

南京航空航天大学  
论文集

(二〇〇六年) 第9册

能源与动力学院

(第4分册)

南京航空航天大学科技部编

二〇〇七年三月

# 能源与动力学院

022系

023系

(第4册)

P

## 目录

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期	类别
1	张先奎 毛建国 金智林	硕士生 副高 博士生	022 022 022	电动自行车用无刷直流电动机 辅助功能控制系统研究	现代电子技术	2006.239.24	
2	翁建生 张斌 汪洋	副高 硕士生 硕士生	022 022 022	汽车动力总成的区间模糊多目 标优化	现代车用动力	2006.123.3	
3	金智林 翁建生 胡海岩	博士生 副高 正高	022 022 013	汽车侧翻及稳定性分析	轻型汽车技术	2006.197.1	
4	张斌 翁建生 汪洋	硕士生 副高 硕士生	022 022 022	汽车动力总成的模糊多目标优 化	轻型汽车技术	2006.199.3	
5	汪洋 翁建生	硕士生 副高	022 022	新型电控机械制动系统动效能 分析	汽车科技	2006.4	
6	汪洋 翁建生 张斌	硕士生 副高 硕士生	022 022 022	车辆EMB制动系统发展简介	轻型汽车技术	2006.199.3	
7	汪洋 翁建生 张斌	硕士生 副高 硕士生	022 022 022	EMB与HB的制动效能对比分 析	轻型汽车技术	2006.200.4	
8	潘松 魏民祥 刘剑林	博士生 正高 硕士生	022 022 022	基于振动信号响应的磁流变减 振器模式推理控制及实验研究	机械科学与技术	2006.25.6	
9	邬勇民 阮米庆	硕士生 副高	022 022	基于虚拟样机技术的扭杆悬架 汽车平顺性仿真	农业装备与车辆工程	2006.8	
10	蒋春明 阮米庆	硕士生 副高	022 022	基于MATLAB的斜齿轮传动 多目标优化设计	传动技术	2006.20.4	
11	倪晋尚 阮米庆	硕士生 副高	022 022	车辆的平顺性优化及仿真试验	现代机械	2006.2	
12	倪晋尚 阮米庆	硕士生 副高	022 022	车辆扭杆悬架的优化设计	北京汽车	2006.3	
13	蒋春明 阮米庆	硕士生 副高	022 022	基于MATLAB的汽车机械式 变速器的可靠性优化设计	轻型汽车技术	2006.6	
14	吴生玉 赵又群	硕士生 正高	022 022	基于虚拟样机技术的车辆振动 模态测试	轻型汽车技术	2006.10	
15	陆子玉 赵又群	硕士生 正高	022 022	四轮转向汽车操纵性和稳定性 联合优化及仿真研究	农业装备与车辆工程	2006.11	
16	冯永华 赵又群 吴杰	硕士生 正高 博士后	022 022 022	非稳态侧风对高速汽车操纵稳 定性影响的仿真研究	农业装备与车辆工程	2006.11	
17	吴生玉 赵又群 张海滨	硕士生 正高 硕士生	022 022 022	非线性车辆瞬态侧倾模型研究 分析	上海汽车	2006.11	

## 目录

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期	类别
18	吴杰 赵又群 杨国权	博士后 正高 博士生	022 022 022	汽车方向盘角输入识别的仿真研究	机械科学与技术	2006.25.10	
19	林棻 赵又群	博士生 正高	022 022	基于遗传算法的驾驶员—汽车闭环系统行驶方向稳定性研究	机械科学与技术	2006.25.10	
20	黄玮 赵又群 杨国权	硕士生 正高 博士生	022 022 022	车轮动载荷计算的虚拟激励法	拖拉机与农用运输车	2006.33.2	
21	赵又群 潘紫微 林棻 张玉华	正高 正高 博士生 正高	022 安徽工大 022 安徽工大	驾驶员对汽车行驶方向稳定性影响的分析方法	中国机械工程	2006.17.6	
22	吴杰 赵又群 杨国权 吴珂	博士后 正高 博士生 高工	022 022 022 外单位	基于逆问题求解的汽车高速操纵性能分析	中国机械工程	2006.17.4	
23	唐豪 L.Wrobel Z.Fen	正高	023 英国 英国	Numerical analysis of the hydrodynamic behaviour of immiscible metallic alloys in twin-screw rheomixing process	Materials and Design	2006.27	
24	毛军逵 徐若颖 常海萍	副高 硕士生 正高	023 023 023	旋转封闭循环小通道内液态金属热驱动换热特性研究	航空动力学报	2006.21.4	
25	毛军逵 白云峰 常海萍	副高 硕士生 正高	023 023 023	旋转状态半受限冲击射流流动和换热特性研究	工程热物理学报	2006.27.6	
26	毛军逵 徐若颖 常海萍	副高 硕士生 正高	023 023 023	流体物性对离心力场热驱动影响的数值研究	南京航空航天大学学报	2006.38.5	
27	毛军逵 杨敏 常海萍 卜继兴	副高 博士生 正高 军代表	023 023 023 外单位	HEAT TRANSFER CHARACTERISTICS OF NEW COOLING TECHNTQUE BASED ON THERMAL DRIVING	Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronau	2006.23.4	
28	缪亚芹 王锁芳 吴恒刚	硕士生 副高 硕士生	023 023 023	多喷管引射器试验研究与数值模拟	南京师范大学学报 (工程技术版)	2006.6.2	
29	缪文静 王锁芳	硕士生 副高	023 023	台阶式蓖齿封严特性的数值模拟	南京师范大学学报 (工程技术版)	2006.6.2	
30	王锁芳	副高	023	Investigations of flows in a new infrared suppressor	Applied Thermal Engineering	2006.26.1	
31	何小民 姚锋	副高 硕士生	023 023	流动和油气参数对驻涡燃烧室燃烧性能的影响	航空动力学报	2006.21.5	

## 目录

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期	类别
32	苏俊卿 何小民	硕士生 副高	023 023	不同进口结构参数下驻涡燃烧室燃烧性能研究	中国航空学会第六届动力年会	2006	
33	许金生 何小民	硕士生 副高	023 023	油气方案影响驻涡燃烧室燃烧性能的研究	中国航空学会第六届动力年会	2006	
34	张彭岗 何小民	博士生 副高	023 023	爆震管内波与火焰相互作用试验研究	中国航空学会第六届动力年会	2006	
35	张净玉 常海萍	副高 正高	023 023	粉末气溶胶抑制热喷流红外辐射特性实验	推进技术	2006.27.4	
36	杨卫华 马国锋 张靖周	副高 硕士生 正高	023 023 023	突片作用下气膜冷却对流传热特性的试验研究	航空动力学报	2006.21.6	
37	李延斌 杨卫华 王磊 张靖周	硕士生 副高 硕士生 正高	023 023 023 023	扰流柱对涡轮叶片尾缘气膜冷却的影响	中国工程热物理学会传热传质学会议	2006	
38	姚玉 张靖周 李永康	硕士生 正高 博士生	023 023 023	带三角形突片气膜冷却结构换热特性的数值研究	航空动力学报	2006.21.4	
39	杨成风 张靖周	博士生 正高	023 023	高旋转雷诺数下预旋进气转-静盘腔流动换热特性	航空动力学报	2006.21.2	
40	杨成风 张靖周	博士生 正高	023 023	仿螺旋肋片通道流动换热特性的数值研究	中国工程热物理学会传热传质学会议	2006	
41	杨成风 张靖周	博士生 正高	023 023	利用楔形突体结构改善气膜冷却效率的数值研究	中国航空学会第六届动力年会	2006	
42	唐正府 张靖周	博士生 正高	023 023	大宽高比二元喷口弯曲混合管数值模拟	中国工程热物理学会传热传质学会议	2006	
43	谭蕾 张靖周 谭晓茗	硕士生 正高 中级	023 023 023	非均匀横流作用下冲击射流冷却的数值研究	航空动力学报	2006.21.3	
44	谭蕾 张靖周	硕士生 正高	023 023	半封闭肋化通道射流冲击换热特性的数值研究	中国工程热物理学会传热传质学会议	2006	
45	谭晓茗 张靖周	中级 正高	023 023	压电驱动自耦合射流速度分布的实验研究	南京航空航天大学学报	2006.38.2	
46	谭晓茗 张靖周	中级 正高	023 023	Transler-Characterstics of a Synthetic Jet impirsement	18th national &7th SHMT-ASME Heat and Mass Transfser Conference	2006	
47	单勇 张靖周	中级 正高	023 023	直升机红外抑制器红外辐射特性的数值研究与实验验证	红外与毫米波学报	2006.25.2	

## 目录

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期	类别
48	单勇 张靖周	中级 正高	023 023	Computation and ualidation for the aerodynamice and infrared radiation characteristics of helicopter infrared radiation suppressor	The first international symposium on Jet Propulsion and pow engineering	2006	

# 电动自行车用无刷直流电动机辅助功能控制系统研究

张先奎,毛建国,金智林

(南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏 南京 210016)

**摘要:**研究电动自行车用无刷直流电动机辅助功能控制系统,提出如何利用脉宽调制 PWM 和综合译码控制来实现电动自行车无刷直流电动机的电子刹车、欠压保护、过加速防抖动、堵转保护、巡航及 1 : 1 助力等辅助功能。实车试验表明该系统能有效地改善电动自行车的舒适性、安全性。

**关键词:**电动自行车;无刷直流电动机;电子刹车;欠压保护;过加速防抖动

中图分类号:TP371+.4

文献标识码:A

文章编号:1004-373X(2006)24-010-03

## Research on the Auxiliary Functions Control System of Brushless DC Motor for Electric Bicycle

ZHANG Xiankui, MAO Jianguo, JIN Zhilin

(College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** The auxiliary functions control system of brushless DC motor for electric bicycle is introduced. An auxiliary functions control system is designed with electric braking, under-voltage protection, over-accelerate vibration avoidance, blocking protection, cruise, 1 : 1 assistance functions. In the system, the speed control handgrip, brake bolt and the rotor-position sensors are used. The experiment results show that this system can improve the comfort and safety of the E-bicycle.

**Keywords:** electric bicycle; brushless DC motor; electric braking; under-voltage protection; over-accelerate vibration avoidance

随着人们环境保护意识的增强,世界范围内一次性能源的枯竭及我国各个城市对电动自行车政策的放开,电动自行车因其轻便、灵活、无污染、价格便宜、美观实用等优点在大中城市已经广泛使用。本文针对行驶中的一些问题介绍了电动自行车用无刷直流电动机辅助功能控制系统的实现方法。该系统能有效改善电动自行车的骑驶舒适性、安全性,同时提高电动机的运行可靠性和使用寿命。

### 1 直流无刷电动机工作方式

无刷直流电动机是一种由永磁同步电动机和换向器组合而成的同步电动机。电动自行车用无刷直流电动机主要包括电动机本体、转子位置检测电路、电子换向电路和直流电源电路部分。其中后面 3 个部分又合称为电机控制器。电子换向电路由辅助功能控制电路和综合逻辑译码电路及驱动电路组成,如图 1 所示。

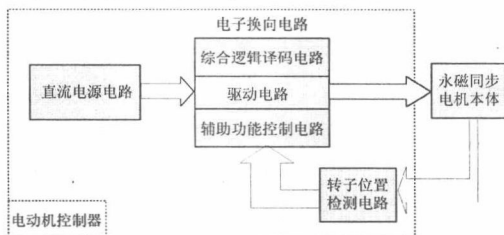


图 1 无刷直流电动机组成

当电机工作时,控制器根据转子位置信号、骑驶者的控制输入和电动机的状态信号,经过辅助功能控制电路和综合逻辑译码电路处理,得到有序的控制信号触发驱动电路中的功率管,进行有序换流,从而使直流电源通过相应的电枢绕组,产生电枢电磁场,电枢电磁场与永磁磁场相互作用产生转矩输出驱动电动车运动,如图 2 所示。

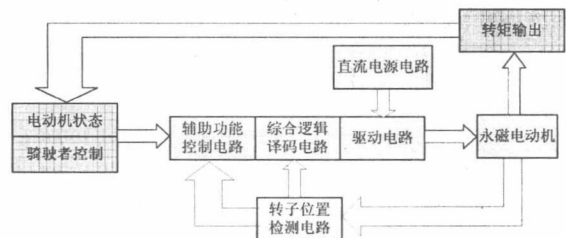


图 2 无刷直流电动机工作过程

### 2 辅助功能控制系统实现

#### 2.1 系统总体结构

辅助功能控制系统的主要目的是为了提高无刷电动机的可靠性、安全性、骑驶舒适性和使用寿命等问题。系统根据骑驶者的控制及电动车的当前状态进行辅助功能的判断,确定相应的功能后,输出脉宽调制(PWM)信号和各种对应的辅助功能控制指令信号到综合逻辑译码电路,译码后的驱动信号序列根据 PWM 和辅助功能设定而改变,变化后的有序控制信号序列驱动电动机进入需要的运行状态,如图 3 所示。

为了解决电动自行车使用中的各种问题,本文研究的辅助功能控制系统分为电子刹车、堵转保护、过加速防抖动、欠压保护、巡航及1:1助力几个部分,系统的控制流程图如图4所示。

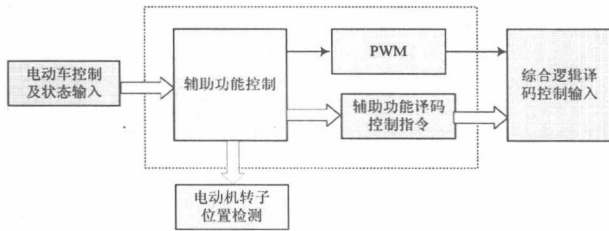


图3 辅助功能控制系统框图

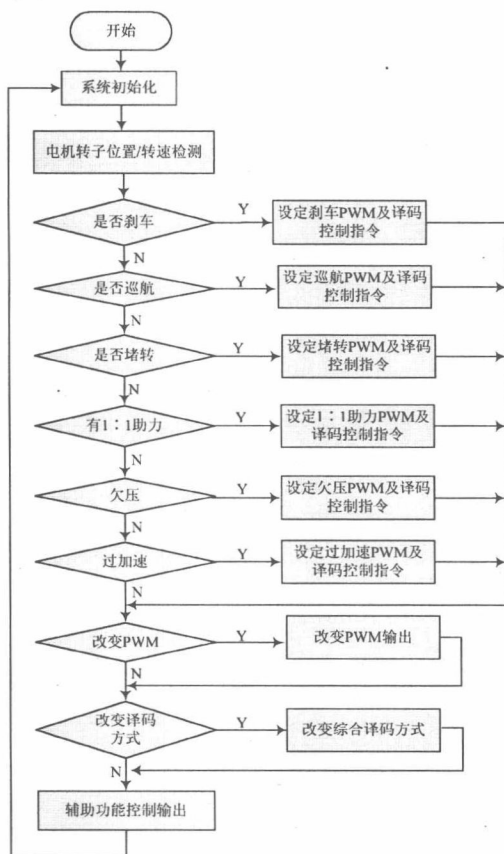


图4 辅助功能控制系统控制流程图

### 2.2 电子刹车

电动自行车大多数是在交通拥挤的大中城市中使用,刹车的使用非常频繁,普通机械式刹车很容易磨损,长时间后导致刹车失效或制动距离过长,容易引起交通事故。电子刹车是在制动时通过特殊的译码处理使电机电枢并联,电机运动时将产生阻止电机转动的阻力矩,达到制动的效果。当系统检测到刹车信号,将对控制功率管通断的PWM参考信号和刹车译码控制指令(FD)进行设定。PWM信号在短时间内从0%渐变到100%,同时刹车译码控制指令打开,综合逻辑译码电路的译码方式将变为刹车

译码方式,电动机随着PWM信号的变化产生渐变的转动阻力矩,起到电子刹车制动效果,如图5所示。

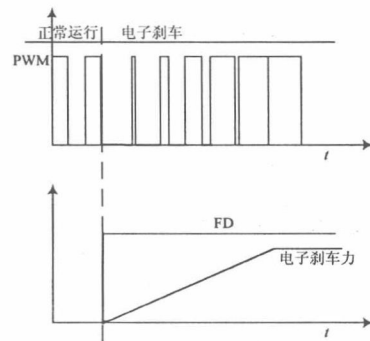


图5 电子刹车控制信号图

### 2.3 堵转保护

在一些特殊的行驶状况下(如电机过载,驱动轮卡死),电动机电枢长时间通过很大的驱动电流而无法转动,电动机控制器和电池将过热甚至烧毁。堵转保护就是为了防止这种情况发生。当系统检测到大电流供电且电机停止转动一定时间后,将关闭PWM信号并向综合逻辑译码电路发送关断控制信号(/KT),从而停止电机工作,如图6所示。

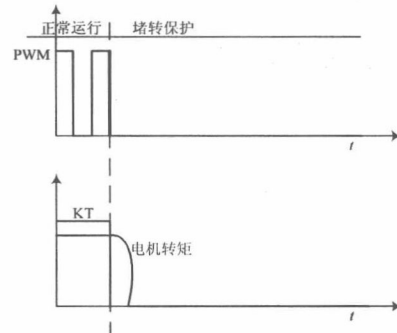


图6 堵转保护控制信号图

### 2.4 过加速防抖动

过加速抖动主要发生在电动车高速行驶时突然刹车后放开刹车把的瞬间,这时调速把没有回到零位,放开刹车后将会会有一个阶跃电流进入电机电枢,产生电机抖动。过加速防抖关键在于松开刹车的短时间内对电枢电流进行渐变控制,防止电流突变。系统在检测到刹车松把信号后对调速把当前电位进行检测,如果电位过高则将PWM信号设定为0%,关闭电子刹车信号(FD)后在短时间内将PWM渐变到调速电位对应值。经过缓变处理后过加速防抖动得到完全解决,如图7所示。

### 2.5 欠压保护

在电动自行车行驶过程中,当电池电压不足时,电动机将不能稳定工作,此时对电动机强行驱动将会使电动机反复启动。欠压保护与堵转保护功能类似,当系统检测到



欠压状态时,PWM 信号将被关闭,KT 信号被设定,电动机工作状态也与堵转保护类似,如图 6 所示。

## 2.6 巡航及 1:1 助力

为了改善骑驶的舒适性,巡航和 1:1 助力得到越来越多的应用。巡航是在速度一定时按下巡航按钮后锁定当前的 PWM 输出直到巡航解除信号到来,这样在巡航期间电机将以按下巡航键时的速度恒定的运行。1:1 助力则是根据骑驶者踩脚踏板的力的大小来控制 PWM 值的增幅,当骑驶者用力踩踏板时电动机将有更大的转矩输出。

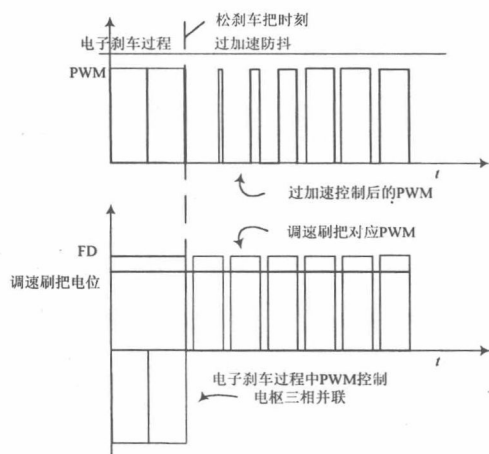


图 7 过加速防抖控制信号图

根据巡航和 1:1 助力控制程序设置的 PWM 值与助力控制指令信号(FZ)被一起送到综合逻辑译码电路,译码后通过驱动电路驱动电机实现电动机速度的恒定控制和 1:1 助力控制。

## 3 结语

本文讨论了电动自行车用无刷直流电动机的辅助功能控制系统,介绍了利用 PWM 和指令控制译码方式来实现无刷直流电动机的辅助功能。该辅助功能控制系统已经进行了实际电动自行车道路行使试验验证,结果表明该系统能有效地改善骑驶的舒适性、安全性,并能延长电动自行车的使用寿命。

## 参考文献

- [1] 何庆领. 无位置传感器电动自行车的研究[D]. 合肥:合肥工业大学,2002.
- [2] 葛荣,张邦武. 电动自行车控制器的设计与实现[J]. 南通职业大学学报,2005,19(2):35-39.
- [3] 梁正峰,王磊. 电动自行车用无刷直流电动机控制系统研究[J]. 电气传动自动化,2004,26(3).
- [4] 阴家龙. 基于 MC3842 的电动自行车充电器的设计[J]. 现代电子技术,2005,28(18):15-16.

**作者简介** 张先奎 男,1981 年出生,南京航空航天大学能源与动力学院,硕士研究生。研究方向为汽车电子控制及测试技术。  
毛建国 男,1957 年出生,南京航空航天大学能源与动力学院,副教授。研究方向为电子控制及测试技术。

(上接第 9 页)

```
end if;
end process;
end one;
```

## 3.4 程序仿真与下载

整个电路的调试 Max + Plus II 中分模块进行,把每一个模块的功能调试仿真正确后,再把整个系统连接起来进行仿真,限于篇幅本文只画出了声音输出模块的时序仿真图形,如图 3 所示。

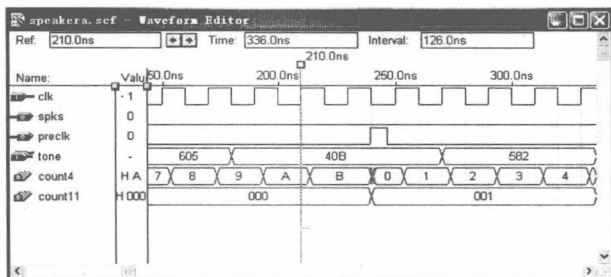


图 3 声音输出模块时序仿真图

从图中可以看出各端口波形仿真正确。程序仿真以后,生成 SRAM 目标文件(\*.Sof),最后通过 ByteBlaster 编程电缆下载到基于 EPF10k10lc84-4 芯片中,经过实际验证,能够演奏歌曲,同时在点阵区域会动态显示相应乐曲名称。

## 4 结语

用 VHDL 硬件描述语言进行电子系统的设计方便灵活,利用 Max + Plus II 软件进行编译优化仿真极大地减少了电路设计时间和可能发生的错误,降低了开发成本,这种设计方法必将在未来的数字系统设计中发挥越来越重要的作用。

## 参考文献

- [1] 曾繁泰,陈美金. VHDL 程序设计[M]. 北京:清华大学出版社,2001.

**作者简介** 吴海青 女,1969 年出生,硕士,讲师。主要从事 EDA 技术研究和教学工作。

文章编号: 1671 - 5446(2006)03 - 0028 - 04

## 汽车动力总成的区间模糊多目标优化

翁建生, 张斌, 汪洋

(南京航空航天大学 车辆工程系, 南京 210016)

**摘要:** 在研究发动机动力总成时, 考虑系统参数的稳健区间, 结合能量解耦, 系统固有频率的合理配置, 动反力和力矩最小各项指标, 运用模糊数学模型, 加入人的主观判决, 使数学模型更真实地满足设计者在不同情况下提出的不同要求。计算实例表明, 该方法有效。

**关键词:** 能量解耦; 动反力; 频率配置; 稳健区间; 模糊多目标优化; DSFD优化设计

中图分类号: TK421.5 文献标识码: B

### Fuzzy Multiple Targets Optimization Method for Vehicle Powertrain System

WENG Jian-sheng, ZHANG Bin, WANG Yang

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, College of Energy and Power Engineering, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In the study of vehicle powertrain system, with the consideration of system parameters stable interval, energy decoupling, reasonable configuration of system inherent frequency and minimum react force and torque, the mathematic model was established to optimize powertrain performance and parameters, such as vibration and mounting system. With fuzzy theory, which can introduce human subjective decision, the model can meet different requirements of the designer in different application. The effectiveness of such method was validated by computation examples.

**Key words:** energy decoupling; dynamic react force; frequency configuration; stable interval; fuzzy multiple target optimization; DSFD optimal design

## 引言

汽车发动机工作中产生的不平衡力和力矩及路面不平度是引起汽车振动的主要激振源, 而发动机一般是通过橡胶悬置连接在车架上的, 因此必须对橡胶悬置系统进行合理的设计来控制发动机干扰力对整车的影响。现行的设计方法主要是通过系统各阶模态能量解耦, 悬置处动反力、力矩最小, 系统固有频率的合理配置为指标。在实现优化的时候一般不考虑作为实际产品的橡胶, 其刚度是在一定范围里变化, 这就使实际系统减振达不到预定的效果。在进行多目标优化时, 目标函数的处理一般也是人为的给定权重, 往往达不

到预期的效果。

本文采用了模糊多目标优化方法结合区间优化理论来解决这个问题, 并建立了优化的数学模型, 采用转轴直接搜索可行方向法 (DSFD) 方法编写了收敛性好, 计算可靠的发动机悬置系统的优化设计程序。

## 1 发动机动力总成的优化模型及目标

动力总成的数学模型为<sup>[1]</sup>:

$$[M] \ddot{X} + [C] \dot{X} + [K]X = 0 \quad (1)$$

• 收稿日期: 2006 - 04 - 05

作者简介: 翁建生 (1960 - ), 男, 江苏泰兴人, 教授, 目前主要从事汽车发动机研究工作。

其中:  $[M]$  及  $[K]$  分别为系统的质量矩阵和刚度矩阵;  $X$  为广义坐标向量  $\{x \ y \ z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z\}$ 。

### 1 系统能量解耦

系统各自由度之间的振动是耦合在一起的,因此加大了各个自由度的振动幅度,各自由度独立时,产生共振的频率宽度比他们之间耦合时小,所以通过解耦可以减小系统的振动幅度。

当以动力总成悬置系统振动模态的能量指标的函数作为其振动模态解耦设计目标时,设动力总成的质量矩阵为  $M$ ,第  $i$  阶模态振型为  $\phi_i$ 。当系统发生第  $i$  阶模态振动时,第  $k$  个自由度上的振动能量占系统总能量的百分比为:

$$B(i, k) = \frac{(\phi_i)_k^2 m_{kk}}{\phi_i^T M \phi_i} \times 100\% \quad (2)$$

式中:  $m_{kk}$  为  $M$  的第  $(k, k)$  元素。  $B(i, k)$  值的大小反映系统在发生第  $i$  阶模态振动时第  $k$  个广义坐标与其它坐标的耦合程度。根据动力总成悬置系统隔振性能要求,要尽量避免垂直方向、侧倾方向与其它方向的振动耦合,提高它们与其它方向的振动解耦程度。

所以本文确定的前 6 个目标为:

$$f_{\min}(i) = 100 - \text{diag}_{\max}(i, :) \quad (3)$$

其中:  $i = 1, \dots, 6$ ;  $\text{diag}_{\max}(i, :)$  为能量矩阵第  $i$  行的最大值。

### 1.2 系统固有频率的配置

合理安排支承 6 个固有频率,可以削弱乃至消除由发动机激发整车的振动。由于该动力总成的怠速转速为 780 r/min,因此怠速状态下主要激振力(矩)频率为 2 阶频率 26 Hz。根据隔振原理,系统的固有频率应该控制在激振频率的  $1/\sqrt{2}$  之下才能有隔振效果,所以固有频率上限设定为 18 Hz,又为了避免悬置系统太软而造成位移过大,固有频率下限设定为 5.5 Hz。本文把频率固定在一定的范围,在优化程序中作为约束处理。

### 1.3 动反力、力矩最小

在动力总成系统工作状态下,受迫振动微分方程可以表示成如下的形式:

$$[M] \ddot{X} + [C] \dot{X} + [K]X = \{F\} \quad (4)$$

由于四缸机的特点,得到  $F$  为:

$$\{0 \ 0 \ 4m \ r \ \omega^2 \ \cos 2\omega t \ M_{\infty} (\alpha + b \sin 2\omega t) \ 0 \ 0\}$$

其中:  $m$  为单缸活塞及往复运动部分质量;  $r$  为曲柄半径;  $\lambda$  为曲柄半径与连杆长度之比 ( $\lambda = r/L$ );

$\omega$  为发动机曲轴角速度 ( $\omega = 2\pi n/60$ ),  $n$  为转速;一般情况下  $[C]$  处理成等效阻尼,且  $C = \eta i$ 。

为了研究方便,只考虑动态力,所以  $F$  可以简化为:

$$\{0 \ 0 \ 4m \ r \ \omega^2 \ \cos 2\omega t \ M_{\infty} b \sin 2\omega t \ 0 \ 0\}$$

所以,系统质心处的振动响应为:

$$\{Q\} = \left[ \frac{1}{(1 + \eta i) [K] - \omega^2 [M]} \right]^{-1} \{F\} \quad (5)$$

通过转化矩阵,可以得到各个悬置的振动响应:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_i & \ddot{y}_i & \ddot{z}_i \end{pmatrix}^T = [E_i] \{ \ddot{Q}(t) \} \quad (6)$$

其中:

$$[E_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \bar{z}_i & -\bar{y}_i \\ 0 & 1 & 0 & -\bar{z}_i & 0 & \bar{x}_i \\ 0 & 0 & 1 & \bar{y}_i & -\bar{x}_i & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

再通过坐标转换,转变到橡胶悬置刚度的坐标中去,乘上相应的刚度矩阵,可以得到某一个支承的动反力  $P_{xi} \ P_{yi} \ P_{zi}$  ( $i$  表示各个悬置)。由此还可以得到动反力和动反力矩的子目标为:

$$f_{\min}(7) = \left( \sum_{i=1}^6 P_{xi} \right)^2 \quad (8)$$

$$f_{\min}(8) = \left( \sum_{i=1}^6 P_{yi} \right)^2 \quad (9)$$

$$f_{\min}(9) = \left( \sum_{i=1}^6 P_{zi} \right)^2 \quad (10)$$

$$f_{\min}(10) = \left[ \sum_{i=1}^6 (y_i P_{zi} - z_i P_{yi}) \right]^2 \quad (11)$$

$$f_{\min}(11) = \left[ \sum_{i=1}^6 (z_i P_{zi} - x_i P_{yi}) \right]^2 \quad (12)$$

$$f_{\min}(12) = \left[ \sum_{i=1}^6 (x_i P_{yi} - y_i P_{xi}) \right]^2 \quad (13)$$

## 2 区域优化理论

目前,动力总成悬置系统支承元件大多数还是采用橡胶元件,由于橡胶的大分子超弹材料的特性,使得橡胶悬置产品的刚度特性变化比较大,理论优化出来的结果,往往在实际应用中起不到良好的效果。

要使优化出来的结果能在实际中有意义,就要使在某优化点附近比较稳定,也就是某一范围内变化不是很大,所以本文采用区间理论分析的方法来解决这个问题。

文献 [2] 给出了区间理论的一种数学模型,该理论是将函数在某点的值用一阶泰勒公式展开,省略高阶成分。然后把区间用最大值和最小

值表示出来:

$$f_{\min}(X^I) = F(X_1^I, X_2^I, \dots, X_n^I) \left\{ \begin{array}{l} P_i(X^I) \leq 0, i=1, 2, \dots, m \\ q_j(X^I) = 0, j=1, 2, \dots, l \end{array} \right. \quad (14)$$

其中:  $X^I = (X_1^I, X_2^I, \dots, X_n^I)$  是结构的区间参数向量。

$$\begin{aligned} f(X^I) &= f(X^C) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(X^C)}{\partial x_i} (X_i^I - X_i^C) = \\ & f(X^C) + \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f(X^C)}{\partial x_i} \right| \Delta X_i \quad | \Delta = \\ & [f(X^C) - \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f(X^C)}{\partial x_i} \right| \Delta X_i, \\ & f(X^C) + \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f(X^C)}{\partial x_i} \right| \Delta X_i] \quad (15) \end{aligned}$$

上述理论的实质就是把对区间优化转化成对中点的优化,本来仅将区间条件作为一组子目标,得:

$$f_{\min}(i) = \text{abs} \left( \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f(X^C)}{\partial x_i} \right| \Delta X_i \right) \quad (16)$$

其中:  $i = 13 \sim 22$ 。

由于四缸发动机的激励引起的  $z$  方向和绕  $x$  方向的振动是主要的,所以  $z$  方向和绕  $x$  方向的振动为主要考察对象,在考虑能量解耦度和动反力、力矩的稳定区间时,仅考虑了上述 2 个方向。加上频率变化的区间,得到以下具体子目标函数:

$f(13) \sim f(18)$ : 各阶固有频率的变化区间;  
 $f(19)$ :  $z$  方向的解耦度变化区间;  $f(20)$ : 绕  $x$  方向的解耦度变化区间;  $f(21)$ :  $z$  方向动反力变化区间;  $f(22)$ : 绕  $x$  方向的动反力矩变化区间。

作为第 13~22 个优化子目标。为了使优化得到的优化区间能够表示成中间点的导数值,本文对稳定区间的取值范围  $\Delta x$ , 取为  $\pm 5\%$ 。实际上就是把优化区间通过泰勒公式表示成中点的一个对称范围,在  $\pm 5\%$  变化范围内,基本满足泰勒公式展开的条件。此处涉及到各个目标的偏导数求解,详细推导过程就不在这里赘述。

### 3 模糊多目标优化

优化设计中,若衡量系统设计方案的优劣的标准只有一个,问题就归结为单目标优化。动力总成支承系统设计方案的优劣需要用多个标准来评价,这是一个多目标优化问题。鉴于各个指标往往彼此矛盾,这种决断带有模糊性,用经典数学方

法研究就受到一定的限制,因此本文采用追求综合评定性比较优越的模糊多目标优化方法,以达到数学模型更真实的模拟动力总成,优化设计中的实际问题和更灵活地满足设计者在不同情况下提出的不同要求。

在多目标优化时,本文根据文献 [3] 的模糊数学理论,采用模糊多目标优化,具体方法如下:

a 首先进行单个目标的优化,找出各个子目标的最大值,也就是最劣值;

b 用各个子目标函数值  $f(i)$  的值除以  $ff(i)$ , 并令  $x = -f(i)/ff(i)$ , 可以得到  $x \in [-1, 0)$ , 再构造函数  $y = B(x)$ ,  $y \in [0, 1)$ , 表示  $y$  为  $x$  的函数。显然对于各个子目标,此时  $y$  越接近 1, 单个目标优化结果越好。

根据模糊数学的定义,这里  $B(x)$  的数值,是  $x$  对于函数  $y$  的最大值 1 的隶属函数,也就是函数值对 1 接近的程度。在此就可以根据实际的需要来定义  $B(x)$ , 这就把人为的因素考虑进去了,考虑本文优化的某轻型卡车振动耦合比较严重,所以优先考虑解耦,并结合其他条件,当解耦条件满足比较好后,再以动反力、力矩为首要条件,所以本文选择的形式:

$$B_i(x) = [1 + 0.5(x - x^2)]^2 \quad (16)$$

其中:  $i = 1 \sim 6, 13 \sim 16, 17 \sim 18$ 。

$$B_i(x) = 2(x + 1) - [1 + 0.5(x - x^2)]^2 \quad (17)$$

其中:  $i = 7 \sim 12, 19 \sim 22$ 。

显然他们关系  $B(x) = x + 1$  对称 (见图 1):

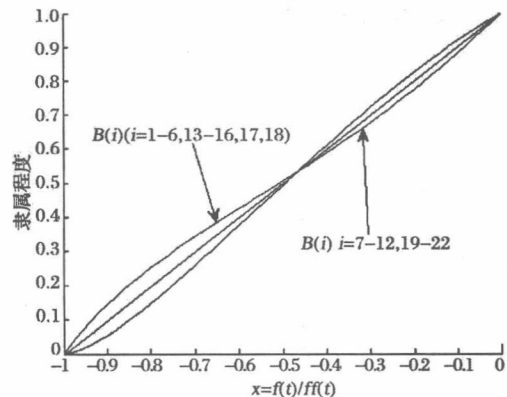


图 1 隶属函数曲线图

c 当得到  $B_i(x)$ , 可以根据模糊代数运算,得到  $f = B_1(x) \wedge B_1(x) \cdots B_{22}(x)$ , 其实质就是要控制满足条件最差的子目标的值,当找到一组优化参数,在  $B_i(x)$  一定的情况下,能够使  $f$  达到最大

值时,就得到了动力总成的一组模糊最优值。在实际应用中,根据实际的要求,可以人为设定最优 $f$ 的最小数值 $m_j$ ,本文,通过一组均匀设计,取其平均值作为优化的最小。当最终的优化结果 $f$ 小于 $m_j$ 时候,优化失败。根据实际的需要,还可以合理地给 $B_i(x)$ 前面乘上一个系数 $C_j(C_j \in (0, 1])$ ,来区分各个子目标的优越性。 $B_i(x)$ 和 $C_j$ 的选择就把人的判决加了进来,可以用来解决不同的问题。

文献[3]给出了上述理论详细的模糊数学的基础并从理论上证明了按照该方法一定能得到系统的一组模糊最优解。

## 4 优化方法

本文采用 DSFD 进行优化,该方法是用转轴

直接搜索法进行搜索,用可行方向法进行收敛判断。在优化前先进行一组均匀设计,选择最优点作为优化的起始点。DSFD 方法对非线性约束问题非常有效。

## 5 动力总成优化实例

动力总成一般优化的目标有悬置安装的角度,安装的位置,悬置的刚度,本文就悬置的刚度进行优化,对上述理论进行验证和说明,并依次采用能量解耦 $f(1) \sim f(6)$ ,前后悬置动反力和力矩 $f(7) \sim f(12)$ 和区间稳定条件 $f(13) \sim f(22)$ ,作为子目标,频率配置作为约束条件。根据上述方法确定 $m_j, B_j(f), C_j$ 。优化结果详见表1~表4。

表1 优化设计前的系统固有频率和振动能量分布表

固有频率 /Hz	能量百分比分布 /%					
	X	Y	Z	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
8.0641	14.0986	0.0436	63.1552	20.1157	22.7213	0.0971
8.5690	71.2517	8.4990	18.3045	3.2251	0.0757	0.2715
8.5690	8.4948	85.5930	1.4572	0.0042	0.0621	3.9467
9.9603	5.5659	0.0037	16.9103	0.6403	76.7038	0.1759
11.9363	0.5549	5.7302	0.0004	1.0990	0.0176	92.5980
15.4805	0.0341	0.1304	0.1725	77.8022	0.4196	1.4412

表2 优化设计后的系统固有频率和振动能量分布表

固有频率 /Hz	能量百分比分布 /%					
	X	Y	Z	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
6.0967	0.2555	85.4711	0.3618	5.6217	0.0302	8.3201
7.9437	0.0186	0.4047	97.4538	0.0177	2.0959	0.0093
9.0869	96.6717	0.7756	0.0614	0.0410	1.1509	1.3814
10.3001	1.1546	0.0093	2.0630	0.0582	96.6918	0.0231
12.2449	1.8975	6.0059	0.0100	2.5315	0.0110	92.6290
13.2805	0.0021	1.3334	0.0500	96.8749	0.1025	2.3629

表3 优化前后动反力

优化状态	X方向的动反力 /N	Y方向的动反力 /N	Z方向的动反力 /N	绕X方向的动反力矩 /N·m	绕Y方向的动反力矩 /N·m	绕Z方向的动反力矩 /N·m
优化前	58.73	20.42	89.79	524.28	218.84	538.21
优化后	64.76	30.28	15.58	110.44	34.43	101.21

(下转第46页)

P层对B层的排序结果:

P	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
P <sub>1</sub>	1.91	1.57	0.97
P <sub>2</sub>	3.00	4.43	2.15
P <sub>3</sub>	4.09	3.00	2.93

总排序结果:

P	A
P <sub>1</sub>	4.08
P <sub>2</sub>	9.24
P <sub>3</sub>	9.56

计算结果表明:工艺方案3的综合评价排序最前,应该选择该套工艺方案。

(上接第31页)从表1,2,3可以看出优化后z方向、绕x轴方向的能量解耦度和z方向的动反力、绕x轴的动反力矩有了明显改善。虽然有个别其他目标没有得到很好的优化,甚至有稍微变大,但是它们不影响全局优化的良好结果。

表4 均匀设计中最值

最值	频率1 /Hz	频率2 /Hz	频率3 /Hz	频率4 /Hz	频率5 /Hz	频率6 /Hz	z方向能量 解耦度	绕x方向能量 解耦度	z方向的 动反力	绕x方向的 动反力
最小值	6.03	7.88	9.10	10.25	12.19	13.02	95.95	95.85	10.18	108.44
最大值	6.10	7.93	9.15	10.32	12.33	13.35	97.14	96.79	21.46	113.15

由表4可以看出采用区间优化后,在刚度某一点变化范围内,目标函数值的变动很小,达到了优化的目的。

## 6 结束语

本文提出了动力总成系统的模糊多目标优化方法,结合区间理论,在满足系统解耦,固有频率,动反力和动反力矩的要求,考虑了系统的稳健性要求。此方法很好地协调了动力总成各个优化目标之间的要求,取得了较好结果。本文所采用的

## 4 结论与建议

a. 运用优化的技术经济评价方法,确定了BOSCH CRS法兰配套项目的评价指标体系及权重,建立了相应的层次分析结构模型,通过矩阵运算得出了工艺方案3为最优工艺方案。

b. 建立了统一规范的工艺方案技术经济评价的流程和方法,计算过程规范,评价结论科学、可信、合理。

c. 建议开发工艺方案技术经济评价相关分析软件,实现计算机辅助评价。

## 参考文献:

- [1] 机械工程手册,电机工程手册编辑委员会. 机械工程手册:综合技术与管理卷[M]. 北京:机械工业出版社,1996.
- [2] 吴天祖,冯勤,欧阳仲健. 技术经济学[M]. 北京:清华大学出版社,2004.

为了验证优化设计结果的稳定性,研究者用优化点 $\pm 5\%$ 范围组成的一组区间,就其进行一组 $30 \times 6$ 均匀试验来检查优化结果,表4列出了均匀试验中最大值和最小值。

DSFD也较好地协调了具有复杂性的频率约束和各个优化目标之间的关系,是发动机动力总成优化设计的实用程序。

## 参考文献:

- [1] 翟晶. 汽车动力总成优化[D]. 南京航空航天大学硕士学位论文,2004.
- [2] 吴杰. 区间参数振动系统的动力优化[J]. 力学学报,2003,(3):21-25.
- [3] 冯英俊. 多目标规划问题FUZZY解的一般形式[J]. 模糊数学学报,1982,2.

# 汽车侧翻及稳定性分析

金智林 翁建生 胡海岩

(南京航空航天大学车辆工程系)

## 摘要

本文通过对三自由度线性汽车侧翻模型的理论分析,得到了侧翻平衡状态动态稳定因子,与静态稳定因子进行了比较。应用劳斯-赫尔维茨稳定性判据得出了汽车侧翻系统平衡状态的稳定条件。通过数值仿真分析得到了汽车结构参数对侧翻平衡区域的影响,并通过实例仿真来验证平衡区域和稳定条件,得到结果与理论分析一致。

关键词:汽车侧翻 动态稳定因子 稳定条件

## 引言

随着汽车工业的不断发展,汽车行驶速度不断地提高,行驶安全性越来越多地受到多方面关注。安全气囊、汽车防抱死系统(ABS)等安全措施广泛应用,对降低汽车碰撞及制动时事故率有显著效果。但是汽车重要安全问题之一——侧翻一直未被重视。根据美国公路安全局(NHTSA)的统计数据表明,在所有交通事故中,汽车侧翻事故的危害程度仅次于汽车碰撞事故,居第二位。汽车侧翻事故带来的损失非常之大,统计数据表明,在欧洲和北美造成人员伤亡的汽车事故中侧翻事故占20%以上<sup>[1]</sup>。

引起汽车侧翻的原因有两种,一种是由于与路面上的障碍物侧向撞击将其“绊倒”引起的绊倒侧翻;另一种是曲线运动时横向加速度过大引起的侧翻。近年来,国内外学者对曲线运动引起侧翻进行了一定的研究,建立三自由度模型<sup>[2][3]</sup>,仿真分析了悬架刚度、阻尼以及汽车结构参数对汽车侧倾角的影响;采用静态稳定因子<sup>[4]</sup>  $SSF=l_w/2h$  即车辆平均半轮距与质心高度之比来研究汽车侧翻。采取不同控制措施来改善汽车抗侧翻能力<sup>[5]</sup>。在这些研究中

忽略了悬架、轮胎特性、车速以及前轮转角对侧翻的影响,而这些因素是引起曲线运动侧翻的主要原因,对侧翻稳定性起很大作用,不能忽略。为了研究汽车侧翻的一般性规律,给汽车抗侧翻设计和控制提供一个理论上的依据,本文对汽车侧翻及其稳定性进行了理论分析,得到了动态稳定因子和平衡态稳定条件,通过数值分析与实例仿真进行验证,得到结果与理论分析一致。

## 1 侧倾模型

建立模型时,作如下假设:汽车作稳态转向,故不考虑纵向运动的影响;忽略空气作用力的大小和

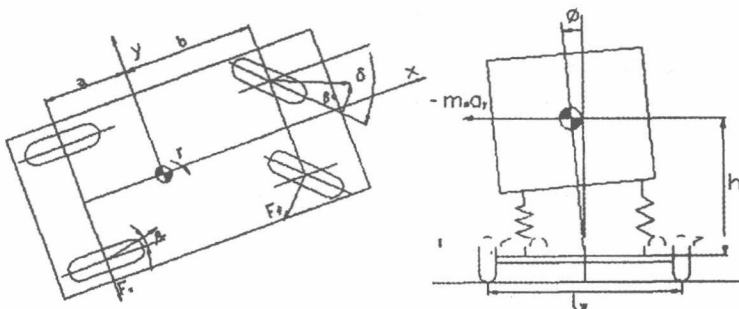


图1 三自由度汽车侧翻模型

$m$ —汽车总质量  $a$ —前轴到质心的距离  $m_s$ —簧载质量  $b$ —后轴到质心的距离  
 $I_x$ —横摆转动惯量  $I_r$ —绕侧倾中心转动惯量  $k_f$ —前轮侧偏刚度  $k_r$ —后轮侧偏刚度  
 $k_\phi$ —悬架侧倾刚度  $c_\phi$ —悬架侧倾阻尼系数  $V$ —汽车横向速度  $U$ —汽车行驶速度  
 $h$ —重心高度  $l_w$ —汽车轮距宽度  $r$ —横摆角速度  $\delta$ —前轮转角  $\phi$ —侧倾角

方向;忽略悬架及轮胎的非线性因素;忽略非簧载质量以及前后轴不同特性对侧翻的影响;同时假设侧倾角很小,横向速度以及横摆角速度相对车速很小,均可以先行化处理。建立如图 1 所示三自由度线性汽车侧倾模型<sup>[2]</sup>,包括了汽车的侧向运动、横摆运动以及侧倾运动。

根据牛顿定律可得:

$$\begin{cases} ma_y - m_s h \ddot{\phi} = 2F_r \cos \delta + 2F_l & (1) \\ I_x \ddot{r} = 2aF_l \cos \delta + 2bF_r & (2) \\ I_x \ddot{\phi} - m_s h a_y = m_s g h \sin \phi - c_\phi \dot{\phi} - k_\phi \phi & (3) \end{cases}$$

其中横向加速度  $a_y = \dot{V} + rU$

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{(-2k_r \beta_r \cos \delta - 2k_l \beta_l) I_x + m_s^2 h^2 g \sin \phi - m_s h k_\phi \dot{\phi} - m_s h c_\phi \dot{\phi} - (m I_x - m_s^2 h^2) U r}{m I_x - m_s^2 h^2} \\ f_2 &= \frac{2b k_r \beta_r - 2a k_l \beta_l \cos \delta}{I_x} \quad f_3 = x_4 \\ f_4 &= \frac{(-2k_r \beta_r \cos \delta - 2k_l \beta_l) m_s h + m_s h m g \sin \phi - m k_\phi \dot{\phi} - m c_\phi \dot{\phi}}{m I_x - m_s^2 h^2} \\ \gamma &= (\delta, U, m, m_s, h, I_x, k_r, k_l, k_\phi, c_\phi, a, b) \end{aligned}$$

## 2 汽车侧翻系统稳定性理论分析

### 2.1 平衡状态解

令方程(4)左端为零,得到汽车侧翻系统的平衡状态解  $X_0 = (V_0, r_0, \phi_0, \dot{\phi}_0)^T$

$$\begin{cases} v_0 = (2k_l L b - m U^2 a) r_0 / (2k_l L) \\ r_0 = \frac{U \delta / L}{1 - \frac{m U^2}{L^2} \left( \frac{a}{2k_r} - \frac{b}{2k_l \cos \delta} \right)} \\ \phi_0 = m_s h U r_0 / (k_\phi - m_s h g) \\ \dot{\phi}_0 = 0 \end{cases}$$

其中:  $L = a + b$

同时,汽车转弯时内侧轮胎的垂直载荷  $F_{in}$  会减小。当它减小为零时,内侧轮胎离地,汽车将会发生

轮胎侧向力:

$$F_l = -k_l \beta_l \quad F_r = -k_r \beta_r$$

$$\text{前轮侧偏角 } \beta_l = \arctan\left(\frac{V+ar}{U}\right) - \delta$$

$$\text{后轮侧偏角 } \beta_r = \arctan\left(\frac{V+br}{U}\right)$$

把轮胎侧向力以及横向加速度代入方程(1) (2)

(3)得到:

$$\dot{X} = f(X, \gamma), \quad X, f \in R^4 \quad (4)$$

其中:

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (V, r, \phi, \dot{\phi})^T \quad f = (f_1, f_2, f_3, f_4)^T$$

侧翻危险。根据绕外侧轮胎与地面接触点的力矩平衡关系可得

$$F_{in} l_w + m_s h a_y - m g (l/2 - h \phi) = 0$$

即平衡态侧翻约束要求:

$$F_{in} = \frac{m g (l/2 - h \phi) - m_s h a_y}{l_w} \geq 0 \quad (5)$$

将  $X_0$  代入(5)式可得到平衡态侧翻约束条件为:

$$\frac{2h k_\phi U^2 \delta}{g L l_w (k_\phi - m_s h g)} \leq 1 - \frac{m U^2}{L^2} \left( \frac{a}{2k_r} - \frac{b}{2k_l \cos \delta} \right) \quad (6)$$

### 2.2 平衡态稳定性分析

把方程(4)在  $X = X_0$  处按泰勒公式进行一阶展开得到:

$$\dot{X} = A(\gamma)(X - X_0) + g(\gamma) + O(|X - X_0|^3) \quad (7)$$

其中  $A(\gamma)$  为雅克比矩阵,即:



$$A(\gamma) = \begin{bmatrix} \frac{2I_x(k_f \cos \delta + k_r)}{(m_s h^2 - mI_x)U} & \frac{2I_x(bk_r - ak_f \cos \delta)}{(mI_x - m_s h^2)U} & \frac{m_s h(m_s hg - k_\phi)}{mI_x - m_s h^2} & \frac{-m_s hc_\phi}{mI_x - m_s h^2} \\ \frac{2(bk_r - ak_f \cos \delta)}{I_x U} & \frac{-2(a^2 k_r \cos \delta + b^2 k_f)}{I_x U} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{2m_s h(k_f \cos \delta + k_r)}{(m_s h^2 - mI_x)U} & \frac{2m_s h(bk_r - ak_f \cos \delta)}{(mI_x - m_s h^2)U} & \frac{m(m_s hg - k_\phi)}{mI_x - m_s h^2} & \frac{-m_s c_\phi}{mI_x - m_s h^2} \end{bmatrix}$$

对应矩阵  $A(\gamma)$  的特征多项式为:

$$P = \gamma^4 + a_3 \gamma^3 + a_2 \gamma^2 + a_1 \gamma + a_0$$

由参数物理意义可知  $mI_x - m_s h^2 > 1$ , 根据劳斯·赫尔维茨稳定判据, 可以得到系统平衡状态解的稳定性条件为:

$$\begin{cases} \frac{mU^2(ak_f \cos \delta - bk_r)}{2k_f k_r L^2 \cos \delta} < 1 & (8-a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_s hg < k_\phi & (8-b) \end{cases}$$

根据(6)式平衡态侧翻约束条件以及(8)式平衡状态解的稳定性条件, 定义一个动态稳定因子为:

$$DSF = \frac{\frac{1}{U^2} \frac{m_r}{L^2} \left( \frac{a}{2k_r} - \frac{b}{2k_f \cos \delta} \right)}{2hk_\phi \delta / gLl_w (k_\phi - m_s hg)} \quad (9)$$

则汽车侧翻系统的稳定条件为  $DSF > 1$ , 随着  $DSF$  值减小, 汽车稳定性越差。

与传统的静态稳定因子相比, 动态稳定因子具有以下特点:

①其它参数一定时, 与静态稳定因子  $SSF$  稳定性评价保持一致。从(9)式可知  $DSF$  跟  $l_w$  成正比, 与  $h/(k_\phi - m_s hg)$  成反比, 因此随着轮距  $l_w$  增大以及重心高度  $h$  的减小,  $DSF$  值越大, 可以提高汽车稳定性。同时可以看出通过减小重心高度提高汽车稳定性的效果比增加轮距宽度效果要好。而在静态稳定因子中两者效果是一样的。

②动态稳定因子反映了汽车侧翻的动态性能稳定性, 包含了车速、前轮转角、轮胎以及悬架变形等因素对汽车侧翻稳定性的影响。从(9)式可知, 随着车速增加、方向盘转角增大、悬架抗侧翻刚度减小,  $DSF$  值减小, 降低汽车稳定性。定义前后轮胎侧偏刚度比为  $\mu = k_r / k_f$ , 通过(9)式简化可得到随着  $\mu$  增大, 即增大前后轮胎侧偏刚度比值,  $DSF$  值减小, 降低汽车稳定性。

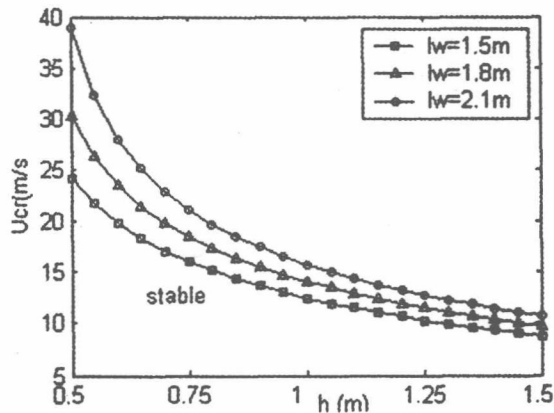
③动态稳定因子反映了汽车质心纵向位置对汽车侧翻稳定性的影响。把  $b = L - a$  代入(9)式简化可

得到随着  $a$  增大, 即汽车重心位置后移,  $DSF$  值减小, 使汽车更接近  $s$  侧翻危险。

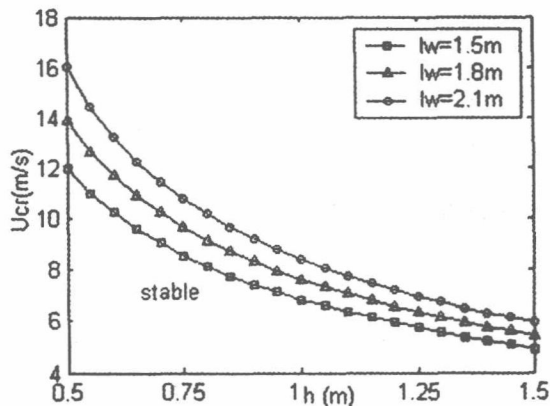
### 3 数值仿真

#### 3.1 平衡区域

根据平衡态侧翻稳定因子  $DSF > 1$  的条件, 用数值仿真可以得到临界车速与重心高度平面内  $u_{cr} - h$  的关系曲线。当  $u < u_{cr}$  时为汽车侧翻系统稳定区域, 该区域随着轮距宽  $l_w$  的增加而扩大, 随着方向盘转角  $\delta$  增加而缩小, 如图 2(a)~3(c)所示。



(a)  $\delta = 10^\circ$



(b)  $\delta = 30^\circ$