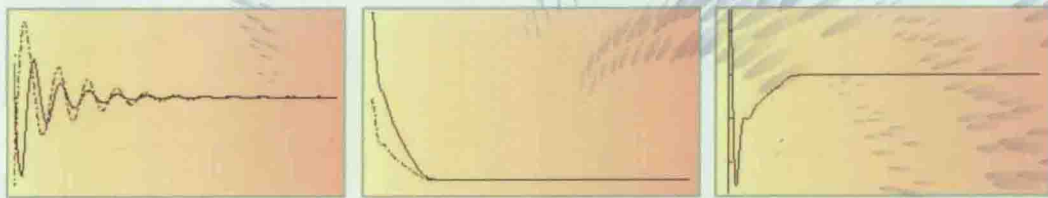





● 苏亚坤 王焕清 滕明岩 编著

# 基于T-S模糊模型的非线性系统的控制与滤波设计

The Design of Control and Filtering for Nonlinear Systems Based on T-S Fuzzy Model



 辽宁科学技术出版社  
LIAONING SCIENCE AND TECHNOLOGY PUBLISHING HOUSE

辽宁省优秀自然科学著作

# 基于T-S模糊模型的非线性系统的控制与滤波设计

苏亚坤 王焕清 滕明岩 编著

辽宁科学技术出版社

沈 阳

© 2014 苏亚坤 王焕清 滕明岩

### 图书在版编目 (CIP) 数据

基于 T-S 模糊模型的非线性系统的控制与滤波设计 / 苏亚坤, 王焕清, 滕明岩编著. —沈阳: 辽宁科学技术出版社, 2014.5

(辽宁省优秀自然科学著作)

ISBN 978-7-5381-8596-6

I. ①基… II. ①苏… ②王… ③滕… III. ①非线性系统 (自动化)—模糊控制②非线性系统 (自动化)—滤波器—设计 IV. ①TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 093817 号



出版发行: 辽宁科学技术出版社  
(地址: 沈阳市和平区十一纬路 29 号 邮编: 110003)

印刷者: 沈阳新华印刷厂

经销者: 各地新华书店

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 5.25

字 数: 150 千字

印 数: 1 ~ 1000

出版时间: 2014 年 5 月第 1 版

印刷时间: 2014 年 5 月第 1 次印刷

责任编辑: 李伟民

特邀编辑: 王泰安

封面设计: 嵘 嵘

责任校对: 李淑敏

书 号: ISBN 978-7-5381-8596-6

定 价: 30.00 元

联系电话: 024-23284360  
邮购热线: 024-23284502  
<http://www.lnkj.com.cn>

# 《辽宁省优秀自然科学著作》评审委员会

## 主任：

康捷 辽宁省科学技术协会党组书记、副主席

## 执行副主任：

黄其励 东北电网有限公司名誉总工程师

中国工程院院士

辽宁省科学技术协会副主席

## 副主任：

金太元 辽宁省科学技术协会副主席

宋纯智 辽宁科学技术出版社社长兼总编辑 编审

## 委员：

郭永新 辽宁大学副校长

陈宝智 东北大学安全工程研究所所长

刘文民 大连船舶重工集团有限公司副总工程师

李天来 沈阳农业大学副校长

刘明国 沈阳农业大学林学院院长

邢兆凯 辽宁省林业科学研究院院长

辽宁省科学技术协会委员

吴春福 沈阳药科大学校长

辽宁省科学技术协会常委

张兰 辽宁中医药大学附属医院副院长

王恩华 中国医科大学基础医学院副院长

李伟民 辽宁科学技术出版社总编室主任 编审

## 前 言

控制系统广泛存在于人们的日常生活中，无论是航空领域，工艺生产线，还是普通的家用电器，都受到人们的普遍关注。至今为止，线性系统的分析与设计已形成了一套完整的理论体系，并获得了巨大的成就。但是，随着社会生产规模的不断扩大，现实世界中存在着大量复杂的多变量系统，这类被控对象往往具有非线性、时变性、多参数间的强烈耦合、反应机理复杂、检测困难等特点。另外，环境条件的变化、系统给定输入的变化以及系统负载的变化等往往未知或存在不确定性，这种条件下如果采用线性系统的分析与设计，所研究的系统的性能品质会下降到难以接受的程度，因此，当前理论界面临的一个明显的挑战就是非线性复杂系统的分析和设计问题。

为了更好地研究现实世界中大量的复杂的非线性系统的性能，研究者针对不同类型的非线性控制系统提出了不同的稳定性分析及控制估计方法。然而，目前所提出的方法仍然处于发展阶段，仍然有很多不足，例如，保守性强、实际应用性差、研究范围有限等。基于以上分析，本书从实践和理论两方面出发，紧跟非线性时滞系统的滤波器的基本原理和实际应用，介绍了有区间时滞的非线性系统的镇定问题及带有时变时滞的非线性连续系统和离散系统 $H_\infty$ 滤波设计问题。内容安排上力求循序渐进，推导过程也力求翔实，希望对读者有所启发。

本书的出版得到了辽宁省科学技术协会和国家自然科学基金天元基金（No11226139）的支持，在此表示感谢。

由于作者水平有限，书中的缺点和错误在所难免，敬请专家、读者批评指正。

编著者

2014年3月

# 目 录

<b>1 绪论</b> .....	001
1.1 T-S模糊模型及Lyapunov意义下的T-S模糊系统的稳定性研究状况 .....	001
1.1.1 基于T-S模型的模糊逻辑系统 .....	001
1.1.2 Lyapunov意义下的T-S模糊系统的稳定性研究状况 .....	003
1.2 滤波问题概述及非线性 $H_\infty$ 滤波研究状况 .....	005
1.2.1 滤波问题发展概况 .....	005
1.2.2 基于T-S模糊模型的Lyapunov意义下的 $H_\infty$ 滤波研究状况 .....	006
1.3 本书的研究意义和内容 .....	007
<b>2 T-S模糊时滞系统的时滞相关镇定</b> .....	009
2.1 引言 .....	009
2.2 T-S模糊系统 .....	010
2.3 T-S模糊系统的稳定性理论 .....	010
2.4 模糊控制器设计 .....	014
2.5 仿真例子 .....	016
2.6 结论 .....	018
<b>3 带有时滞的非线性连续系统的<math>H_\infty</math>滤波设计</b> .....	019
3.1 引言 .....	019
3.2 问题描述 .....	020
3.3 基于T-S模糊模型的鲁棒 $H_\infty$ 滤波分析 .....	022
3.4 模糊系统的 $H_\infty$ 滤波设计 .....	026
3.5 仿真例子 .....	031

3.6 结论 .....	034
<b>4 带有时滞的非线性离散系统的<math>H_{\infty}</math>滤波设计</b> .....	<b>035</b>
4.1 引言 .....	035
4.2 问题描述 .....	035
4.3 基于T-S模糊模型的鲁棒 $H_{\infty}$ 滤波分析 .....	037
4.4 $H_{\infty}$ 滤波设计 .....	043
4.5 数值例子 .....	050
4.6 结论 .....	052
<b>5 基于时滞分割的非线性连续系统的<math>H_{\infty}</math>滤波设计新方法</b> .....	<b>053</b>
5.1 引言 .....	053
5.2 问题描述 .....	053
5.3 模糊系统的 $H_{\infty}$ 滤波分析 .....	056
5.4 模糊系统的 $H_{\infty}$ 滤波设计 .....	061
5.5 数值例子 .....	065
5.6 结论 .....	066
<b>6 结论与展望</b> .....	<b>068</b>
6.1 本书的主要研究结果和创新点 .....	068
6.2 未来研究展望 .....	069
<b>参考文献</b> .....	<b>070</b>

# 1 绪论

自20世纪50年代以来,线性系统理论不仅在理论上已逐步完善,也成功应用于国防和各种工业控制中。随着现代工业对控制系统性能要求的不断提高,传统的线性反馈控制已很难满足各种实际需要。这是因为大多数实际控制系统往往是非线性的,采用近似的线性模型虽然能够更容易地分析系统的各种特性,但是却很难刻画出系统的非线性的本质,线性系统的动态特性已不足以解释许多常见的实际非线性现象。另一方面,计算机和传感技术的飞速发展,也为我们实现各种复杂非线性控制算法奠定了硬件基础。因此,80年代以来,非线性系统的控制问题受到了国内外控制界的普遍重视。

由于构成客观世界的万物是千变万化、错综复杂的,在事物属性、万物间的联系和施加于事物上的各种“作用因素”等方面均具有模糊性,加上人类对万物的观察与思维都是极其粗略的,语言表达是暧昧的,逻辑推理是定性的,毫不在乎地容纳着许多矛盾,因此“模糊概念”更适合于人们的观察、思维、理解和决策。模糊控制是基于这种思想产生的,其实质是相关领域的专家知识和熟练操作人员的经验,转化成模糊化后的语言规则,通过模糊推理与模糊决策,实现对复杂系统的控制。它不仅适用于常规的非线性单变量系统,而且逐渐向大规模、非线性复杂系统扩展。它具有易于熟悉、可靠性高、实用性强、能获得专家知识和熟练操作经验的良好自动化效果等优点。

20世纪70年代初,Zadeh在模糊映射、模糊推理等方面进行了大量的研究工作,特别是模糊知识表示、语义变量、模糊规则和模糊图等概念的提出和完善,开创了模糊控制新历程,也为模糊建模和模糊控制的发展奠定了坚实的理论基础。模糊控制理论的研究主要包括五个方面:自适应、自学习模糊控制理论的研究、模糊推理策略的研究、模糊辨识模型的研究、模糊控制系统稳定性的研究及模糊控制器的硬件实现。

## 1.1 T-S模糊模型及Lyapunov意义下的T-S模糊系统的稳定性研究状况

### 1.1.1 基于T-S模型的模糊逻辑系统

T-S模糊模型是Takagi和Sugeno于1985年提出的,它是复杂非线性系统模糊建模中一种典型的模糊动态模型,其主要特点为:其前提部是依据系统输入、输出间是否存在局部线性关系来进行划分;而其结论部是由多项式线性方程来表达,从而构成各条规则间的线性组合,使非线性系统的全局输出具有良好的线性描述特性。利用模糊逻辑系统



的非线性映射能力, T-S模糊系统都能够对定义在一个致密集上的复杂非线性系统做到任意精度上的一致逼近, 相关的万能逼近定理如下:

**定理 1.1:** (万能逼近原理) 对于定义在致密集 $U \in R^n$ 上的任何连续函数 $g$ 及任意的正数 $\varepsilon$ , 必存在一个模糊逻辑系统 $f$ , 使得下列不等式成立:

$$\sup_{x \in U} |f(x) - g(x)| < \varepsilon$$

以上结论推广到离散非线性函数仍然成立, 由此有推论 1.1 成立:

**推论 1.1:** 对于任何的 $g \in L_2(U)$ 和任意的正常数 $\varepsilon$ 。式中,  $U \in R^n$ 为致密集,  $L_2(U) = \left[ g: U \rightarrow R \mid \int_U |g(x)|^2 dx < \infty \right]$ , 且积分是 Lebesgue 意义上的, 那么必存在一个模糊逻辑系统 $f$ , 使得下列不等式成立:

$$\int_U |f(x) - g(x)|^2 dx < \varepsilon$$

对于一个多输入—多输出 (MIMO) 的非线性动态系统, 如果用基于 T-S 模糊模型的状态空间方程来描述后件, 则模糊规则可以写成:

Rule  $i$ : IF  $\mu_1(t)$  is  $M_{i1}$  and  $\dots$  and  $\mu_g(t)$  is  $M_{ig}$ , THEN

$$sx(t) = A_i x(t) + B_i u(t), i = 1, 2, \dots, r \quad (1.1)$$

式中, 当系统为连续系统时,  $sx(t) = \dot{x}(t)$ ; 当系统为离散系统时,  $sx(t) = x(k+1)$ ;  $r$  为模糊规则数,  $M_{ij} (j=1, \dots, g)$  为模糊集,  $\mu_1(t), \dots, \mu_g(t)$  为模糊规则的前件变量。通过单点模糊化、乘积推理及重心清晰化法, 可得出系统 (1.1) 的全局模糊模型

$$sx(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mu(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)), i = 1, 2, \dots, r \quad (1.2)$$

式中,

$$\mu(t) = [\mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_g(t)]$$

$$h_i(\mu(t)) = \frac{\omega_i(\mu(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(\mu(t))}$$

$$\omega_i(\mu(t)) = \prod_{j=1}^g M_{ij}(\mu_j(t))$$

规范化的模糊隶属度函数 $h_i(\mu(t)) \geq 0$ , 且有 $\sum_{i=1}^r h_i(\mu(t)) = 1$ 。

针对基于 T-S 模糊模型的非线性系统的控制器设计问题, 目前普遍应用的方法为并行分布补偿法 (Parallel distributed compensation, PDC), 即模糊控制器采用与式 (1.1) 相同的模糊规则前件, 并根据 T-S 模糊系统的每个局部线性模型设计一个线性反馈控制律, 而全局控制输出就是每一个独立控制律的模糊综合。PDC 模糊控制器可以描述为

Rule  $i$ : IF  $\mu_1(t)$  is  $M_{i1}$  and  $\dots$  and  $\mu_g(t)$  is  $M_{ig}$ , THEN

$$\mu(t) = K_i x(t), i = 1, 2, \dots, r \quad (1.3)$$

式中,  $K_i$ 为需要设计的控制器分布补偿增益, 则控制律 (1.3) 的全局输出为

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mu(t)) K_i x(t), \quad i=1, 2, \dots, r \quad (1.4)$$

T-S模糊系统虽然表面上与线性时变系统、多面体不确定系统以及切换系统等有很大相似之处, 但其本质上是非线性动态系统, 与上述系统有很大的不同之处, 详细比较结果如下:

(1) T-S模糊系统不同于线性时变系统。如果定义

$$A(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mu(t)) A_i, \quad B(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mu(t)) B_i$$

那么式 (1.2) 可改写成  $\dot{s}x(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$ 。从形式上看这是一个线性时变系统, 但是, 模糊隶属度函数  $h_i(\mu(t))$  的变化具有方向性, 如果我们施加一个有效的控制量, 那么  $A(t)$  和  $B(t)$  就会逐渐趋向于一个定常矩阵  $A$ , 此时控制系统处于期望的平衡点; 而当出现外界噪声干扰或系统参数摄动时,  $A(t)$  和  $B(t)$  又会在  $h_i(\mu(t))$  的作用下向新的平衡点移动, 这一点与无方向性的线性时变系统是不同的, 也正是因为这个原因, T-S模糊控制系统具有很强的鲁棒性, 可用于工程实时控制。

(2) T-S模糊系统不同于多面体不确定线性系统。如果将模糊隶属度函数  $h_i(\mu(t))$  看作是多面体不确定线性系统中各顶点间的关联系数, 那么在形式上二者是类似的。但值得注意的是, 在任意时刻  $t$ , 系统 (1.3) 的  $h_i(\mu(t))$  都是可知的, 由此可设计出本质非线性的PDC模糊控制器, 实现对复杂非线性系统的有效控制。相比之下, 多面体不确定线性系统中各顶点间的关联系数则无法获知, 所以只能设计保证各顶点系统稳定的线性反馈控制器, 其结果无法推广到非线性控制系统。

(3) T-S模糊系统不同于线性切换系统。在模糊系统中, 系统状态矩阵  $A(t)$  和  $B(t)$  是在一定范围内连续变化的, 在任意两个相邻时刻都不会出现突然的参数跳变, 从某种意义上说, 这是一种软切换。而切换系统则不同, 在某一确定时刻, 系统状态方程是按照一定的切换规律进行跳变, 中间没有任何过渡过程, 因此, 对系统的稳定性具有较大的破坏作用, 使得控制器设计非常困难。总体而言, T-S模糊模型不同于其他的系统, 自身存在着显著的优势和特点, 经过近半个世纪的不断发展和完善, 它已经成为利用成熟的线性系统理论解决非线性问题的有效工具。

### 1.1.2 Lyapunov意义下的T-S模糊系统的稳定性研究状况

稳定性是模糊控制系统中十分重要的性能指标和研究课题, 因为只有对模糊控制系统建立有效的稳定性标准, 才能从理论角度设计基于模型的模糊控制器, 才能建立合理的具有优良性能指标的模糊控制规则。而模糊模型本质是非线性的, 所以其稳定性分析显得尤为困难。进入20世纪90年代以来, 模糊系统的稳定性分析主要是基于T-S模糊模型进行的, 稳定性结论也大多是在Lyapunov意义稳定性框架下得到的。

1992年Takagi基于T-S模糊模型研究了离散模糊系统的稳定性问题，其稳定性判据是在Lyapunov直接法基础上得到的，归结为寻找一个公共的正定矩阵 $P$ ，使其满足 $m$ 个不等式（其中 $m$ 是模糊规则数），但是该方法的局限性在于对于实际控制对象，单个变量一般至少用5~7条规则，若是多个变量，则变量组合以后模糊规则数很大，在这种情况下要寻找一个适合所有规则的公共的正定矩阵 $P$ 是困难的。

1995年Kim基于T-S模糊模型分析了语言模糊状态空间模型在Lyapunov意义下的稳定性问题，结果表明即使一些子系统含有不稳定矩阵，全局系统仍能稳定，同时给出一种简化稳定性判断的梯度算法。Kiriakidis等讨论了离散模糊T-S模型的稳定性问题并给出稳定性判据。他们描述的模型和Tanaka所描述的模型的区别在于模型中可以带偏差项，并利用线性矩阵不等式来求解公共的正定矩阵。Tanaka等利用并行分布补偿的概念提出T-S模糊闭环系统的稳定性设计方法，要求判定公共正定矩阵 $P$ 的存在性，把稳定性分析和设计问题转化为一组线性矩阵不等式的求解问题，可以同时求解公共矩阵 $P$ 和控制器增益。

1971年，Willems提出了线性矩阵不等式（Linear matrix inequality, LMI）的概念，在此基础上，Wang和Tanaka等人首先提出了采用线性矩阵不等式技术进行T-S模糊控制系统稳定性分析与设计的方法。Wang还给出了模糊控制系统镇定控制器的设计方法——并行分布补偿（PDC）设计方法。Liu和Ding利用LMI方法得到了保守性更低的连续T-S模糊系统和离散T-S模糊系统稳定条件。基于LMI的模糊控制理论有效解决了如何利用Lyapunov方法分析和设计模糊控制器的重要问题，同时也确立了模糊控制理论研究的一个重要方向。

以上方法都是利用单一的Lyapunov函数得到的T-S模糊系统的稳定条件，由于T-S模糊系统是复杂的非线性系统，用单一的Lyapunov函数分析其稳定性势必存在很大的保守性。针对这一问题，Teixeira, Wang和吴淮宁等将模糊隶属度函数的信息引入到模糊系统的稳定性分析中，主要思想是针对模糊系统的推理方法，采用和模糊系统相对应的加权系数，得到相对应的加权Lyapunov函数，进而研究其稳定性。这种方法与以往的公共Lyapunov函数方法相比条件更为宽松，其缺点是在对Lyapunov函数求导时需要求解隶属函数的导数，而不同系统的隶属函数均不相同，因此不便于系统化设计和分析，而且计算量也很大，在系统阶数高，且规则数多的情况下很难求解。与上述文献的研究方法不同，Feng认为，Lyapunov的选择对系统的稳定性分析有着直接影响，因此他针对离散和连续T-S模糊系统，提出了一种基于分段Lyapunov函数（PiecewiseLyapunov Function, PLF）的稳定判据，试验结果表明该判据也具有较小的保守性。2004年，针对目前时滞相关方法存在的局限性，何勇又提出了自由权矩阵方法，极大减少了原有结论的保守性。受这一方法启示，众多学者又在此基础上提出了非线性系统的时滞相关镇定方法。

## 1.2 滤波问题概述及非线性 $H_\infty$ 滤波研究状况

### 1.2.1 滤波问题发展概况

实际系统总是存在或多或少地受到各种干扰,在对系统状态进行估计时,若假设系统未受到各种干扰,很显然这是对现实系统的一种理想化过程,估计出来的结果也是不准确的。所以,如果我们要对系统作出确切的描述,就应当考虑到来自系统本身的或是对系统进行观测过程中随机带来的各种干扰的影响。通常情况下,对于这些不可控制的干扰,根据性质的不同可以区分为确定型干扰和随机型干扰,其中前者可以测量,而后者不可以测量,在状态估计过程中,我们特别关心的是随机型干扰,即通常所称的噪声。

滤波问题就是指在存在噪声干扰情况下,运用已知(过去和当前)的观测数据对系统的状态进行估计,其通常描述如下:

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)\omega(t) \quad (1.5)$$

$$y(t) = h(x, t) + k(x, t)\omega(t) \quad (1.6)$$

式中,  $x(t) \in R^n$  表示状态向量,  $y(t) \in R^p$  表示观测向量,  $\omega(t) \in R^r$  表示噪声干扰。在  $T$  时刻,对系统(1.5)进行滤波,就是根据已知的测量值

$$y_T = \{y(t): t \leq T\} \quad (1.7)$$

设计一个函数

$$F: L_2[0, T, R^p] \rightarrow L_2[0, T, R^n]$$

即

$$\hat{x}(t) = F\left(\frac{1}{t}\right) \quad (1.8)$$

这就是通常所说的滤波器。

滤波理论的发展主要经历了以下几个阶段:

第一阶段:维纳滤波和卡尔曼滤波。

1940年维纳首先将随机概念引进控制和通信理论中,提出了维纳滤波,并且成为其后研究的基础。20世纪60年代以后,美籍匈牙利数学家卡尔曼以状态方程为其数学工具,采用时域法提出了卡尔曼滤波。虽然维纳滤波理论和卡尔曼滤波在许多领域内得到应用并有所发展,但各自存在不足之处,例如维纳滤波不能直接推广到非平稳过程的滤波问题中,而卡尔曼滤波算法具有易发散的缺点。

第二阶段: $H_\infty$ 滤波。

所谓 $H_\infty$ 滤波就是针对滤波系统存在模型不确定性和外界干扰不确定性的情况下,将 $H_\infty$ 范数引入到滤波问题中,构建一个滤波器使得从干扰输入到滤波误差输出的 $H_\infty$ 范

数最小。 $H_{\infty}$ 滤波问题实际上是一个极大极小估计问题,通常指当所有噪声的能量达到最大时,状态估计误差的能量达到最小。可以证明当外部信号的能量谱密度具有不确定性时, $H_{\infty}$ 滤波性能是最理想的性能指标。 $H_{\infty}$ 滤波的优点不仅在于其对噪声统计特性的不敏感性,而且研究表明 $H_{\infty}$ 滤波对系统参数不确定性的敏感程度也较低。

第三阶段:鲁棒滤波。

以上两个阶段中,通常假设系统的结构特性和参数以及随机噪声模型是精确可知的,但是当系统的结构和参数及噪声模型含有不确定性时,以上方法将无法得到满意的效果,于是出现了针对参数不确定模型的系统状态估计问题,即鲁棒滤波问题。近年来人们对不确定性系统控制的研究推动了鲁棒滤波这一领域的发展。

现今出现的鲁棒滤波问题主要分为两类:一是极小化最坏情况时从噪声输入到估计误差输出的传递函数的 $H_{\infty}$ 范数为目标,这称为鲁棒 $H_{\infty}$ 滤波;另一种方法是构造状态估计器使得估计误差的协方差限制在一定范围内,这类似于卡尔曼滤波问题,称为鲁棒 $H_2$ 滤波。鲁棒 $H_2$ 滤波的目的是使估计误差的方差限制在一定范围内,即在任何容许的不确定性情况下,滤波器所产生的估计误差的协方差是有界的。鲁棒 $H_{\infty}$ 滤波的研究对象是具有参数不确定性的系统,目标是使该系统由噪声输入到估计误差输出的传递函数的 $H_{\infty}$ 范数性能指标得到满足。相对而言,鲁棒 $H_2$ 滤波是目前比较流行的一种滤波算法,针对线性系统已经形成了比较成熟的理论。而本书主要针对非线性系统,研究了鲁棒 $H_{\infty}$ 滤波设计问题。

### 1.2.2 基于T-S模糊模型的Lyapunov意义下的 $H_{\infty}$ 滤波研究状况

现实中大部分系统都是非线性的,如舰船和飞机的惯性导航系统,工业过程控制系统和社会经济系统等。对于这些非线性系统的滤波问题,线性系统的滤波方法已经不适用,所以非线性系统滤波方法的研究显得尤为重要。目前比较流行的非线性系统的 $H_{\infty}$ 滤波设计方法之一就是基于T-S模糊模型提出来的,文献分别基于Lyapunov稳定性理论研究了离散系统的 $H_{\infty}$ 滤波器的实际问题。

另一方面,时滞是工业系统中常常出现的现象,如生产对象的内部时滞、数字系统的常时滞处理等,多方试验已经证明时滞的出现将导致系统不稳定和系统性能变差。对于时滞系统,无论是稳定性分析还是控制器设计通常采用两种准则:一是时滞独立准则,基于该准则设计的控制器是与时滞大小无关的,因此它适合于时滞很大的情况;另一种准则是时滞相关准则,该准则设计的控制器与时滞大小有关,它适合于时滞很小的情况。通常在时滞很小时,时滞相关准则设计的控制器与时滞独立情况相比,其保守性低。对于时滞系统,通常采用以下两种方法来设计控制器:一是基于Riccati方程方法,另一种是基于线性矩阵不等式方法,目前比较流行的是后者。与控制器设计方法类似,时滞系统的滤波器设计也主要依赖于上述的两种准则。有的文献是基于时滞相关准则设计的滤波器,通过线性矩阵不等式研究方法,得到滤波器存在的充分条件。通过引入一个不等式,将非线性矩阵不等式变成线性矩阵不等式,并通过矩阵解耦等技术求得

线性矩阵不等式的可行解, 然后得到滤波器的参数矩阵。有的文献是基于时滞独立准则给出了基于T-S模糊模型的非线性离散系统的 $H_2/H_\infty$ 滤波器存在的充分条件, 通过引入自由权矩阵得到滤波器的参数矩阵。

最近, 越来越多的人开始研究非线性不确定时滞系统的鲁棒滤波器设计问题。有人针对一类不确定的非线性时滞系统提出一种依赖时滞的鲁棒 $H_\infty$ 和 $L_2-L_\infty$ 滤波方法, 更特别的是, 非线性满足全局李普希兹条件, 且参数不确定性位于一个多凸型内, 分别采用 $H_\infty$ 和 $L_2-L_\infty$ 性能指标, 设计全阶和降阶滤波器, 保证对于所有不确定性和所有可能的有界能量的干扰输入, 滤波误差系统的噪声抑制水平限制在给定的范围内。与以前的结果相比, 有人在以下几方面作出了贡献: ①将某些结果扩展到同时出现参数不确定和非线性不确定的更一般的一类系统中。②滤波器设计采用了依赖时滞方法。③全阶滤波器和降阶滤波器问题都以一个统一的框架求解。

有人针对多时滞离散非线性系统, 根据Lyapunov稳定性理论, 设计时滞独立的 $H_\infty$ 滤波器。首先, 采用模糊T-S模型描述多时滞离散非线性系统, 考虑了非线性系统模糊建模误差, 但需要它满足一定的边界条件, 然后得到与时滞大小无关的模糊 $H_\infty$ 滤波器存在的一个充分条件, 这个充分条件能够保证滤波器满足 $H_\infty$ 性能指标和渐近稳定性的要求。为了得到滤波器的待求参数矩阵, 根据矩阵不等式的性质, 将矩阵不等式转化为线性矩阵不等式, 这样, 就将滤波器的设计问题转化为求解LMI的可行解问题, 为了得到性能更好的模糊 $H_\infty$ 滤波器, 需要求解满足LMI条件的最小的噪声抑制水平, 采用具有全局收敛能力的凸优化技术求解滤波器的参数矩阵。由于滤波器设计时考虑了建模误差, 因此该模糊 $H_\infty$ 滤波器具有一定的鲁棒性。

### 1.3 本书的研究意义和内容

随着社会的进步和工业生产的快速发展, 工程系统中的控制对象越来越复杂, 往往具有高度非线性、不确定性和时滞等特点, 因此研究非线性时滞系统的控制与估计问题具有重要的理论意义和实际应用价值。目前, 基于T-S模型的非线性时滞系统控制与滤波理论已取得了一些研究成果, 但这方面的研究方兴未艾。本书的主要内容包括以下几个方面。

第1章: 首先回顾了模糊控制理论发展起源及概况; 其次介绍了T-S模糊模型及近几年来基于T-S模糊模型的Lyapunov意义下的稳定性研究成果; 再次简单介绍了滤波发展历史及目前非线性滤波研究状况; 最后在阐述本文研究意义的基础上, 列出了本书研究的主要内容。

第2章: 研究了同时具有输入时滞和状态时滞的T-S模糊系统的镇定问题。通过引入模糊自由权矩阵和构造模糊权依赖型Lyapunov-Krasovskii泛函, 并结合三重积分, 基于线性矩阵不等式的可解性给出了时滞相关意义下控制器设计的新方案。所提出的方案不仅保证了闭环系统的渐近稳定, 而且所提出的控制器结构简单, 设计方法明了, 仿真

例子验证了该方法的有效性。

第3章：研究了时滞非线性连续系统的 $H_\infty$ 鲁棒滤波的设计方法。在该方案的设计过程中，首先构造了一个新的Lyapunov-Krasovskii泛函，然后通过引入自由权矩阵及矩阵解耦等方法，基于线性矩阵不等式给出了 $H_\infty$ 滤波设计方法。所提出得设计方案不仅保证了滤波误差系统是渐近稳定的，同时保证了误差系统在零初始条件下对于给定常数 $\gamma > 0$ 满足 $H_\infty$ 性能指标。3个仿真例子充分表明了所提出得设计方案的有效性及其优越性。

第4章：在第3章的基础上对带有区间时滞的非线性离散系统的 $H_\infty$ 滤波问题作了进一步的研究。首先选取了更多地考虑系统方程中各项间相互关系的Lyapunov-Krasovskii泛函，然后再利用同第3章类似的方法，通过引入自由权矩阵和利用矩阵解耦等办法给出了 $H_\infty$ 滤波设计的新方案。在这里需要指出的是，因为选取了不同的Lyapunov-Krasovskii泛函且引入了自由权矩阵，所以在设计过程中成功避免了应用Moon不等式所带来的保守性。最后的结论同样是以线性矩阵不等式的形式给出的，仿真例子也充分表明了所提方法的有效性和优越性。

第5章：针对带有区间时滞的非线性连续系统的 $H_\infty$ 滤波设计作进一步研究。该设计过程中首先基于时滞分割思想构造了Lyapunov-Krasovskii泛函，放宽了前两章中需要在固定区间选取公共正定矩阵的约束；其次通过引入自由权矩阵处理了Lyapunov-Krasovskii泛函求导过程中产生的交叉项；再次，结合矩阵解耦凸组合的方法给出了 $H_\infty$ 滤波设计的充分条件，使得误差系统在零初始条件下是渐近稳定的且满足 $H_\infty$ 性能指标；在本章的最后通过数值例子进一步验证了所提方法的有效性。

第6章：总结了本书的研究工作，并展望了未来的工作。

## 2 T-S模糊时滞系统的时滞相关镇定

### 2.1 引言

目前,对线性系统的稳定性分析与控制方法的研究已经形成了一套完整的理论体系,这些理论及方法在工程上得到了广泛的应用,并获得了巨大的成就。然而严格地说,真正的现实世界中线性系统是不存在的,即一切实际系统都是非线性的。所谓的线性系统只是人们基于理想状况提出的数学模型,因此,现有的基于线性系统的研究结果和方法难以应用到现实中那些复杂的非线性系统当中,所以研究非线性系统的稳定性分析与控制问题既具有重要的理论意义,同时也具有重要的实际意义。T-S模糊模型能够充分利用非线性系统局部信息和专家控制经验,对复杂多变的非线性系统进行任意精度的逼近,它的主要思想是用线性模型作为后件来表达每条模糊语句所表征的建模对象的局部动态特性,然后通过模糊隶属函数将这些线性模型综合起来而构成全局模糊模型。因此近年来,它已经成为众多专家学者研究非线性系统的重要方法之一。

此外,由于时滞是控制系统中常见的现象,例如化工过程,远程通信等,它常常是导致系统不稳定和降低系统性能的主要原因。在过去的几十年里,针对非线性时滞系统的稳定性分析与控制问题,众多国内外学者都作了深入的研究,已有大量成果面世,结果大体分为两种:时滞无关准则和时滞相关准则,前者同时滞的大小无关,后者与时滞大小相关。通常情况下,由于时滞相关准则包含系统的时滞信息,因此相对于时滞无关稳定、镇定方法,它具有更小的保守性,尤其是当时滞很小的时候。

然而,尽管目前已有大量文献基于T-S模糊模型研究了非线性系统的稳定与镇定问题,但仍然存在一些问题需要进一步探讨,例如大部分已有文献的结果都是通过单一的Lyapunov-Krasovskii泛函推导出来的,这也就需要在基于T-S模糊模型的非线性系统中的各局部线性模型上寻找共同的Lyapunov-Krasovskii泛函,很显然会在一定程度上加大所得结论的保守性。此外,现有的研究结果通常假定时滞的下限为零,很少考虑系统具有区间时滞的情况,这就导致了通常的稳定性条件用于客观存在的区间时滞系统中会产生保守性的现象;另一方面,现有关于T-S模糊时滞系统的控制器设计中也很少考虑控制输入中带有时滞的问题。

基于上述研究,本章考虑了具有输入时滞和状态时滞的T-S模糊系统的镇定问题。通过引入模糊自由权矩阵和模糊权依赖型Lyapunov-Krasovskii泛函,基于线性矩阵不等式的可解性,给出了时滞相关意义下控制器设计的新方案。仿真例子验证了该方法的有效性。



## 2.2 T-S模糊系统

考虑T-S模糊时滞模型, 其第*i*条模糊规则为

Rule *i*: IF  $\theta_1(t)$  is  $N_{i1}$  and  $\dots$  and  $\theta_g(t)$  is  $N_{ig}$ , THEN

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + A_{di} x(t-d(t)) + B_i u(t-d(t)), \quad t > 0 \\ x(t) &= \varphi(t), \quad t \in [-\tau_2, 0] \end{aligned} \quad (2.1)$$

式中,  $\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_g(t)$  代表前件变量;  $N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ig}$  代表模糊集;  $x(t) \in R^n$  代表系统状态向量;  $u(t) \in R^m$  代表控制输入;  $A_i, A_{di}, B_i$  是具有适当维数的系统系数矩阵;  $i \in S = 1, 2, \dots, r$ ,  $r$  是模糊规则数;  $\varphi(t)$  是定义在  $t \in [-\tau_2, 0]$  上的初始函数;  $d(t)$  代表时变时滞, 且满足

$$\tau_1 \leq d(t) \leq \tau_2, \quad \dot{d}(t) \leq \mu \quad (2.2)$$

式中,  $\tau_1, \tau_2, \mu$  为正数。

若采用单点模糊化、乘积推理和重心清晰化法, 上述模糊系统 (2.1) 的动态模型可表示为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) \{ A_i x(t) + A_{di} x(t-d(t)) + B_i u(t-d(t)) \} \quad (2.3)$$

式中,

$$\begin{aligned} \theta(t) &= [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_g(t)] \\ \lambda_i(\theta(t)) &= \prod_{j=1}^g N_{ij}(\theta_j(t)) \\ h_i(\theta(t)) &= \frac{\lambda_i(\theta(t))}{\sum_{i=1}^r \lambda_i(\theta(t))}, \quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned}$$

式中,  $N_{ij}(\theta_j(t))$  是  $\theta_j(t)$  在模糊集  $N_{ij}$  上的隶属度函数, 因此

$$\lambda_i(\theta(t)) \geq 0, \quad i \in S, \quad \sum_{i=1}^r \lambda_i(\theta(t)) > 0$$

显然下列等式成立:

$$h_i(\theta(t)) \geq 0, \quad i \in S, \quad \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) = 1$$

## 2.3 T-S模糊系统的稳定性理论

首先来研究当  $u(t-d(t)) = 0$  时, 带有区间时滞的模糊系统的时滞相关稳定性条件。自治系统的模型为

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(t)x(t) + \bar{A}_d(t)x(t-d(t)) \quad (2.4)$$