



空天科学与工程系列教材·飞行动力学与控制

# 远程火箭 飞行动力学与制导

Launch Vehicle Flight  
Dynamics and Guidance

陈克俊 刘鲁华 孟云鹤 编著



国防工业出版社  
National Defense Industry Press

# 远程火箭飞行 动力学与制导

Launch Vehicle Flight Dynamics and Guidance

陈克俊 刘鲁华 孟云鹤 编著

国防工业出版社

·北京·

## 内 容 简 介

本教材深入分析了弹道导弹和运载火箭及其有效载荷的运动状态,建立了其运动微分方程,揭示了飞行器运动的客观规律,研究了飞行器制导的基本原理,并对飞行动力学与制导有关的工程实际问题如总体设计参数的选择、飞行弹道设计、制导方法等进行了介绍。

本教材适用于航空宇航科学与技术专业教学,可作为远程火箭总体设计、自动控制等相关专业高年级本科生和研究生专业基础课程教材,对从事飞行器飞行动力学、总体设计及控制系统的科技工作者及试验、使用部队也有参考价值。

### 图书在版编目(CIP)数据

远程火箭飞行动力学与制导/陈克俊,刘鲁华,孟云鹤编著.一北京:国防工业出版社,2014.1  
ISBN 978-7-118-09123-6

I. ①远... II. ①陈... ②刘... ③孟... III. ①火箭 - 飞行动力学 - 教材 ②火箭 - 制导 - 教材 IV. ①V412.1  
②V448.13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 298569 号

\*

国 防 工 业 出 版 社 出 版 发 行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限公司

新华书店经售

\*

开本 710×1000 1/16 印张 22 1/2 字数 443 千字

2014 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2500 册 定价 60.00 元

---

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

# 总序

经过五十余年的发展,航空航天技术在经济建设、武器装备、科学研究、日常生活中发挥的作用日益彰显。航天技术的研究具有系统复杂、技术尖端、应用性强、辐射面广等特点,是一个国家综合国力的重要标志,同时也能对国家的科学研究与工业技术发展产生巨大的牵引作用。

飞行动力学与控制是飞行器设计的核心技术之一。它以经典力学和自动控制理论为基础,研究飞行器在力和力矩作用下的运动与控制规律,以满足飞行任务的要求,与飞行器的工程设计和实际应用有着紧密的关系。飞行器的总体论证与设计、控制系统设计、结构设计、飞行试验与评定、任务规划、运行管理、效能评估等都与飞行动力学与控制密切相关。因此,航空航天领域不仅需要掌握飞行动力学与控制原理的专门人才,相关专业人员掌握一些飞行力学知识也是非常必要。

国防科技大学航天科学与工程学院是我国飞行动力学与控制方面科学的研究和知识传承的一个重要基地,早在上世纪五十年代“哈军工”时期就创办了相关专业。程国采、张金槐、任萱、赵汉元、贾沛然、黄训圭等老一辈学者,积极参与我国重大航天工程领域的研究,学术造诣深厚。为提高学校办学水平,他们注重从科研实践中系统总结,精心提炼,著书立说,惠及后人。20世纪80年代开始,先后出版了《远程火箭弹道学》、《弹道导弹制导方法与最优控制》、《飞行器再入动力学与制导》、《远程火箭精度分析与评估》、《人造地球卫星轨道力学》、《大型航天器动力学与控制》等一系列高水平教材。这些书注重理论联系实际,突出用飞行动力学与控制理论解决工程实际问题,不仅在我国航天教育领域得到广泛应用,而且成为航天部门科研人员的案头参考书。

进入新世纪以来,运载火箭、弹道导弹、近地航天器等传统飞行器的设计与应用逐步成熟,而高超声速飞行器、智能化航天系统、先进深空探测航天器的研究初露端倪。国防科技大学的研究力量一直紧跟这一技术发展趋势,参与和推动着我

国飞行动力学与控制技术的进步。通过对原有教材经典内容的继承和对新科研成果的提炼,推出了这套飞行动力学与控制系列教材。教材涵盖了弹道学、轨道力学、姿态动力学、导航技术、精度分析与评估等飞行动力学与控制的主要内容,在知识的经典性与先进性、理论性与实践性方面做到了较好的统一。

经过几代人的艰苦努力,我国的航天事业已逐渐缩小了与先进国家的差距。未来的发展离不开一大批掌握先进知识与理念的人才,我希望也相信这套教材能在我国航天人才培养和航天工程实践中发挥重要作用。作为我国航天队伍中的一员,我期待看到本系列教材的出版,并乐意为之作序。



2013年8月

## 前　　言

运载火箭和弹道导弹是以火箭发动机为动力,在控制系统作用下按预定的轨迹飞行至目标或进入轨道的飞行器。弹道导弹是无人驾驶的进攻性武器,其有效载荷是弹头;运载火箭是航天运载工具,其有效载荷是航天器。

为了保证飞行器能完成预定的任务。在研制、试验和实际应用过程中,均必须掌握飞行器的机械运动规律和制导控制原理。这样在设计过程中才能正确选择飞行器的参数(如起飞重量、发动机推力和控制系统参数等),选择合理的飞行弹道保证飞行器按预定规律运动;在飞行试验过程中才能正确评定飞行试验结果,对飞行器及其各分系统的特性做出鉴定;在具体应用中才可能根据具体任务确定发射诸元,使飞行器准确入轨或攻击目标。研究这类飞行器运动规律的专门学科为飞行力学,它是应用力学的一个新分支。飞行力学与研究一般力学对象运动规律的理论力学既有区别又有联系,在理论力学中给出了一般力学对象作机械运动时所应遵循的普遍规律和描述其运动的运动微分方程,飞行力学则根据理论力学的普遍规律,深入分析弹道导弹和运载火箭及其有效载荷等对象作机械运动时的特殊矛盾,建立描述其运动的微分方程,揭示飞行器运动的客观规律,并运用这些规律来解决实际工程问题。由于飞行器是一个复杂的系统,描述其运动的微分方程组在战术、技术精度指标要求愈高时愈为复杂,在工程上常将这类飞行器的运动分为质心运动和绕质心运动两部分进行研究,相应的飞行力学也就分为飞行动力学与制导和姿态动力学与控制两部分内容。

自 1958 年我校建立飞行动力学专业以来,关于飞行动力学与制导部分的内容先后于 1980 年由贾沛然和沈为异编写了铅印教材《弹道导弹弹道学》,1993 年由贾沛然、陈克俊和何力在《弹道导弹弹道学》基础上结合本专业多年的教学科研实践编写出版了教材《远程火箭弹道学》,1997 年由赵汉元教授编写出版了教材《飞行器动力学与制导》,1987—1999 年由程国采教授陆续编写出版了教材《弹道导弹制导方法与最优控制》(1987 年)、《战术导弹导引方法》(1996 年)和《航天器最优控制理论与方法》(1999 年),这一系列教材充分反映出了本专业领域多年的教学和科研成果、以及有关问题研究应用所需基础。根据本专业教育发展需要,考虑到我国航天事业的发展状况,参阅大量国内外近几年来的有关书籍和论文,在原系列教材的基础上编写了这本《远程火箭飞行动力学与制导》教材。

全书共 9 章。第 1 章介绍了飞行动力学的基础知识,包括地球的运动及形状、地球大气、坐标系间的方向余弦阵及矢量导数的关系、常用坐标系及相互转换关

系、变质量力学基本定理;第2章介绍了远程火箭飞行的力学环境,分析讨论了飞行器在主动段飞行中所受到的作用力和力矩;第3章建立了空间运动方程,对主动段运动方程进行了严格的推导,并分析建立了保证一定精度的计算方程;第4章建立了自由飞行段轨道方程,分析了自由飞行段弹道特性,对以弹头为对象的自由段射程、飞行时间与主动段终点参数关系等进行了讨论,介绍了地球旋转对自由段射程及误差系数的影响及考虑地球扁率的自由段微分方程;第5章建立了再入段运动方程,分析讨论了零攻角再入弹道特性和有升力再入弹道特性,并分析介绍了再入机动弹道设计方法;第6章对飞行器主动段运动特性进行了分析,分析讨论了火箭总体设计中的参数选择问题,介绍了主动段弹道设计中飞行程序选择的工程方法及优化设计方法,并对远程多级固体火箭的能量管理问题进行了讨论。第7章介绍了主动段制导控制的基本概念和摄动制导的基本原理,分析讨论了按速度关机进行射程控制和按射程偏差关机进行射程控制等典型的主动段摄动制导方法、以及横向导引和法向导引方法;第8章介绍了主动段显式制导的基本原理,分析讨论了需要速度制导、迭代制导以及E制导等显式制导方法;第9章介绍了再入制导的基本原理和方法,分析讨论了(广义)标准轨道再入制导方法、最优再入机动末制导方法等再入段的制导方法。

在编著本教材时,除了作者所在单位的同志们给予了关心和支持外,还得到了工业设计部门、兄弟院校及应用单位科技工作者的关心,为图书的出版提供了宝贵的资料,提出了有益的建议,作者在此对所有同志表示衷心的感谢!

本书由陈克俊、刘鲁华和孟云鹤编写,最后由陈克俊负责全书的统稿工作。

鉴于编著者水平有限,本书虽经多次修改,缺点和错误仍难避免,恳请读者斧正。

编著者于湖南长沙国防科学技术大学  
2013年8月

# 目 录

|                        |    |
|------------------------|----|
| <b>第1章 飞行动力学的基础知识</b>  | 1  |
| 1.1 地球的运动及形状           | 2  |
| 1.1.1 地球的运动            | 2  |
| 1.1.2 地球的形状            | 4  |
| 1.2 地球大气               | 5  |
| 1.2.1 地球大气分层           | 5  |
| 1.2.2 标准大气             | 7  |
| 1.3 坐标系间的方向余弦阵及矢量导数的关系 | 12 |
| 1.3.1 坐标系之间的方向余弦阵      | 12 |
| 1.3.2 坐标系转换矩阵的欧拉角表示法   | 13 |
| 1.3.3 坐标系间矢量导数的关系      | 14 |
| 1.4 常用坐标系及其相互转换        | 15 |
| 1.4.1 常用坐标系            | 15 |
| 1.4.2 各坐标系间转换关系        | 17 |
| 1.4.3 常用欧拉角的联系方程       | 23 |
| 1.5 变质量力学基本原理          | 25 |
| 1.5.1 变质量质点的基本方程       | 26 |
| 1.5.2 变质量质点系的运动方程      | 27 |
| <b>第2章 远程火箭飞行的力学环境</b> | 32 |
| 2.1 附加力、附加力矩及火箭发动机特性   | 32 |
| 2.1.1 附加力和附加力矩         | 32 |
| 2.1.2 火箭发动机特性          | 37 |
| 2.2 引力与重力              | 40 |
| 2.2.1 引力               | 40 |
| 2.2.2 重力               | 45 |
| 2.3 空气动力及气动力矩          | 48 |

|                          |           |
|--------------------------|-----------|
| 2.3.1 空气动力               | 48        |
| 2.3.2 空气动力矩              | 53        |
| 2.4 控制系统、控制力和控制力矩        | 56        |
| 2.4.1 火箭状态参数的测量          | 57        |
| 2.4.2 姿态控制系统             | 60        |
| 2.4.3 控制力和控制力矩           | 61        |
| <b>第3章 空间运动方程的建立</b>     | <b>66</b> |
| 3.1 远程火箭矢量形式的动力学方程       | 66        |
| 3.1.1 质心动力学方程            | 66        |
| 3.1.2 绕质心转动的动力学方程        | 66        |
| 3.2 地面发射坐标系中的空间弹道方程      | 67        |
| 3.2.1 地面发射坐标系中的质心动力学方程   | 67        |
| 3.2.2 绕质心动力学方程在箭体坐标系的分解  | 72        |
| 3.2.3 补充方程               | 74        |
| 3.2.4 空间运动方程             | 76        |
| 3.3 地面发射坐标系中的空间弹道方程的简化   | 78        |
| 3.3.1 空间运动方程简化假设条件       | 78        |
| 3.3.2 空间弹道计算方程           | 79        |
| 3.3.3 弹道参数计算             | 81        |
| 3.4 速度坐标系中的空间弹道方程与简化     | 85        |
| 3.4.1 速度坐标系中的质心动力学方程     | 85        |
| 3.4.2 速度坐标系中的空间弹道方程      | 86        |
| 3.4.3 简化的弹道方程            | 88        |
| <b>第4章 自由飞行段弹道特性分析</b>   | <b>90</b> |
| 4.1 自由飞行段的弹道方程           | 90        |
| 4.2 弹道方程的分析              | 92        |
| 4.2.1 $e, P$ 的意义及其确定     | 92        |
| 4.2.2 圆锥截线形状与主动段终点参数的关系  | 95        |
| 4.2.3 椭圆的几何参数与主动段终点参数的关系 | 96        |
| 4.2.4 成为人造卫星或导弹的条件       | 98        |
| 4.3 射程与主动段终点参数的关系        | 100       |
| 4.3.1 被动段射程的计算           | 101       |
| 4.3.2 自由段射程的计算           | 103       |

|   |            |
|---|------------|
| 4.3.3 已知 $r_k, v_k$ 求被动段的 $\Theta_{k, opt}$ 及 $\beta_{c, \max}$ | 104        |
| 4.3.4 已知 $r_k, \beta_c$ 求 $\Theta_{k, opt}, v_{k, \min}$        | 107        |
| 4.4 导弹被动段飞行时间的计算  | 109        |
| 4.4.1 面积速度和周期   | 109        |
| 4.4.2 开普勒方程   | 110        |
| 4.4.3 开普勒方程的近似解算  | 115        |
| 4.4.4 飞行时间 $T_c$ 与主动段终点参数的关系                                    | 116        |
| 4.5 误差系数  | 120        |
| 4.5.1 射程误差系数  | 121        |
| 4.5.2 侧向误差系数  | 127        |
| 4.5.3 飞行时间误差系数  | 129        |
| 4.6 相对于旋转地球的自由段参数   | 132        |
| 4.6.1 物理景象分析  | 132        |
| 4.6.2 运动学方法的计算步骤  | 133        |
| 4.7 考虑地球旋转的误差系数   | 137        |
| 4.8 扁形地球下自由飞行段弹道  | 144        |
| <b>第5章 再入段运动特性分析与弹道设计</b>                                       | <b>146</b> |
| 5.1 再入段运动方程   | 146        |
| 5.1.1 矢量形式的再入段动力学方程   | 146        |
| 5.1.2 地面发射坐标系中再入段空间运动方程   | 147        |
| 5.1.3 以总攻角、总升力表示的再入段空间弹道方程                                      | 149        |
| 5.1.4 简化的再入段平面运动方程  | 156        |
| 5.2 零攻角再入弹道特性分析   | 159        |
| 5.2.1 再入段最小负加速度的近似计算  | 160        |
| 5.2.2 热流的近似计算   | 162        |
| 5.2.3 运动参数的近似计算   | 166        |
| 5.2.4 有空气阻力作用的被动段弹道特性   | 170        |
| 5.2.5 被动段弹道运动参数的特性分析  | 173        |
| 5.3 有升力再入弹道特性分析   | 174        |
| 5.3.1 问题的提出及技术途径  | 174        |
| 5.3.2 再入走廊的确定   | 179        |
| 5.3.3 有升力再入时,运动参数的近似计算  | 182        |
| 5.4 再入机动弹道的工程设计   | 193        |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| 第6章 主动段运动特性分析与弹道设计 .....         | 201 |
| 6.1 用于方案论证阶段简化的纵向方程 .....        | 201 |
| 6.2 主动段运动特性分析 .....              | 202 |
| 6.2.1 切向运动特性分析 .....             | 202 |
| 6.2.2 主动段转弯过程及运动特性分析 .....       | 204 |
| 6.2.3 法向运动特性分析 .....             | 208 |
| 6.3 主动段终点运动参数及全射程估算 .....        | 209 |
| 6.3.1 设计参数 .....                 | 209 |
| 6.3.2 主动段终点速度的估算 .....           | 211 |
| 6.3.3 主动段终点位置参数近似计算 .....        | 215 |
| 6.3.4 全射程估算 .....                | 217 |
| 6.3.5 设计参数的选择 .....              | 220 |
| 6.4 主动段弹道设计的作用及原则 .....          | 223 |
| 6.5 飞行程序设计的工程方法 .....            | 226 |
| 6.5.1 大气层内飞行程序设计 .....           | 226 |
| 6.5.2 真空段飞行程序的设计 .....           | 231 |
| 6.6 飞行程序优化设计方法 .....             | 244 |
| 6.6.1 目标函数 .....                 | 245 |
| 6.6.2 优化自变量的选取 .....             | 245 |
| 6.6.3 约束条件的处理 .....              | 246 |
| 6.6.4 随机方向法的原理 .....             | 247 |
| 6.7 远程固体火箭的能量管理 .....            | 247 |
| 6.7.1 大气层内飞行程序设计 .....           | 248 |
| 6.7.2 真空段飞行程序的设计 .....           | 249 |
| 第7章 主动段的摄动制导方法 .....             | 255 |
| 7.1 弹道摄动的基本原理 .....              | 255 |
| 7.1.1 摄动法的基本思想 .....             | 255 |
| 7.1.2 用摄动法研究扰动因素对导弹落点偏差的影响 ..... | 256 |
| 7.1.3 主动段摄动方程的建立 .....           | 257 |
| 7.1.4 弹体结构参数偏差对主动段弹道的影响 .....    | 259 |
| 7.2 摄动制导的基本原理 .....              | 263 |
| 7.2.1 弹头落点偏差控制原理 .....           | 263 |
| 7.2.2 弹头落点偏差控制方法 .....           | 264 |

|   |            |
|---|------------|
| 7.3 按速度关机的射程控制方案 .....  | 265        |
| 7.3.1 速度关机方程 .....  | 265        |
| 7.3.2 方法误差分析 .....  | 266        |
| 7.4 按视速度关机的射程控制方案 .....   | 268        |
| 7.4.1 视速度关机方程 .....   | 268        |
| 7.4.2 方法误差分析 .....  | 271        |
| 7.4.3 带补偿的视速度关机方法 .....   | 273        |
| 7.5 按射程关机的射程控制方案 .....  | 274        |
| 7.5.1 带补偿的视速度关机方法误差分析 .....   | 274        |
| 7.5.2 射程关机方程 .....  | 276        |
| 7.6 横向导引与法向导引 .....   | 277        |
| 7.6.1 横向导引 .....  | 277        |
| 7.6.2 法向导引 .....  | 280        |
| <b>第8章 主动段的显式制导方法 .....</b>   | <b>281</b> |
| 8.1 显式制导的基本原理 .....   | 281        |
| 8.1.1 $\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}$ 的确定 .....                                    | 281        |
| 8.1.2 根据 $\mathbf{r}_a, \dot{\mathbf{r}}_a$ 产生控制信号 $U_\psi$ .....                 | 283        |
| 8.1.3 $\beta_c$ 和 $\beta_c^*$ 的确定 .....   | 285        |
| 8.2 增益速度制导方法 .....  | 286        |
| 8.2.1 增益速度制导的基本原理 .....   | 286        |
| 8.2.2 需要速度的概念 .....   | 287        |
| 8.2.3 需要速度的确定 .....   | 288        |
| 8.2.4 闭路导引控制信号的确定 .....   | 293        |
| 8.2.5 虚拟目标的确定与需要速度的修正 .....   | 293        |
| 8.3 迭代制导方法 .....  | 295        |
| 8.3.1 迭代制导的基本原理 .....   | 295        |
| 8.3.2 由 $v_k$ 控制到 $\tilde{v}_k$ 确定实际关机时间 $t_k^*$ .....                            | 296        |
| 8.3.3 由 $r_k, v_{rk}$ 控制到 $\tilde{r}_k, \tilde{v}_{rk}$ 确定控制规律 $\varphi(t)$ ..... | 301        |
| 8.4 E 制导方法 .....  | 306        |
| 8.4.1 E 制导的基本原理 .....   | 306        |
| 8.4.2 E 制导算例分析 .....  | 308        |
| <b>第9章 再入段的制导方法 .....</b>   | <b>311</b> |
| 9.1 再入制导的基本原理 .....   | 311        |

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 9.1.1 标准轨道再入制导方法 .....    | 311 |
| 9.1.2 再入轨道预测制导方法 .....    | 313 |
| 9.1.3 广义的标准轨道再入制导方法 ..... | 315 |
| 9.2 标准轨道再入制导方法 .....      | 318 |
| 9.2.1 纵向制导 .....          | 318 |
| 9.2.2 侧向制导 .....          | 319 |
| 9.2.3 纵平面运动方程的线性化 .....   | 320 |
| 9.2.4 最佳反馈增益系数的求解 .....   | 324 |
| 9.3 广义的标准轨道再入制导方法 .....   | 326 |
| 9.3.1 简化的再入运动数学模型 .....   | 326 |
| 9.3.2 广义的再入标准轨道制导原理 ..... | 327 |
| 9.3.3 再入纵向制导 .....        | 327 |
| 9.3.4 再入制导的航程更新 .....     | 333 |
| 9.3.5 再入机动的侧向制导 .....     | 334 |
| 9.4 最优再入机动末制导方法 .....     | 335 |
| 9.4.1 相对运动方程 .....        | 335 |
| 9.4.2 俯冲平面内最优导引规律 .....   | 336 |
| 9.4.3 转弯平面内最优导引规律 .....   | 339 |
| 9.4.4 速度控制方法 .....        | 340 |
| 9.4.5 导引参数确定 .....        | 344 |
| 参考文献 .....                | 345 |

# 第1章 飞行动力学的基础知识

对于远程运载火箭和弹道导弹等飞行器，根据其飞行过程中的受力情况，通常可将其飞行轨道分段进行研究。首先根据飞行器主发动机工作与否，将飞行轨道分为两段：主动段和被动段。而被动段又可根据飞行器所受空气动力的大小分为自由飞行段和再入飞行段。将飞行轨道进行分段的目的是在不同的飞行段上采用不同的方法来求解运动微分方程，以获得飞行器运动的客观规律。

现以远程弹道为例介绍各飞行阶段的特点。

## 1. 主动段

从导弹离开发射台开始，到主发动机停止工作为止的一段弹道。因为在这一飞行段中发动机一直工作，故称为主动段，或动力飞行段。该段的特点是发动机和控制系统一直处于工作状态。作用在弹体上的主要有引力、发动机推力、空气动力和控制力，以及它们产生的相应的力矩。导弹主发动机点火工作，当其提供的推力超过导弹所受的重力后，导弹从发射台起飞作垂直上升运动，垂直上升段的持续时间为 10s 左右，此时离地面的高度约 200m，速度约为 40m/s。此后，导弹在控制系统作用下开始“转弯”，并指向“目标”。随着时间的增长，导弹的飞行速度、飞行距离逐渐增大，而速度与发射点处地平线的夹角  $\theta$  逐渐减小。当发动机关机时，即到主动段终点  $K$  时，导弹的速度约 7000m/s，离地面的高度约为 200km，离发射点  $O$  的水平距离约为 700km。该段的飞行时间约为 200~300s。

## 2. 被动段

从主发动机推力为零开始，到导弹落向地面为止的这一段弹道。在被动段开始时，弹头与弹体已分离，这一段弹道就是弹头的弹道。若在弹头上不安装动力装置与控制系统，则弹头依靠在主动段终点处获得的能量作惯性飞行。由于该段弹头不受发动机推力作用，因此将该段称为被动段或无动力飞行段。虽然在被动段不对弹头进行控制，但作用在弹上力是可以相当精确地获得的，故而可较准确地掌握弹头的运动规律，保证弹头在一定射击精度要求下命中目标。

前面已提及，被动段又可分为自由段和再入段，这主要是由于自由段的飞行高度较高，空气稀薄，可以略去空气动力的影响，而再入段要考虑空气动力对弹头的作用。由于空气密度随高度变化是连续的，因而划出一条有、无空气的边界是不可能的。为了简化研究问题，人为地以一定高度划出一条边界作为大气边界

层。事实上，一般离地面高度为 70km 左右处的大气密度只有地面大气密度的万分之一，因此可取该高度为自由段与再入段的分界点。

(1) 自由段。因为远程导弹主动段终点高度约为 200km，弹头由主动段终点飞行至再入点这一段是在极为稀薄的大气中飞行，作用在弹头上的引力远大于空气动力，故可近似地将空气动力略去，即可认为弹头是在真空中飞行。我们将会知道，自由段弹道可近似看作椭圆曲线的一部分，并且此段弹道的射程和飞行时间占全弹道的 80%~90% 以上。

考虑到对中近程导弹而言，其主动段终点高度在 100km 左右，为讨论问题方便，有时将再入点取为与主动段终点等高度的点。

需要指出的是，导弹在主动段运动时，因受到空气动力矩和控制力矩的作用，而产生绕质心的旋转运动。因此，在主动段终点（即自由段起点）处，导弹绕质心的旋转角速度一般不为零，并且由于弹头与弹体分离时的扰动，从而使得在自由段不受空气动力矩和控制力矩作用的弹头不会保持其分离时的姿态，而是以固定的角速度绕其质心自由地转动。

(2) 再入段。再入段就是弹头重新进入稠密大气层后飞行的一段弹道。弹头高速进入大气层后，将受到巨大的空气动力作用，由于空气动力的制动力远远大于重力的影响，这既会引起导弹剧烈的气动加热，也会使导弹作急剧的减速运动。所以，弹头的再入段弹道与自由段有着完全不同的特性。

为了后面集中篇幅研究远程火箭各飞行段的运动规律，在本章中，就地球自身的运动及形状、地球大气、坐标系间方向余弦阵及矢量导数的关系、常用坐标系及其相互转换，以及变质量力学基本原理等进行介绍。

## 1.1 地球的运动及形状

火箭是从地球上发射出去的。我们关心火箭相对于地球的运动状态、轨迹，作为武器系统的导弹，它在地球上的落点位置是关键的参数。因此，必须对地球的运动规律及形状有一定的认识。

### 1.1.1 地球的运动

众所周知，地球作为围绕太阳运动的行星，它既有绕太阳的转动(公转)，也有绕自身轴的转动(自转)。

地球质心绕太阳公转的周期为一年，轨迹为一椭圆。椭圆的近日距离约为 1.471 亿 km，远日距离约为 1.521 亿 km，是一个近圆轨道。

地球自转是绕地轴进行的。地轴与地球表面相交于两点，分别称为地理北极和南极。地球自转角速度矢量与地轴重合，指向地理北极。

地轴在地球内部有位置变化，反映为地球两极的移动，称为极移。极移的原

因是地球内部和外部的物质移动。极移的范围很小，就 1967 年—1973 年的实际情况而论，仅有 15m 左右。

地球除有极移还有进动。地球为一扁球体，过地心作垂直于地轴的平面，它与地球表面的截痕称为赤道。太阳相对地球地心运动的轨道称为黄道。月球相对地心运动的轨道称为白道。由于黄道与赤道不共面(两轨道面的夹角为  $23^{\circ}27'$ )，而白道比较靠近黄道(白道平面与黄道平面的夹角平均为  $5^{\circ}9'$ )，因此，太阳和月球经常在赤道平面以外对赤道隆起部分施加不平衡的引力。如果地球没有自转，该力将使地球的赤道平面逐渐靠近黄道平面。由于地球自转的存在，上述作用力不会使地轴趋向于黄轴，而是以黄轴为轴作周期性的圆锥运动，这就是地轴的进动。地轴的进动方向与地球自转方向相反，进动的速度是每年  $50.24''$ ，因此进动的周期约为 25800 年。黄道平面与赤道平面的交线与地球运行轨道有两个交点，即所谓的春分点和秋分点。春分点是指太阳相对于地心运动时，由地球赤道面以南穿过赤道面的点。秋分点则是太阳由赤道面以北穿过赤道面的点。由于地轴的进动，春分点在空中是自东向西移动的。

此外，由于白道平面与黄道平面的交线在惯性空间有转动，从北黄极看该交线按顺时针方向每年转动约  $19^{\circ}21'$ ，约 18.6 年完成一周，致使月球对地球的引力作用也同样有周期性变化，从而引起地轴除绕黄轴有进动外还存在章动。

由上述简介可见，地球的运动是一种复杂运动。

在研究运载火箭及远程导弹的运动规律时，上述影响地球运动的因素除地球自转外，均不予考虑，因为它们对火箭及导弹飞行运动规律的影响是极小的。因此，本书以后的讨论中即认为地球的地轴在惯性空间内的指向不变，地球以一常值角速度绕地轴旋转。

为了描述地球的自转角速度，则需用到时间计量单位。在很大程度上人们的日常生活由太阳所决定，因此，把真太阳相继两次通过观测者子午圈所经历的时间间隔称为一个真太阳日。但真太阳相对地心的运动是在黄道平面作椭圆运动，真太阳日的长度不是常值，不便生活中使用。为此，人们设想一个“假太阳”，它也和真太阳一样，按相同的周期及同一方向绕地球运行，但有两点差别：①它的运行轨道面是赤道平面，而不是黄道平面；②运动速度是均匀的，等于真太阳在黄道上运动速度的平均速度。这样就将“假太阳”两次过地球同一子午线的时间间隔称为一个平太阳日，一个平太阳日分为 24 个平太阳时。由于平太阳日是从正午开始，这就把同一白天分成两天。为方便人们生活习惯，将子夜算作一日的开始，所以实际民用时要比平太阳时早开始 12 小时。

地球绕太阳公转周期为 365.25636 个平太阳日。从图 1-1 可看出，地球旋转一周所用的时间  $t$  较一个平太阳日要短，即地球在一个平太阳日要转过的角度比  $360^{\circ}$  要多  $360^{\circ}/365.25636 \approx 1^{\circ}$ 。显然，地球绕太阳公转一周时，地球共自转了

366.25636 圈。因此，可得地球自转一周所要的时间为

$$t = \frac{365.25636 \times 24 \times 3600 \text{ s}}{366.25636} = 86164.099 \text{ s}$$

故得地球自转角速度为

$$\omega_e = \frac{2\pi}{t} = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

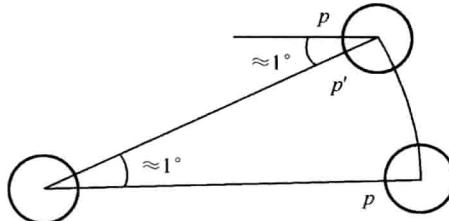


图 1-1 平太阳日与公转关系示意图

### 1.1.2 地球的形状

地球是一个形状复杂的物体。由于地球自转，使其形成一个两极间距离小于赤道直径的扁球体。地球的物理表面也极不规则，近30%是大陆，近70%为海洋。陆地的最大高度是珠穆朗玛峰，高度是8844m；海洋最低的海沟是太平洋的马里亚纳海沟，深度是10911m。地球的物理表面实际上是不能用数学方法描述的。

通常所说的地球形状是指全球静止海平面的形状。全球静止海面不考虑地球物理表面的海陆差异及陆上、海底的地势起伏。它与实际海洋静止表面相重合，而且包括陆地下的假想“海面”，后者是前者的延伸，两者总称大地水准面，如图 1-2 所示。大地水准面的表面是连续的、封闭的，而且没有皱褶与裂痕。故是一个等重力势面。由于重力方向与地球内部不均匀分布的质量吸引作用，因此，大地水准面的表面也是一个无法用数学方法描述的非常复杂的表面。实际上往往

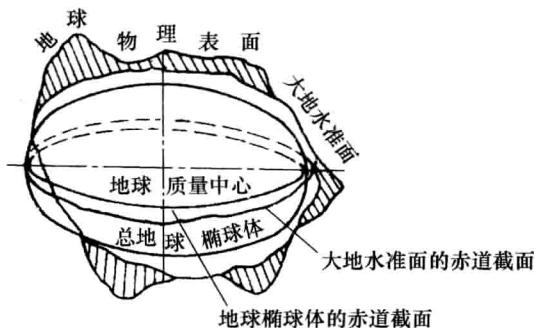


图 1-2 地球物理表面、大地水准面与地球椭球体示意图