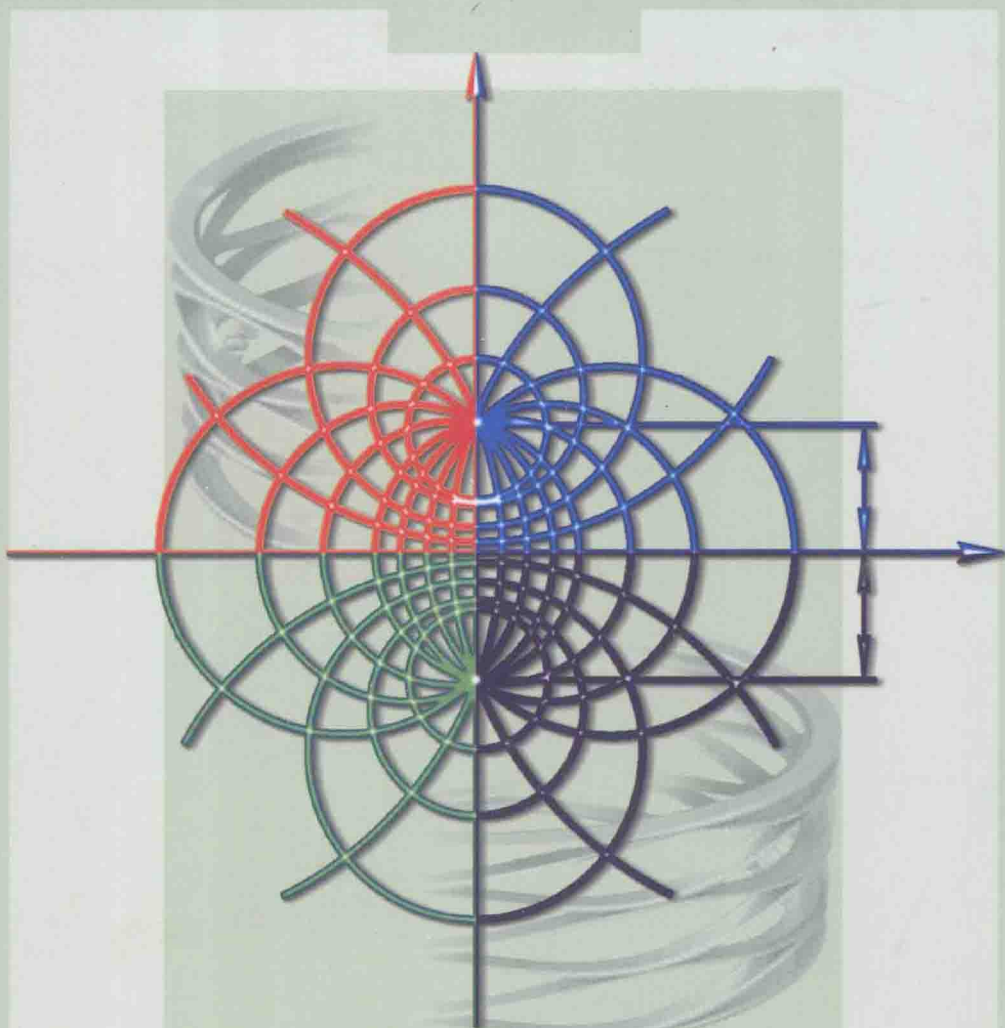


弹性力学手册

(日) 中原一郎 渋谷寿一 土田荣一郎 著
笠野英秋 辻 知章 井上裕嗣

关正西 李跃明 译 王铁军 审校

弹性学
ハンドブック



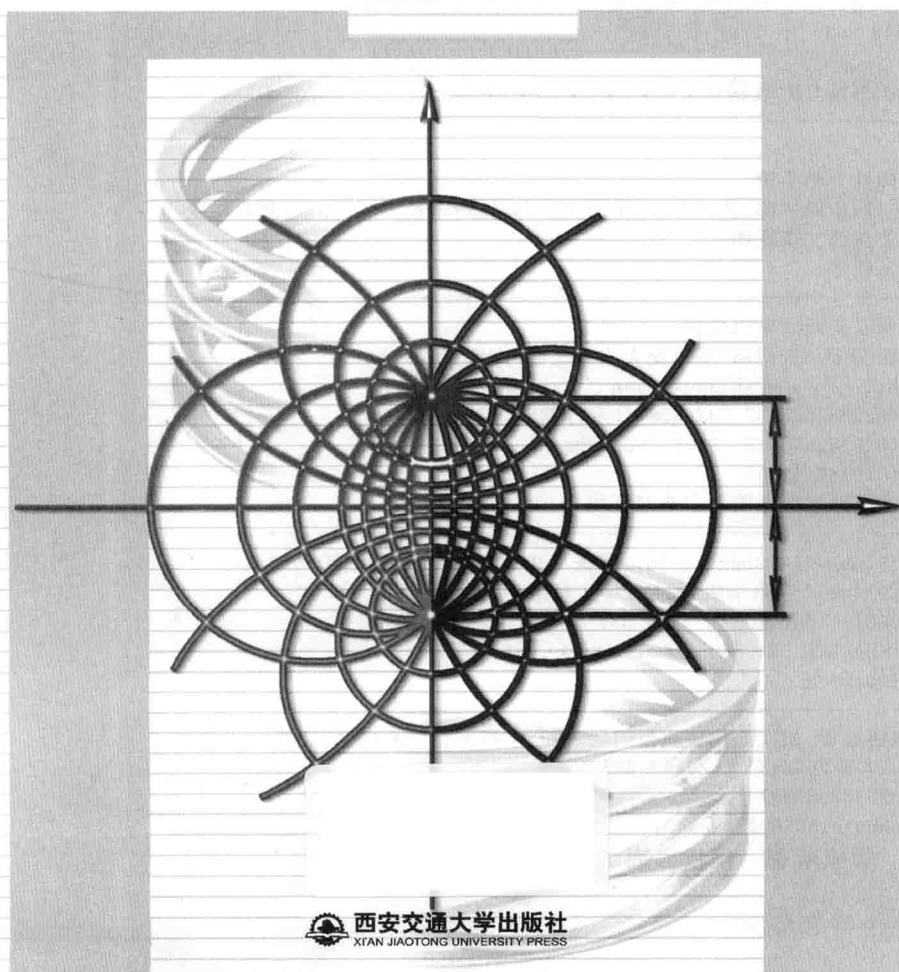
西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

弹性力学手册

(日) 中原一郎 渋谷寿一 土田荣一郎 著
笠野英秋 辻 知章 井上裕嗣

关正西 李跃明 译 王铁军 审校

弹性学 ハンドブック



DANSEIGAKU HANDBOOK

© ICHIRO NAKAHARA & TOSHIKAZU SHIBUYA & EIICHIRO TSUCHIDA & HIDEAKI KASANO
& TOMOAKI TSUJI & HIROTSUGU INOUE 2001

Originally published in Japan in 2001 by ASAKURA PUBLISHING CO., LTD.

Chinese (in simplified character only) translation rights arranged
through TOHAN CORPORATION, TOKYO.

陕西省版权局著作权合同登记号: 25-2012-074 号

图书在版编目(CIP)数据

弹性力学手册/(日)中原一郎等著;关正西,李跃明译;王铁军审校.

——西安:西安交通大学出版社,2014.3

ISBN 978-7-5605-6053-3

I. ①弹… II. ①中… ②关… ③李… ④王… III. ①弹性力学-手册 IV. ①0343-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 038784 号

书 名	弹性力学手册
著 者	[日]中原一郎, 渋谷寿一, 土田栄一郎, 笠野英秋, 辻 知章, 井上裕嗣
译 者	关正西 李跃明
审 校 者	王铁军

出版发行	西安交通大学出版社
地 址	西安市兴庆南路 10 号交大出版大厦(邮编:700048)
网 址	http://www.xjupress.com
电 话	(029)82668357 82667874(发行部) (029)82668315 82669096(总编办)
传 真	(029)82669097
印 刷	中煤地西安地图制印有限公司

开 本	787mm×1092mm 1/16	印 张	40	字 数	1141 千字
版次印次	2014 年 4 月第 1 版	2014 年 4 月第 1 次印刷			
印 数	0001~1500 册				
书 号	ISBN 978-7-5605-6053-3/O·456				
定 价	198.00 元				

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。

订购热线:(029)82665248 (029)82665249

投稿热线:(029)82665397

读者信箱:banquan1809@126.com

版权所有 侵权必究



译者的话

自上个世纪六十年代以来,东京工业大学机械工程学院材料力学研究室在津村利光的后任者中原一郎教授的领导下,进行了关于二维弹性理论、三维弹性理论、热应力、冲击应力等方面的理论和实验研究工作,取得丰硕成果。他们花费了十多年时间,收集、整理了自己保存和积累的该领域基础资料,吸纳了团队和世界各地同行研究成果中的精华部分,以手册的形式总结了弹性理论及其应力分析方法。

本手册共十一章,包含了弹性学历史、弹性学基础理论、平面弹性理论、等截面杆的扭转、等截面梁的弯曲、平板的弯曲、空间弹性理论、弹性接触理论、热应力、动弹性理论、应变能、各向异性弹性理论等内容,几乎涉及到弹性理论的所有领域。作者集基础资料和迄今为止的研究成果之大成,将其整理编辑成册,奉献给广大的力学工作者,实属难能可贵。本书的最大特点是回避了难解的数学表达,通过大量公式,简明易懂地作了论述,并含有多个应用分析案例,而这对于固体力学研究者和工程技术人员来说,是非常实用的。

由于本书的上述特点,为便于国内同行研究工作和工程应用参考使用,由关正西、李跃明教授进行了翻译。王铁军教授对全书作了认真细致地审校。李录贤教授以及研究生李述清、马仁利和谭园园提供了帮助,西安交通大学出版社赵丽萍编审等为手册的出版付出许多辛劳,在此一并表示感谢。

原著的日文书名为《弹性学ハンドブック》,直译为“弹性学手册”。弹性学和弹性力学其内涵并无本质区别,只是侧重点不同,这在本手册第 60 页已有解释。考虑到本书的主要内容及我国力学科技工作者的习惯称谓,我们将该书名译为《弹性力学手册》。

由于译者水平有限,译文中错误之处在所难免,敬请读者批评指正。

译者

2013. 5

出版前言

本书以手册形式总结了弹性理论及其应力分析方法,避免难解的数学表达,简明易懂地作了阐述,含有多个分析案例,对研究者和工程技术人员非常有用。

知道由外力引起的内力,即应力状态,是防止结构破坏的第一步,为了知道应力状态,自古以来,就研究过多种方法。最有效的是基于数理分析的方法。这促进了材料力学的发展。继材料力学之后,为了更正确地掌握应力状态而发展起来的就是弹性学。材料力学中的弹性应力分析方法也属于弹性学范畴,本书不再赘述。弹性学,自 18 世纪以来,由于数学家、物理学家和工程技术人员的尽力研究,已发展成为最系统化的学科之一。到了 19 世纪,一系列弹性理论基本方程式被确立,“对于给定的边界条件,该方程式的解仅存在一个”,所谓“解的唯一性”得到证明,在各种边界条件下,推导出这个方程式的精确解,是进入 20 世纪取得的最辉煌成果。

20 世纪初发现的应力集中现象引起了研究者的兴趣,他们用弹性理论阐明了各种应力集中现象。后来,弹性理论又拓展到等截面杆的扭转和弯曲、二维应力、平板的弯曲、三维应力、壳、屈曲、热应力、冲击应力、各向异性体、有限变形等领域。

20 世纪初期手摇计算机的应用,使得理论的计算结果能够用数值和图表来表示了。

20 世纪中期,应力测试方法有了快速的进步,基于弹性理论分析的结果,可用实验来确认其正确性。

也在 20 世纪中,开发了高张力钢和高张力合金钢,从防止断裂的立场出发,裂纹在这些材料中的扩展成了重要的研究课题。20 世纪后半叶,用弹性理论研究裂纹尖端的应力强度因子的工作开展得非常活跃,其结果是极大地促进了断裂力学的发展。

20 世纪中叶诞生的电子计算机迅速地发展,使得在复杂边界条件下的计算工作也成为可能。另一方面,与电子计算机共同发展起来的有限元方法,并没有削弱对实物的应力分析,依据这个方法的数值计算结果,与依据理论得到的精确解比较,进一步保证了其可信度。

且说,弹性学的教科书或专业书不少,但是,目前弹性学的内容很多,然而,包含弹性理论众多领域的书籍却很少。作为名著,到 20 世纪初集弹性理论之大成的是 A. E. Love 的著作:《数学弹性理论》(Mathematical Theory of Elasticity) [第 1 版(1892 年),第 4 版(1927 年)],关于 20 世纪前半叶的弹性理论,推荐 S. P. Timoshenko 的著作:《弹性理论》(Theory of Elasticity) [俄文,第 1 版(1914 年,1916 年),英文,第 1 版(1934 年)]。在日本,出版了小野监正著:《材料力学》(1922 年),清水笃磨著:《弹性学》(1937 年),仓西正嗣著:《弹性学》(1948 年)。其它的还有以二维弹性理论、三维弹性理论、弹性力学、应用弹性力学等名称出版的许多教科书和专业书。

但是,不管理解这些专业书还是理解研究论文都是有难度的。两者在内容深度上有很大的差异。本书的目的就是弥补这二者之间的鸿沟。而弹性理论的发展过程和日本机械学会论

文集的文章也是按理论类别刊登。如果能向有志于用弹性理论进行应力分析的人士引荐过去的研究成果也是件幸运之事。

有句谚语叫“温故而知新”。在迎接 21 世纪之际,集弹性理论之大成,期待能成为进一步发展的基石。有志者齐心协力,汇集成本书。但是,弹性理论的分支非常广泛,感到遗憾的是尚有很多理论没有吸纳进来。书中内容是执笔者们研究领域的重点,由于包含了弹性理论的主要方面,通过本书能够知道该理论的概要。

本书的出版,应对朝仓书店编辑部的辛苦劳动表示诚挚的感谢。最后,期望各位读者批评指正,以使本书再版更为完善。

中原一郎
2000 年 12 月

编者序

从上个世纪六十年代以来,在津村利光的后任者中原一郎领导下,东京工业大学机械工程学院材料力学研究室,精心进行了关于二维弹性理论、三维弹性理论、热应力、冲击应力的理论和实验研究工作,时至今日,第2和第3代都继承了这个传统。40余年来,尽管所作的工作和出发点各异,一些人的研究领域也有所变化,但以材料力学为基础的研究工作一直在进行着,其弟子们在传承并发扬光大。

弹性理论的研究,保存基础资料很重要。这些基础资料包括弹性理论诸公式、由基本位移函数得到的应力、位移表达式、有代表性的分析示例等。当然,熟读学术杂志的研究论文和各个领域的专业书籍,这些也都能得到。尽管没有查询国内外所有文献,但未曾见到有人能涉及到弹性理论的所有领域,并把他们整理成书。即使在图书馆,能够阅读这些学术杂志和专业书籍的情况也极其有限。幸运的是,我们这个群体主要是中原一郎先生负责的范围很广,基础资料经常以所谓印刷品的形式出现,各人的论文中,这一部分内容都被部分的呈现过,但因篇幅的关系并未完全展示过。

弹性理论的研究,多是以这些基础资料作为出发点,进行各种分析。如果这些资料中有错误,就等于分析要出差错了,而在手头没有基础资料的情况下,必须自己推导基础关系式,这要用去很多时间,并花费过多的辛劳。我的同事中理所当然的会考虑到这些基础资料的存在,随着岁月的流逝,这些印刷品迟早会损失殆尽,后继人员甚至担心会强制为此付出更多的辛劳。至少在大学,对于从事这个领域的教学和研究人员来说,考虑把包括基础资料和至今为止的研究成果集有限页数之大成,留下弹性学的篇章,不辱对社会的使命。虽然冒昧,如果从对弹性学各领域的研究活动和群体的团结来看,国外不知道,在国内,仅有我们这个团队能担当此任。

基于这种情况,约从十年前,数名有志者,就想把这些基础资料和各人所掌握的那一部分编辑成书,把自己的信息资料加以整理,为后续人员提供方便。但在着手干时,面对大量的材料,又犹豫起来。

幸运的是,后来与朝倉书店交谈这个想法时,因能为后世留下如此厚重的文本得到欣然允诺。乘此机会,中原一郎先生作为委员长,我作为干事,与在东京的数名有志之士大体上每月一次,主要是在大岡山的私人教官室开研讨会,以各自带来凑在一起的资料为基础,反复议论,持续数年,写出初稿。推举现在还继续进行弹性理论研究的老同事参加,再次讨论,补充完善,直至手册完成。

本手册中,包含大量的图形和数学公式。图形曲线等由出版社描绘,为极力避免原稿所含数学公式输入错误,我们直接采用 LATEX 作成的内容。打算按时限完成,特别担心数学公式

的错误,但皆无错误的愿望很难实现。

内容主要限定在我们所从事的领域,也有其他方面很多优秀的研究论文。但受篇幅的限制不可能收录很多的研究成果,深表歉意。

渋谷寿一

2000 年 12 月

目 录

译者的话

出版前言

编者序

绪论 弹性学历史	(1)
1 弹性学的产生与发展(19 世纪以前)	(1)
1.1 弹性学的萌生	(1)
1.2 弹性基本方程的建立(19 世纪前半期)	(2)
1.3 基于弹性基本方程的应力分析的开始(19 世纪后半期)	(3)
1.4 参考图书	(8)
1.5 参考文献	(8)
2 20 世纪前半期(1900—1945 年)弹性理论的进展	(9)
2.1 [1] 等截面杆的扭转理论	(10)
2.2 [2] 等截面杆的弯曲理论	(11)
2.3 [3] 平面应力理论	(11)
2.4 [7] 三维应力	(14)
2.5 [8] 热应力	(15)
2.6 参考文献	(16)
3 20 世纪后半期(1945—1970 年)弹性理论的进展	(19)
3.1 [3] 平面应力理论	(19)
3.2 [7] 三维应力	(20)
3.3 [8] 热应力	(21)
3.4 [9] 冲击应力(1965 年以前)	(22)
3.5 日本的研究(1970—1982 年)	(23)
3.6 参考文献	(24)
4 日本的研究	(29)
4.1 1897 年(明治 30 年)—1945 年(昭和 20 年)	(29)
4.2 1945 年(昭和 20 年)—1970 年(昭和 45 年)	(32)
4.3 1970 年(昭和 45 年)—1982 年(昭和 57 年)	(41)
5 材料力学历史	(52)
6 弹性力学相关图书	(54)
6.1 国外图书	(54)
6.2 国内图书	(57)
第 1 章 弹性学基础理论	(60)
1.1 弹性学	(60)

1.1.1	何谓弹性学	(60)
1.1.2	弹性学和叠加原理	(61)
1.1.3	SI 单位制	(61)
1.2	应力	(63)
1.2.1	应力分量	(63)
1.2.2	应力分量的坐标变换	(64)
1.2.3	主应力和主剪应力	(67)
1.2.4	莫尔应力圆	(68)
1.3	应变	(70)
1.3.1	位移分量和应变分量	(70)
1.3.2	应变分量的坐标变换和主应变	(73)
1.3.3	体积应变	(76)
1.3.4	对数应变	(76)
1.3.5	有限应变	(77)
1.4	应力和应变关系	(77)
1.4.1	应力和应变关系(本构方程)	(77)
1.4.2	胡克定律(线性弹性体)	(78)
1.4.3	纵向弹性模量,横向弹性模量以及泊松比的关系	(78)
1.4.4	体积弹性模量	(79)
1.4.5	应力和应变关系(线弹性体,胡克定律)的其它表示法	(79)
1.4.6	应力-应变关系(平面应力状态)	(79)
1.4.7	应力-应变关系(平面应变状态)	(79)
1.5	弹性基本方程	(81)
1.5.1	应力平衡方程	(81)
1.5.2	边界条件	(81)
1.5.3	应变协调方程	(83)
1.5.4	应力协调方程	(84)
1.5.5	位移方程	(85)
1.5.6	弹性问题精确解	(86)
1.5.7	弹性问题解的唯一性	(87)
1.5.8	圣文南(Saint-Venant)原理	(88)
1.5.9	圆柱坐标中的弹性基本方程	(88)
1.5.10	球坐标中的弹性基本方程	(90)
1.6	一般正交曲线坐标系	(91)
1.6.1	一般正交曲线坐标 (α, β, γ) 中的诸公式	(91)
1.6.2	圆柱坐标 (r, θ, z) 中的诸公式	(92)
1.6.3	球坐标 (R, θ, φ) 中的诸公式	(93)
1.6.4	偏长回转椭球体坐标 (α, β, γ) 、 (q, p, γ) 中的诸公式	(93)
1.6.5	偏平回转椭球体坐标 (α, β, γ) 、 (ξ, η, γ) 中的诸公式	(94)
1.7	调和函数和双调和函数	(94)
1.7.1	调和方程式和双调和方程式	(94)
1.7.2	直角坐标 (x, y) 的调和函数	(95)

1.7.3	极坐标 (r, θ) 的调和函数	(96)
1.7.4	直角坐标 (x, y, z) 的调和函数	(97)
1.7.5	圆柱坐标 (r, θ, z) 的调和函数	(97)
1.7.6	球坐标 (R, θ, φ) 的调和函数	(98)
1.7.7	偏长回转椭球体坐标 $(\alpha, \beta, \gamma), (q, p, \gamma)$ 的调和函数	(99)
1.7.8	偏平回转椭球体坐标 $(\alpha, \beta, \gamma), (\xi, \eta, \gamma)$ 的调和函数	(100)
1.8	第1章相关问题	(100)
第2章	二维弹性理论	(103)
2.1	平面应力状态和平面应变状态	(103)
2.1.1	平面应力状态的弹性基本方程	(103)
2.1.2	平面应变状态的弹性基本方程	(105)
2.1.3	平面应力状态与平面应变状态的关系	(105)
2.2	直角坐标中的二维弹性理论	(109)
2.2.1	Airy 应力函数(直角坐标)	(109)
2.2.2	长方形板的单向拉伸	(110)
2.2.3	长方形板的双向拉伸	(111)
2.2.4	承受弯曲载荷的长方形板	(112)
2.2.5	受集中载荷作用的悬臂梁	(113)
2.2.6	受均布载荷的简支梁	(115)
2.2.7	承受分布载荷的长方形板	(116)
2.2.8	承受分布载荷的无限长带板	(118)
2.2.9	承受分布剪力载荷的无限长带板	(119)
2.2.10	半无限长板的位移、应力表达式	(119)
2.2.11	承受均布压力的半无限板	(121)
2.2.12	表面承受集中载荷的半无限板	(123)
2.2.13	承受半圆状分布压力的半无限板	(123)
2.2.14	承受线性分布载荷的半无限板	(125)
2.2.15	表面承受集中力矩的半无限板	(126)
2.3	极坐标下的平面应力理论	(126)
2.3.1	极坐标的 Airy 应力函数	(126)
2.3.2	受均布压力的圆板及圆柱	(128)
2.3.3	圆孔面受内压的无限板及无限体	(129)
2.3.4	受内外压作用的中空圆板和中空圆筒	(130)
2.3.5	受内外压作用的热压配合圆筒	(131)
2.3.6	缠绕钢带的圆筒	(132)
2.3.7	端面内受弯矩作用的部分圆轮	(133)
2.3.8	端面受剪切载荷的部分圆轮	(135)
2.3.9	受轴向集中载荷的楔及半无限板	(136)
2.3.10	受横向集中载荷作用的楔及半无限板	(137)
2.3.11	受集中力矩作用的楔及半无限板	(138)
2.3.12	受相向分布载荷或相向集中载荷的圆板(极坐标解法)	(139)

2.3.13	带有圆孔板的平面应力问题	(141)
2.3.14	有圆孔的带状板的平面应力问题(Howland 方法)	(143)
2.3.15	有半圆切口的半无限板的拉伸	(144)
2.3.16	受集中载荷的无限板	(145)
2.3.17	位错应力场	(146)
2.4	使用复变应力函数的二维弹性理论	(147)
2.4.1	复变应力函数(直角坐标 (x, y) , $z = x + iy$)	(147)
2.4.2	合应力与合力矩	(149)
2.4.3	复变应力函数的性质	(149)
2.4.4	复变应力函数(极坐标 (r, θ) , $z = re^{i\theta}$)	(150)
2.4.5	复变应力函数(正交曲线坐标(1) $[(\alpha, \beta), \zeta = \alpha + i\beta]$)	(150)
2.4.6	复变应力函数(正交曲线坐标(2) $[(\alpha, \beta), \zeta = \alpha e^{i\beta}]$)	(152)
2.4.7	受集中力和集中力矩作用的无限板	(153)
2.4.8	顶点处受集中力的楔	(154)
2.4.9	受集中载荷作用的半无限板	(155)
2.4.10	受分布载荷作用的半无限板(Westergaard 应力函数)	(156)
2.4.11	表面受均布载荷的半无限板	(158)
2.4.12	表面受均布切向载荷的半无限板	(158)
2.4.13	带有圆孔的无限板的单轴均匀拉伸	(159)
2.4.14	带有圆孔的无限板的双向均匀拉伸	(160)
2.4.15	圆孔面受分布剪力作用的无限板	(160)
2.4.16	内外面受压的圆板	(160)
2.4.17	无限板中沿其圆形填充物半径方向作用集中载荷(Hetényi 解)	(161)
2.4.18	受集中载荷的双层半无限板(Hetényi 解)	(164)
2.4.19	无限板中沿其圆形填充物切线方向受集中载荷(Hetényi 解)	(166)
2.4.20	切线方向受集中载荷的双层半无限板(Hetényi 解)	(168)
2.4.21	椭圆坐标的平面应力问题	(169)
2.4.22	带有椭圆孔的无限板单轴均匀拉伸	(170)
2.4.23	有双曲线状切口板的单向均匀拉伸	(171)
2.4.24	双极坐标的平面应力问题	(172)
2.4.25	受内外压的偏心圆板	(173)
2.4.26	圆孔面受内压的半无限板	(174)
2.5	半无限板的混合边值问题	(174)
2.5.1	复变函数的函数值和边界值	(174)
2.5.2	半无限板的边界值问题	(175)
2.5.3	半无限板的载荷条件	(175)
2.5.4	Plemelj 公式	(178)
2.5.5	希尔伯特问题	(178)
2.5.6	傅里叶积分与柯西积分的关系	(179)
2.5.7	受分布载荷的半无限板	(181)
2.5.8	光滑平底刚体冲头压入半无限体(1)	(182)
2.5.9	光滑平底刚体冲头压入半无限体(2)	(183)

2.5.10	因光滑平底刚体冲头作用而受到弯曲的半无限板(1)·····	(185)
2.5.11	因光滑平底刚体冲头作用而受到弯曲的半无限板(2)·····	(185)
2.5.12	光滑楔状刚体冲头的压入·····	(186)
2.5.13	光滑抛物线状刚体冲头的压入·····	(187)
2.5.14	平面状刚体冲头贴紧压入半无限板(1)·····	(190)
2.5.15	平面状刚体冲头贴紧压入半无限板(2)·····	(191)
2.5.16	因贴近的平面刚体冲头而受到弯曲的半无限板·····	(192)
2.5.17	受内压作用的无限板内的 Griffith 裂纹(1)·····	(193)
2.5.18	受内压作用的无限板内的 Griffith 裂纹(2)·····	(194)
2.5.19	受内压作用的无限板内的 Griffith 裂纹(3 个 Westergaard 复变应力函数)·····	(195)
2.5.20	部分张开的 Griffith 裂纹(受弯曲的 Griffith 裂纹)·····	(199)
2.5.21	有两个裂纹的无限板·····	(200)
2.6	保角映射的平面应力问题·····	(202)
2.6.1	保角映射·····	(202)
2.6.2	Schwarz-Christoffel's 保角映射·····	(203)
2.6.3	正方形板、长方形板或者有正方形孔的无限板映射为单位圆的映射函数·····	(203)
2.6.4	使用保角映射的复变应力函数·····	(204)
2.6.5	复变应力函数的边界条件·····	(205)
2.6.6	受均布压力的圆板·····	(205)
2.6.7	圆孔面受内压的无限板·····	(206)
2.6.8	受一对相向集中载荷作用的圆板(复变应力函数解法)·····	(207)
2.6.9	有正方形孔的无限板单轴拉伸·····	(208)
2.6.10	用映射函数的复变应力函数解法(一般解法)·····	(209)
2.6.11	受一对相向集中载荷的长方形板·····	(211)
2.7	第 2 章相关问题·····	(212)
第 3 章	等截面杆的扭转 ·····	(217)
3.1	等截面杆扭转的圣文南理论·····	(217)
3.1.1	库仑假说·····	(217)
3.1.2	圣文南扭转函数·····	(217)
3.1.3	扭转共轭函数·····	(219)
3.1.4	等截面杆的扭转(圆柱坐标)·····	(219)
3.1.5	椭圆截面杆的扭转·····	(220)
3.1.6	圆形截面杆的扭转·····	(220)
3.1.7	正三角形截面杆的扭转·····	(220)
3.1.8	长方形截面杆的扭转·····	(221)
3.1.9	带圆弧缺口的圆截面杆的扭转·····	(222)
3.1.10	中空圆形截面杆的扭转·····	(222)
3.2	薄壁杆的扭转·····	(223)
3.2.1	薄壁开口截面杆的扭转·····	(223)
3.2.2	薄壁圆弧截面杆(开口截面)的扭转·····	(224)
3.2.3	闭口截面薄壁杆的扭转·····	(224)

3.2.4	长方形闭口截面薄壁杆的扭转	(225)
3.2.5	厚度不等的长方形闭口截面薄壁杆的扭转	(226)
3.2.6	有隔壁的闭口截面薄壁杆的扭转	(226)
3.3	扭转复变应力函数解法(单连域)	(226)
3.3.1	扭转复变应力函数	(226)
3.3.2	用保角映射的扭转复变应力函数	(227)
3.3.3	圆形截面扭转复变应力函数	(228)
3.3.4	映射函数由级数给定的扭转复变应力函数	(228)
3.3.5	Epitrochoidal 截面扭转复变应力函数	(228)
3.3.6	Booth's lemniscate 截面扭转复变应力函数	(229)
3.3.7	Bernoulli's lemniscate 截面扭转复变应力函数	(230)
第4章	等截面梁的弯曲	(231)
4.1	悬臂梁的弯曲	(231)
4.1.1	受集中载荷的悬臂梁	(231)
4.1.2	受集中载荷的圆形截面悬臂梁的弯曲	(232)
4.1.3	受集中载荷的长方形截面悬臂梁的弯曲	(232)
4.2	剪心	(234)
4.2.1	剪心	(234)
4.2.2	半圆形截面梁的弯曲	(235)
4.3	薄壁截面型材的弯曲	(235)
4.3.1	薄壁截面型材的弯曲	(235)
4.3.2	薄壁槽形(C形)截面型材的弯曲	(236)
4.3.3	薄壁角形截面型材的弯曲	(236)
4.3.4	薄壁槽形(C形)截面型材的弯曲	(237)
4.3.5	薄壁I形截面型材的弯曲	(237)
4.3.6	薄壁H形截面型材的弯曲	(238)
4.3.7	薄壁圆形截面型材的弯曲	(238)
4.3.8	其他截面薄壁型材的剪心	(239)
第5章	平板的弯曲	(240)
5.1	挠度基本方程(直角坐标)	(240)
5.1.1	挠度基本方程	(240)
5.1.2	边界条件	(242)
5.1.3	弯矩和扭矩的坐标变换	(243)
5.1.4	板的弯曲应变能	(243)
5.1.5	受正弦状分布载荷作用周边简支的长方形板(1. Navier 解法)	(244)
5.1.6	受集中载荷周边简支的长方形板	(249)
5.1.7	受均布载荷周边简支的长方形板(2. Lévy 解法)	(249)
5.1.8	受线性分布载荷作用周边简支的长方形板	(251)
5.1.9	受山形分布载荷作用周边简支的长方形板	(251)
5.1.10	集中载荷作用于任意点(ξ, η)周边简支的长方形板	(251)

5.1.11	对称点 $(\xi, 0)$ 作用集中载荷周边简支的长方形板	(252)
5.1.12	局部受均布载荷作用周边简支的长方形板	(252)
5.1.13	沿边缘作用弯矩周边简支的长方形板	(253)
5.1.14	受均布载荷作用2边固支、2边简支的长方形板	(253)
5.1.15	受均布载荷作用1边固支、3边简支的长方形板	(254)
5.2	挠度基本方程(极坐标)	(255)
5.2.1	挠度基本方程	(255)
5.2.2	轴对称变形($w=w(r)$ 情况)	(256)
5.2.3	受均布载荷作用的圆板	(256)
5.2.4	受均布载荷作用周边简支的圆板	(256)
5.2.5	受均布载荷作用周边固支的圆板	(257)
5.2.6	圆周作用相同弯矩周边简支的圆板	(257)
5.2.7	中心受集中载荷作用的圆板	(257)
5.2.8	中心作用集中载荷周边简支的圆板	(257)
5.2.9	中心作用集中载荷周边固支的圆板	(258)
5.2.10	集中载荷作用于任意位置周边固支的圆板	(258)
5.2.11	圆板的热应力	(259)
5.3	长方形板大挠度·屈曲等	(259)
5.3.1	厚度逐渐变化的平板弯曲	(259)
5.3.2	板的大挠度(直角坐标)	(259)
5.3.3	板的大挠度(极坐标)	(260)
5.3.4	板的屈曲方程	(261)
5.3.5	周边简支长方形板的屈曲	(261)
5.4	其他形状板的弯曲	(262)
5.4.1	周边简支受均布载荷的正三角形板	(262)
5.4.2	受均布载荷周边固支的椭圆板	(262)
5.4.3	持有圆孔的无限板弯曲	(263)
5.5	挠度基本方程式(平面正交曲线坐标)	(264)
5.5.1	挠度基本方程	(264)
5.5.2	椭圆坐标 (α, β)	(267)
5.5.3	持有椭圆孔的无限板弯曲	(267)
5.6	板的复变函数弯曲理论	(270)
5.6.1	平板的挠度微分方程	(270)
5.6.2	挠度微分方程的特解 w_0	(270)
5.6.3	挠度微分方程齐次解的复变函数表示	(271)
5.6.4	映射函数齐次解的复变函数表示	(271)
5.6.5	持有椭圆孔的无限板单轴弯曲	(272)
5.7	考虑剪切变形的平板理论	(272)
5.7.1	Reissner 理论(直角坐标)	(272)
5.7.2	Reissner 理论(极坐标)	(273)
5.7.3	带圆孔的无限板弯曲(Reissner 理论)	(274)
5.7.4	Mindlin 理论(直角坐标)	(275)

第 6 章 三维弹性理论	(277)
6.1 三维弹性基本方程和位移函数(应力函数)	(277)
6.1.1 三维弹性基本方程的一般解和位移函数	(277)
6.1.2 三维位移函数	(280)
6.1.3 三维位移函数 轴对称应力状态(圆柱坐标)	(281)
6.1.4 三维位移函数与 Airy 应力函数·扭转函数的关系	(281)
6.1.5 用位移函数表示的应力分量(直角坐标)	(282)
6.1.6 用位移函数表示的应力分量(圆柱坐标)	(283)
6.1.7 用位移函数表示的应力分量(球坐标)	(284)
6.2 位移函数法(应力函数法)	(285)
6.2.1 用位移函数的位移解析法	(285)
6.2.2 位移函数的坐标变换	(286)
6.2.3 位移函数的方向性	(286)
6.2.4 坐标系的平移和附加分量	(287)
6.3 解析方法(1)简单问题	(289)
6.3.1 受单轴均匀拉伸(z 轴方向)的无限体或圆柱	(289)
6.3.2 受单轴均匀拉伸(x 轴方向)的无限体	(290)
6.3.3 受双轴均匀压缩的无限体、半无限体、厚板或圆柱	(290)
6.3.4 3 轴受相同压力的无限体或球	(291)
6.3.5 厚板双轴受相同的弯曲	(291)
6.3.6 绕 y 轴弯曲的厚板	(292)
6.3.7 圆孔面受内压的无限板	(293)
6.3.8 受内外压作用的圆筒	(293)
6.3.9 球窝面受内压力作用的无限体	(294)
6.3.10 受内外压作用的中空球	(294)
6.3.11 内部受集中载荷作用的无限体	(295)
6.3.12 表面受集中载荷作用的半无限体	(296)
6.3.13 内部 z 轴方向受集中载荷作用的半无限体	(299)
6.3.14 内部 x 轴方向受集中载荷作用的半无限体	(300)
6.3.15 圆杆的扭转	(302)
6.3.16 圆锥杆的扭转	(302)
6.3.17 圆锥杆的拉伸	(303)
6.3.18 中空圆锥杆的拉伸	(303)
6.3.19 受横向载荷作用的圆锥杆	(304)
6.3.20 表面受集中力矩作用的半无限体	(305)
6.3.21 端部受集中力矩作用的圆锥杆	(306)
6.3.22 刃状错位的应力场(参考 2.3.17)	(307)
6.3.23 螺旋错位应力场(参考 2.3.17)	(308)
6.4 解析方法(2)轴对称应力问题(1)	(308)
6.4.1 表面受分布载荷作用的半无限体轴对称应力状态	(308)
6.4.2 圆形域内受均布压力作用的半无限体	(310)
6.4.3 圆形域内受半球状分布压力的半无限体	(311)

6.4.4	表面受轴对称分布剪切载荷作用的半无限体	(312)
6.4.5	圆形变截面杆的轴对称扭转(用 Michell 扭转函数分析)	(313)
6.4.6	侧面受对称分布载荷 $p(z)=p(-z), q(z)=-q(-z)$ 作用的圆柱	(314)
6.4.7	侧面受反对称分布载荷 $p(z)=-p(-z), q(z)=q(-z)$ 作用的圆柱	(315)
6.4.8	局部受均布压力作用的无限长圆柱	(315)
6.4.9	侧面受线载荷作用的无限长圆柱	(316)
6.4.10	外周受线载荷作用的无限长圆筒	(316)
6.4.11	两面受分布载荷作用的厚板	(316)
6.4.12	受相向集中载荷作用的厚板	(317)
6.4.13	受相向集中载荷作用的实心球	(318)
6.4.14	受相向集中载荷作用的中空球	(319)
6.4.15	持有球窝的无限体在 z 轴方向受到均匀拉伸	(319)
6.4.16	持有球窝的无限体双轴均匀拉伸	(321)
6.4.17	持有球窝的无限体的扭转	(322)
6.5	解析方法(3)轴对称应力问题(2)	(323)
6.5.1	受轴对称载荷作用的有限长圆柱	(323)
6.5.2	受轴对称载荷的有限长圆筒	(324)
6.5.3	表面持有特异点的半无限体	(326)
6.5.4	持有半球窝的半无限体双轴均匀拉伸	(328)
6.5.5	半球窝面受压力的半无限体	(330)
6.5.6	持有半球窝的厚板双向均匀拉伸	(331)
6.5.7	持有球窝的圆杆的扭转	(331)
6.5.8	持有球窝的圆杆的拉伸	(333)
6.5.9	持有球窝受双向均匀拉伸载荷作用的厚板	(336)
6.5.10	持有球窝两面受均布载荷作用的厚板	(339)
6.5.11	持有球窝受刚体挤压的厚板	(340)
6.5.12	球窝面以及平面受均布压力的半无限体	(340)
6.5.13	持有球窝的半无限体双向均匀拉伸	(341)
6.5.14	沿轴线含有 2 个球窝的圆柱	(341)
6.6	解析方法(4)非轴对称应力问题(1)	(342)
6.6.1	受相对于 x 轴和 y 轴对称分布载荷作用的半无限弹性体	(342)
6.6.2	表面长方形域内受均布压力作用的半无限弹性体	(343)
6.6.3	受半椭球体状分布压力作用的半无限体	(344)
6.7	解析方法(5)非轴对称应力问题(2)	(346)
6.7.1	受相向集中载荷作用的无限长圆柱	(346)
6.7.2	受集中载荷作用无限长圆柱的弯曲	(346)
6.7.3	持有圆孔的厚板的单轴弯曲	(347)
6.7.4	持有圆孔的厚板的单轴拉伸	(348)
6.7.5	持有球窝的厚板的单轴拉伸	(349)
6.7.6	持有球窝的厚板的单轴弯曲	(350)
6.7.7	持有球窝的半无限体的单轴拉伸	(351)
6.7.8	持有球窝的圆柱的弯曲	(352)