究生的试题及参考答案。该书对经管类各专业同学报考研究生还具有复习迎考之功能。

该书微积分部分由姜凤华、孙敏、苗继旺三位老师编写,线性代数部分由金辉、伍家凤、戴平波三位老师编写,概率统计部分由赵中华、黄顺林、谭玉顺三位老师编写。全书由张从军、王宏勇两位教授主审。

《经济数学基础问题集解》自2007年出版以来,受到许多教师 and 广大学生的肯定,也收到了许多读者的宝贵意见。经东南大学出版社与编者协商,于2010年对该书进行了修订。

此次修订,增加了经济数学基础学习指导的内容,包括微积分学习指导,线性代数学习指导,概率论与数理统计学习指导三章,并对原目录顺序作了调整,新增内容为第一篇,原目录的各篇内容顺延。

根据形势的变化,我们今年又对《经济数学基础问题集解》修订版进一步改进了有关内容的表述,更新了附录部分,并更名为《经济数学基础问题解析》,重新出版。

作为经济数学基础教程的辅导用书,本书旨在给读者提供一个辅助学习、引导自学的工具。对于原教程中的有关习题,学生在学习时应该首先独立思考,必要时再参考相关解答。读者使用本书,更要注意阅读、学习本书的学习指导、经济应用问题补充和自测题部分,借以提高学习成绩和质量。

本书在编写过程中,参考了大量的相关教材和资料,选用了其中的有关内容、例题和习题,在此谨向有关编者、作者一并表示谢意。编者还要感谢本书配套教材的我院各位作者,他们对本书的出版给予了积极的支持与帮助;感谢东南大学出版社刘庆楚编审,他从开始联系书稿到修改、校对,不辞劳苦,数次往返于东南大学与南京财经大学之间,对本书的出版付出了辛勤的努力。

诚恳期望有关专家、学者对本书不吝赐教,诚恳期望使用本书的教师和同学们,提出并反馈宝贵意见。

编者于南京财经大学应用数学学院

2014-06-10

目 录

第一篇 经济数学基础学习指导	1
第一章 微积分学习指导	1
第二章 线性代数学习指导	19
第三章 概率统计学习指导	24
第二篇 微积分习题解答	30
第一章 经济函数	30
第二章 经济变化趋势的数学描述	43
第三章 经济变量的变化率	60
第四章 简单优化问题	93
第五章 “积零为整”的数学方法	108
第六章 离散经济变量的无限求和	134
第七章 方程类经济数学模型	140
第三篇 线性代数习题解答	145
第一章 行列式	145
第二章 矩阵	159
第三章 线性方程组	192
第四章 矩阵的特征值与特征向量	224
第五章 二次型	234
第六章 线性空间与线性变换	246
第七章 线性规划	257
第四篇 概率论与数理统计习题解答	288
第一章 随机事件与随机变量	288
第二章 二维随机变量及其联合概率分布	312
第三章 随机变量的数字特征	326
第四章 统计估计方法	347

第五章 统计检验方法	359
第六章 回归分析与方差分析	371
第五篇 经济应用问题补充	379
第一章 微积分中的经济应用问题及解答	379
第二章 线性代数中的经济应用问题及解答	384
第三章 概率统计中的经济应用问题及解答	392
第六篇 自测题	399
第一章 微积分自测题及解答	399
自测题一	399
自测题二	401
自测题三	403
自测题四	405
自测题五	406
自测题六	408
自测题一参考答案	410
自测题二参考答案	412
自测题三参考答案	414
自测题四参考答案	415
自测题五参考答案	416
自测题六参考答案	418
第二章 线性代数自测题及解答	419
自测题一	419
自测题二	422
自测题三	424
自测题一参考答案	426
自测题二参考答案	428
自测题三参考答案	431
第三章 概率统计自测题及解答	434
自测题一	434
自测题二	437
自测题三	440

自测题一参考答案	443
自测题二参考答案	445
自测题三参考答案	449
附录 近三年报考研究生试题及参考解答	451
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学(三)试题	451
2013 年全国硕士研究生入学统一考试数学(三)试题	455
2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学(三)试题	459
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学(三)试题解答	463
2013 年全国硕士研究生入学统一考试数学(三)试题解答	469
2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学(三)试题解答	474

第一篇 经济数学基础学习指导

第一章 微积分学习指导

经济函数

【基本要求】

掌握函数的概念;了解函数的几何特性并掌握各几何特性的图形特征;了解反函数的概念并会求反函数;理解复合函数的概念并掌握将复合函数分解为简单函数的方法;理解基本初等函数的概念并熟练掌握基本初等函数的定义域、值域和基本性质;理解初等函数的概念;了解分段函数的概念;掌握常见的经济函数.

【主要知识点】

一、函数的概念

1. 函数的二要素: 定义域、对应法则;
2. 函数的表示法: 解析法(公式法)、表格法、图示法.

二、函数的基本特性

1. 奇偶性;2. 单调性;3. 有界性;4. 周期性.

三、复合函数与反函数

四、初等函数与分段函数

1. 基本初等函数: 常值函数 $y = c$; 幂函数 $y = x^a$; 指数函数 $y = a^x$; 对数函数 $y = \log_a x$; 三角函数 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x, y = \sec x, y = \csc x$; 反三角函数 $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x, y = \operatorname{arccot} x$.

2. 初等函数.

3. 分段函数.

五、常用经济函数

1. 需求函数与供给函数;
2. 总成本函数、总收入函数与总利润函数.

【重点】

1. 函数的概念;
2. 函数的基本性质;
3. 初等函数.

【难点】

复合函数.

经济变化趋势的数学描述

【基本要求】

了解数列极限与函数极限的概念;了解极限存在性定理;熟练掌握极限运算法则;熟练掌握两个重要极限;掌握求极限的基本方法;理解无穷小量与无穷大量的概念;了解无穷小量与无穷大量的关系;掌握无穷小量的性质与无穷小量的比较;理解函数连续性的概念;理解函数间断点的概念;了解函数间断点的分类;了解连续函数的性质;了解初等函数在其定义区间必连续的结论;了解闭区间上连续函数的性质;掌握用连续的定义讨论函数连续性的方法.

【主要知识点】**一、极限概念**

1. 数列极限: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$;
2. 函数极限: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$;
3. 双侧极限与单侧极限的关系:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A.$$

二、极限的性质与四则运算

1. 极限的性质: 唯一性、局部有界性、局部保号性、不等式性;
2. 极限的四则运算: $\lim f(x) = A, \lim g(x) = B \Rightarrow \lim [f(x) \pm g(x)] = A \pm B, \lim [f(x)g(x)] = AB, \lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B} (B \neq 0).$

三、极限存在性的判定

1. 夹逼定理: $g(x) \leq f(x) \leq h(x), \lim g(x) = \lim h(x) = A \Rightarrow \lim f(x) = A$;
2. 单调有界定理: 单调有界的数列必有极限.

四、两个重要极限

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$; 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$.

五、无穷小量与无穷大量

1. 无穷小量的概念.

2. 无穷小量的性质: ① $\lim f(x) = A + \alpha \Leftrightarrow A + \alpha, \alpha$ 为无穷小量; ② 有限个无穷小量的和、差、积仍为无穷小量; ③ 无穷小量除以极限不为零的变量仍为无穷小量; ④ 有界变量与无穷小量的积仍为无穷小量.

3. 无穷大量的概念.

4. 无穷大量与无穷小量的关系: 无穷大量的倒数为无穷小量, 非零无穷小量的倒数为无穷大量.

5. 无穷小量的比较.

6. 等价无穷小量代换在极限计算中的应用: $\alpha \sim \alpha', \beta \sim \beta' \Rightarrow \lim \frac{\alpha}{\beta} = \lim \frac{\alpha'}{\beta'}$.

六、函数的连续性

1. 函数在一点连续的概念: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$ 或 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$;

2. 左右连续的概念及与连续的关系: 函数在一点连续当且仅当它在此点既左连续又右连续;

3. 函数在区间上的连续;

4. 间断点的分类: 第一类间断点(包括可去间断点与跳跃间断点)、第二类间断点(包括无穷间断点与非无穷间断点);

5. 连续函数的运算法则: 有限个连续函数的和、差、积、商(分母的函数值非零)仍连续, 单调连续函数的反函数仍连续, 由连续函数复合而成的函数仍连续, 初等函数在其定义区间内连续;

6. 闭区间上连续函数的性质: 最值定理、有界性定理、介值定理、零值定理.

【重点】

1. 极限的概念与极限的计算;
2. 连续性概念与初等函数的连续性.

【难点】

1. 极限的概念;
2. 连续性的概念.

经济变量的变化率

【基本要求】

理解导数的概念及其几何意义; 了解可导与连续的关系; 熟练掌握基本初等

函数的导数公式;熟练掌握导数的四则运算法则、反函数的求导法则、复合函数的求导法则;了解高阶导数的概念,掌握求二阶、三阶导数及简单函数的 n 阶导数的方法;掌握隐函数求导法与对数求导法;了解微分的概念及其几何意义;掌握可导与可微的关系;掌握微分的基本公式与运算法则;掌握一阶微分形式的不变性;熟练掌握求微分的方法;了解空间直角坐标系的相关概念;了解常见的空间曲面及其方程;了解平面区域的相关概念;掌握二元函数的概念;了解二元函数的几何意义;了解 k 次齐次函数的概念;了解二元函数极限的概念;会求简单的二元函数极限;了解二元函数连续的概念;了解二元函数在闭区域上连续的相关性质;理解多元函数的偏导数与全微分的概念;了解偏导数的几何意义与经济意义;了解多元函数的可微、偏导数存在与连续的关系;熟练掌握求多元函数的偏导数与全微分的方法;掌握求多元复合函数的偏导数与全微分的方法;掌握求二元隐函数的偏导数与全微分的方法;理解多元函数的高阶偏导数的概念;掌握求多元函数的高阶偏导数的方法;掌握经济函数的边际与弹性的概念及其计算。

【主要知识点】

一、导数的概念

1. 在一点导数的概念: $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$;
2. 导数的几何意义: 导数 $f'(x_0)$ 表示曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处切线的斜率, 切线方程为 $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$;
3. 左、右导数的概念及其与导数的关系: $f'(x_0) = A \Leftrightarrow f'_-(x_0) = f'_+(x_0) = A$;
4. 可导与连续的关系: 可导一定连续.

二、导数的运算法则

1. 四则运算: $(u \pm v)' = u' \pm v'$, $(uv)' = u'v + uv'$, $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ ($v \neq 0$);
2. 反函数的导数: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$;
3. 基本导数公式: 略;
4. 复合函数求导(链式法则): $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$.

三、高阶导数与隐函数求导

1. 高阶导数: 可通过逐次求导得到;
2. 隐函数求导: 方程 $F(x, y) = 0$ 两边直接对 x 求导, y 要看作 x 的函数, 然

后解出 y' ;

3. 对数求导法: 先两边取对数, 再两边求导, 适用于幂指函数或多个函数乘除的求导.

四、微分

1. 概念;

2. 可导与可微的关系: 可导 $\Leftrightarrow$ 可微, 且 $dy = A dx \Leftrightarrow A = \frac{dy}{dx}$;

3. 微分基本公式: 略;

4. 微分的四则运算法则: $d(u \pm v) = du \pm dv$, $d(uv) = vdu + u dv$, $d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - u dv}{v^2}$ ($v \neq 0$);

5. 微分的形式不变性: 无论 u 是自变量还是中间变量, dy 都等于 y 对 u 的导数乘以 du ;

6. 微分在近似计算中的应用: $f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$.

五、多元函数基础知识

1. 空间解析几何基础知识: 空间直角坐标系, 曲面与方程;

2. 多元函数: 二元函数的概念与几何意义, n 元函数, 平面区域, k 次齐次函数.

六、二元函数的极限与连续

1. 二元函数极限的概念与计算;

2. 二元函数连续的概念;

3. 有界闭区域上连续函数的性质: 最值定理、有界性定理、介值定理、零值定理.

七、偏导数

1. 偏导数概念: $\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$,

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y};$$

2. 偏导数的几何意义;

3. 偏导数的计算: 求 $f'_x(x, y)$ 时, 把 y 看作常数, 利用一元函数的求导方法求 $f(x, y)$ 对 x 的导数;

4. 高阶偏导数;

5. 多元复合函数求偏导数: 画出锁链图, 写出公式, 然后计算;

6. 隐函数微分法: 方法① 方程 $F(x, y, z) = 0$ 两边直接对 x 求导, z 要看

作 x 的函数, 然后解出 z'_x , 类似求 z'_y ;

方法② 利用公式 $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)}$;

方法③ 两边求微分, 得出 dz , 由全微分公式写出偏导数.

八、全微分

1. 全微分的概念;

2. 可微与偏导数、连续的关系: 偏导数连续 $\Rightarrow$ 可微 $\Rightarrow$ 偏导数存在, 可微 $\Rightarrow$ 连续;

3. 全微分的计算: $dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$;

4. 全微分的形式不变性: 不论 u, v 是中间变量还是自变量, 都有 $dz = \frac{\partial z}{\partial u}du + \frac{\partial z}{\partial v}dv$.

九、边际与弹性

1. 边际分析: 经济函数的导数称为边际函数;

2. 弹性函数: 一元函数的弹性 $\frac{Ey}{Ex} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx}$, 二元函数的偏弹性 $\frac{Ez}{Ex} = \frac{x}{z} \cdot$

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{Ez}{Ey} = \frac{y}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y}.$$

【重点】

1. 导数的定义与几何意义;
2. 可导函数的和、差、积、商的求导运算法则;
3. 复合函数求导法则, 隐函数求导法;
4. 微分的定义;
5. 偏导数的概念与求法.

【难点】

1. 一元复合函数求导;
2. 全微分的概念与计算方法.

简单优化问题

【基本要求】

掌握罗尔定理与拉格朗日中值定理; 了解柯西中值定理; 了解这些中值定理间的关系; 会运用这些中值定理证明某些简单的问题; 熟练掌握罗必塔法则和各种未定式极限的计算方法; 熟练掌握函数单调性的判别定理并会运用该定理判

别函数的单调性;掌握曲线凹凸性与拐点的概念;熟练掌握曲线凹凸性的判别定理及求曲线凹凸性与拐点的方法;掌握极值的概念;熟练掌握极值的判别定理及求极值的方法;了解函数极值与最值的关系和区别;掌握求经济函数的最值问题的方法;掌握曲线渐近线的概念;熟练掌握求曲线渐近线的方法;了解函数作图的基本步骤和方法,会作简单函数的图形;了解二元函数极值与条件极值的概念;掌握二元函数极值存在的必要条件和充分条件;掌握求二元函数极值的方法;掌握求二元函数条件极值的拉格朗日乘数法;了解二元函数最值的概念,会求简单的二元函数的最值问题;掌握求二元经济函数最值问题的方法.

【主要知识点】

一、中值定理

1. 罗尔定理: $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, 在 (a, b) 可导, $f(a) = f(b) \Rightarrow \exists \xi \in (a, b)$ 使 $f'(\xi) = 0$;

2. 拉格朗日定理: $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, 在 (a, b) 可导 $\Rightarrow \exists \xi \in (a, b)$ 使 $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$;

3. 柯西定理: $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, 在 (a, b) 可导, $g'(\xi) \neq 0 \Rightarrow \exists \xi \in (a, b)$ 使 $\frac{f'(\xi)}{g'(\xi)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}$.

二、罗比塔法则

1. $\frac{0}{0}$ 型: $\lim f(x) = \lim g(x) = 0, \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 存在或为 $\infty \Rightarrow \lim \frac{f(x)}{g(x)} = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$;

2. $\frac{\infty}{\infty}$ 型: $\lim f(x) = \lim g(x) = \infty, \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 存在或为 $\infty \Rightarrow \lim \frac{f(x)}{g(x)} = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$;

3. $0 \cdot \infty, \infty - \infty, 1^\infty, 0^0, \infty^0$ 等其他未定式: 化为 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型.

三、单调性与凹凸性

1. 单调性的判断: $f'(x) > 0 (< 0), x \in I \Rightarrow f(x)$ 在 I 单调增加(减少);
2. 凹凸性与拐点的概念;
3. 凹凸性的判断: $f''(x) > 0 (< 0), x \in I \Rightarrow f(x)$ 在 I 内为凹(凸)的;
4. 拐点的求法: 凹弧与凸弧的分界点.

四、一元函数的极值

1. 极值的必要条件: x_0 为 $f(x)$ 的极值点, $f(x)$ 在 x_0 可导 $\Rightarrow f'(x_0) = 0$.

2. 极值的第一充分条件: $x \in U^-(x_0)$ 时 $f'(x) > 0$, $x \in U^+(x_0)$ 时 $f'(x) < 0 \Rightarrow x_0$ 为 $f(x)$ 的极大值点; $x \in U^-(x_0)$ 时 $f'(x) < 0$, $x \in U^+(x_0)$ 时 $f'(x) > 0 \Rightarrow x_0$ 为 $f(x)$ 的极小值点; $x \in U^0(x_0)$ 时恒有 $f'(x) > 0$ 或 $f'(x) < 0 \Rightarrow x_0$ 不是 $f(x)$ 的极值点.

3. 极值的第二充分条件: $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0 (< 0) \Rightarrow x_0$ 为 $f(x)$ 的极小(大)值点.

4. 闭区间上连续函数最值的求法: 计算驻点、不可导点、区间端点对应的函数值, 取其中的最大值与最小值.

五、函数图像的描绘

1. 渐近线的定义与计算;
2. 函数图像的描绘.

六、多元函数的极值

1. 极值的必要条件: (x_0, y_0) 为 $f(x, y)$ 的极值点, 且 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 的偏导数存在 $\Rightarrow f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$.

2. 极值的充分条件: $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0, A = f''_{xx}(x_0, y_0), B = f''_{xy}(x_0, y_0), C = f''_{yy}(x_0, y_0) \Rightarrow AC - B^2 > 0, A < 0 (> 0)$ 时 (x_0, y_0) 为 $f(x, y)$ 的极大(小)值点; $AC - B^2 < 0$ 时 (x_0, y_0) 不是 $f(x, y)$ 的极值点.

3. 在条件 $\varphi(x, y) = 0$ 下 $z = f(x, y)$ 的条件极值点的求法: 求拉格朗日函数 $L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda\varphi(x, y)$ 的驻点.

七、经济函数的优化问题

1. 一元经济函数的最值求法;
2. 多元经济函数的最值求法.

【重点】

1. 微分中值定理;
2. 罗比塔法则;
3. 函数的极值及求法;
4. 函数的最值及其应用;
5. 条件极值的求法;
6. 边际分析与弹性分析.

【难点】

1. 罗比塔法则;
2. 函数的最值及其在经济中的应用;
3. 边际分析与弹性分析.

“积零为整”的数学方法

【基本要求】

理解原函数与不定积分的概念;了解不定积分的几何意义;掌握不定积分的基本性质;熟练掌握基本积分公式;熟练掌握计算不定积分的两种换元积分法和分部积分法;掌握简单的有理函数积分的计算方法. 理解定积分的概念;了解定积分的几何意义;掌握定积分的基本性质;了解变上限积分函数的概念;掌握变上限积分函数的求导公式;熟练掌握牛顿-莱布尼兹公式(微积分基本定理);熟练掌握定积分的换元积分法和分部积分法;掌握利用定积分求平面图形的面积公式和旋转体的体积公式;掌握运用定积分求解简单的经济问题的方法. 了解广义积分的概念;掌握广义积分收敛与发散的概念;掌握广义积分的计算方法. 了解二重积分的概念、几何意义;掌握二重积分的基本性质;掌握在直角坐标系与极坐标系下计算二重积分的方法.

【主要知识点】

一、不定积分部分

1. 原函数与不定积分的概念
2. 性质:

$$(1) \left[\int f(x) dx \right]' = f(x);$$

$$(2) \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx;$$

$$(3) \int kf(x) dx = k \int f(x) dx.$$

3. 基本积分公式:

$$(1) \int k dx = kx + C; (2) \int x^a dx = \frac{1}{a+1} x^{a+1} + C; (3) \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C;$$

$$(4) \int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C; (5) \int e^x dx = e^x + C; (6) \int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$(7) \int \cos x dx = \sin x + C; (8) \int \sec^2 x dx = \tan x + C; (9) \int \csc^2 x dx = -\cot x + C;$$

$$(10) \int \sec x \tan x dx = \sec x + C; (11) \int \csc x \cot x dx = -\csc x + C;$$

$$(12) \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C; (13) \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C.$$

$$\text{补充公式: } (14) \int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C; (15) \int \cot x dx = \ln |\sin x| + C;$$