

初中代数难点重点分析指导

修订版

代数

初一年级

中国和平出版社



初一年级

初中代数难点重点分析指导(修订版)

主 编 王 书

责任修订 沈鑫甫

本册修订 马红嫣等

初中代数难点重点分析指导（初一）（修订版）

主编 王书

中国和平出版社出版发行

中国和平出版社电脑排版

（北京市西城区百万庄大街 8 号 100037）

华北地质勘察局 517 印刷厂印刷 新华书店经销

1997 年 5 月第 1 版 1997 年 5 月第 1 次印刷

开本：787×1092 毫米 1/32 印张：9.75

字数：200 千 印数：1—5000 册

ISBN 7—80037—983—3/G·707 定价：11.00 元

前 言

为了配合九年义务教育的新大纲与新教材的推行,我们于1993年初组织有经验的中、小学教师和教研人员编写了《中小学课本难点重点分析指导》丛书。发行后,颇受广大师生和家长的欢迎。但当时只有部分初中校试用新大纲和新教材,而这三年中,在全国范围已经全面实施了。为此,我们根据近年来在初中教学实践中存在的一些问题,对原“丛书”的初中部分重新组织审定与修改,使之紧扣各科新的教学大纲和人民教育出版社的最新课本。帮助学生抓住课本中的难点和重点,掌握解题的思路与突破口。以中学生的一般水平为主,围绕重点,解决疑难,培养兴趣,发展智力。

本书的特点是配合新教材按章或单元编写。每章或每单元包括:教材分析,难点、重点分析和巩固练习三部分。在教材分析中,指出本单元教材的难点和重点,并对本单元教材与前后知识的联系进行说明。在难点和重点分析中,以节或课的顺序,把教材里学生容易混淆的知识或概念进行剖析,帮助学生归纳和总结解题的方法和技巧。在巩固练习中,选配了一些典型练习题和思考题。在每一学期末还编写了一份综合练习,通过做必要的练习,可加深学生对教材的理解与掌握。我们希望这套丛书能成为广大读者的良师益友。

由于编者的水平所限,难免出现错误与不足之处,我们诚恳希望广大读者给予批评与指正。

《中小学课本难点重点分析指导》编写组

目 录

第一学期

第一章 代数初步知识	(1)
(一)教材分析.....	(1)
(二)难点、重点分析	(2)
1. 用字母表示数,有什么优越性? 应注意 些什么?	(2)
2. 列代数式时,要搞清数量关系和运算顺序	(6)
3. 求代数式的值时,必须注意步骤和格式	(9)
4. 公式是列代数式和求代数式值的具体 应用	(11)
5. 简易方程的解法,同解原理最重要	(13)
(三)巩固练习.....	(15)
第二章 有理数	(18)
第一单元 有理数的意义	(18)
(一)教材分析.....	(18)
(二)难点、重点分析	(19)
1. 抓住三个“结合”,理解负数概念	(19)
2. 数轴是理解有理数概念和运算的重要 工具	(21)
3. 借助数轴形象直观,帮你学好绝对值等	

概念	(23)
(三)巩固练习	(27)
第二单元 有理数的运算	(32)
(一)教材分析	(32)
(二)难点、重点分析	(34)
1. 有理数加法和减法,搞清相互转化是 关键	(34)
2. 有理数乘法和除法,掌握运算法则和 运算律是关键	(37)
3. 有理数的乘方	(39)
(三)巩固练习	(43)
第三章 整式的加减	(49)
(一)教材分析	(49)
(二)难点、重点分析	(50)
1. 搞清单项式与多项式的联系与区别	(50)
2. 合并同类项是整式加减的基础	(53)
3. 去括号与添括号,正、负号变化规律 要记牢	(56)
4. 整式加减运算的关键是去括号与合并 同类项	(61)
(三)巩固练习	(65)
第四章 一元一次方程	(71)
(一)教材分析	(71)
(二)难点、重点分析	(72)
1. 等式性质需牢记,方程变形是根据	(72)
2. 学习一元一次方程应注意的两个问题	(77)

(三)巩固练习	(97)
---------	--------

第二学期

第五章 二元一次方程组	(106)
-------------	-------

(一)教材分析	(106)
---------	-------

(二)难点、重点分析	(107)
------------	-------

1. 二元一次方程组的解	(107)
--------------	-------

2. 用代入法解二元一次方程组	(110)
-----------------	-------

3. 用加减法解二元一次方程组	(116)
-----------------	-------

4. 三元一次方程组的解法	(128)
---------------	-------

5. 列一次方程组解应用题	(135)
---------------	-------

6. 待定系数法简释	(142)
------------	-------

(三)巩固练习	(145)
---------	-------

第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	(151)
----------------------	-------

(一)教材分析	(151)
---------	-------

(二)难点、重点分析	(153)
------------	-------

1. 不等式的产生、意义和作用	(153)
-----------------	-------

2. 不等式的基本性质*	(155)
--------------	-------

3. 不等式的解、不等式的解集及其数轴 表示	(160)
---------------------------	-------

4. 一元一次不等式的解法	(164)
---------------	-------

5. 一元一次不等式组的解集及解法	(172)
-------------------	-------

(三)巩固练习	(179)
---------	-------

第七章 整式的乘除	(184)
-----------	-------

(一)教材分析	(184)
---------	-------

(二)难点、重点分析	(185)
------------	-------

1. 同底数幂的乘法	(185)
2. 幂的乘方	(187)
3. 积的乘方	(190)
4. 单项式的乘法	(192)
5. 单项式与多项式相乘	(195)
6. 多项式的乘法	(198)
7. 平方差公式	(203)
8. 完全平方公式	(207)
9. 立方和与立方差公式	(212)
10. 乘法公式的综合说明与运用	(216)
11. 同底数幂的除法	(227)
12. 负整数指数幂	(229)
13. 单项式除以单项式	(232)
14. 多项式除以单项式	(235)
(三)巩固练习	(238)
综合练习(一)	(246)
综合练习(二)	(254)
巩固练习与综合练习参考答案	(261)

第一学期

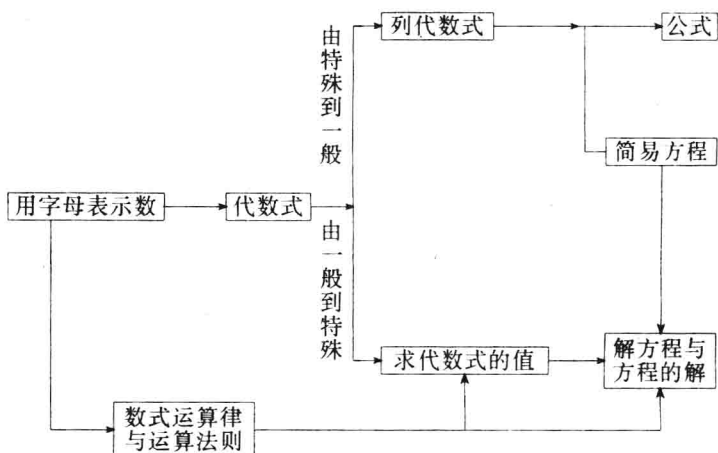
第一章 代数初步知识

(一) 教材分析

本章主要内容是关于代数式及其简单应用的知识，包括用字母表示数、列代数式、求代数式的值、公式与简易方程等。

本章内容是以小学数学中的代数知识为基础，是对小学数学中的代数知识的比较系统地归纳与复习。另一方面，介绍了在中学代数中起重要基础作用的知识、方法，如代数式的知识、归纳的方法、方程的解法等，为后面的学习做好准备。

本章的内容及其与有关知识的相互联系可用如下的结构图表示：



本章的重点是列代数式. 运用代数方法解决问题, 它的重要前提就是把问题中的数量关系用代数式表示出来. 列代数式在整个初中代数学习中起很大作用.

本章的难点也是列代数式. 与小学侧重学习的基本运算相比较, 列代数式较为灵活、复杂. 初中代数的另一个难点——列方程解应用题, 也与列代数式密切相关.

学好本章的关键是: 基本数量关系的语言表述与代数式表示之间的相互转化. 要弄清问题中的基本数量关系, 进而用代数式表示出来; 反过来, 对于一个代数式, 要能了解它的数学意义.

(二) 难点、重点分析

1. 用字母表示数, 有什么优越性? 应注意些什么?

代数区别于算术的最大特点是：它引入了字母，主要研究数与数的关系和运算法则，用字母表示数的优越性是：简明、普遍。

先说说“简明”。

“长方形的周长等于两条相邻边长的和的二倍”，这句话用了十九个字，如果事先约定用字母 l 表示长方形的周长，用 a 、 b 两个字母分别表示长方形的相邻两边的长，那么上面的话可用

$$l=2(a+b)$$

表示，简单、明了。

再说说“普遍”。

当你把 2×13 解释成 13 个 2 相加时，计算相当麻烦。换之以 $2 \times 13 = 13 \times 2$ ，这样一来说成两个 13 相加，就简便得多。

经过长期的计算实践，人们认识到这样一个规律，那就是两个数相乘，交换因数的位置，它们的乘积不变，但是这个规律用 $2 \times 13 = 13 \times 2$ 表示是不妥的，因为这个等式只说明这些具体数字的运算规律，为了表示这个规律有普遍性，应该写成

$$a \times b = b \times a$$

这就是用简明的形式表示了乘法交换律这个普遍规律。

例 1 用字母表示：

- (1) 三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变（加法结合律的应用）。
- (2) 三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变（乘法结合律的应用）。
- (3) 一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两

个数相乘,再把积相加(乘法分配律的应用).

解:(1) $(a+b)+c=a+(b+c)$;

(2) $(ab)c=a(bc)$;

(3) $a(b+c)=ab+ac$.

例 2 填写下表:

(1)

练习本单价	0.12 元	a 元	a 元
购买本数	5 本	5 本	m 本
总计钱数			

(2)

汽车的速度	40 千米/小时	40 千米/小时	40 千米/小时	v	40 千米/小时	v
行驶的时间	2 小时	2.5 小时	$1\frac{3}{4}$ 小时	$1\frac{3}{4}$ 小时	t	t
行驶的距离						

解:(1)总计钱数分别为 0.6 元、5a 元、ma 元.

(2)行驶的距离分别为:80 千米、100 千米、70 千米、

$\frac{7}{4}v$ 千米、40t 千米、vt 千米.

例 3 a 千克大米售价 6 元,1 千克大米售多少元?

解: $6 \div a = \frac{6}{a}$

答:1 千克大米售 $\frac{6}{a}$ 元.

用字母表示数的时候,应该注意些什么?主要有以下四个方面:

(1)“字母表示数”的任意性

这就是说字母 a 既可以表示正数 $2, \frac{1}{2}, 0.5, \dots$, 又可以表示负数 $-7, -4.5, -1\frac{2}{3}, \dots$, 还可以表示数零. 要注意的是, 虽然字母可以表示任意数, 但是在某个问题里, 一经取定, 它就只能表示题目里已知条件给定的数了.

(2) 不要使字母表示的数的范围缩小或扩大. 例如, 把字母 a 误认为只表示正数, 把 $-a$ 只表示负数, 就是缩小了字母表示数的范围, 因为字母 a 既可以表示正数, 又可以表示负数, 还可以表示数字零. 同样, $-a$ 既可以表示负数, 又可以表示正数, 还可以表示数字零.

又如, 把式子 $2a$ 表示为偶数, 把式子 $2a+1$ 表示成奇数, 就是扩大了字母表示数的范围, 因为当且只当字母 a 是任意整数时, $2a$ 确实是偶数、 $2a+1$ 确实是奇数. 而当 a 不是整数时, 例如 $a = \frac{3}{2}$ 时, $2a = 2 \times \frac{3}{2} = 3$ 是奇数, 而 $2a+1 = 4$ 是偶数了. 而当 $a = \frac{2}{5}$ 时, $2a = \frac{4}{5}$, $2a+1 = 1\frac{4}{5}$, 它们既非偶数, 又非奇数.

(3) 在同一个问题中, 不同的量必须用不同的字母表示, 像长方形的长和宽必须分别用两个不同的字母表示.

(4) 书写格式

① 乘式的书写格式

在字母与字母相乘时, 乘号可以省去. 例如: $a \times b$ 可以写成 ab , 或用“居中的黑点”表示乘号, 像 $a \times b$ 可写成 $a \cdot b$ (注意黑点居中, 不要写得靠下). 在数字与字母相乘时, 如果省略乘号, 应把数字写在字母之前, 像 $a \times 3$ 应写成 $3 \cdot a$ 或 $3a$, 不

应写成 a^3 . 在带分数与字母相乘时, 如果省略乘号, 一定要把带分数化成假分数. 像 $1\frac{2}{3} \times abc$, 应写成 $\frac{5}{3}abc$ (或 $\frac{5abc}{3}$), 而不要写成 $1\frac{2}{3}abc$.

特别要注意, 在数与数相乘时, 乘号不能省略, 例如 3×2 不能写成 32 . 在数与数相乘时, 要慎用黑点表示乘号, 以免误为小数.

②除式的书写格式

如果所列式子中含有除的运算, 一般要写成分式形式, 像 ab 除以 c , 应写为 $\frac{ab}{c}$.

③写单位名称的问题

解应用题列方程时, 所列式子不写单位名称, 而把单位名称写在答案里. 如果计算结果是乘除关系, 单位名称写在式子的后面, 像 $\frac{b}{a}$ 千克, $3vt$ 千米等, 如果计算结果是多项式, 必须把式子用括号括起来之后, 再写单位名称. 像 $(x - \frac{3}{2}a)$ 米, $(\frac{465}{v} - \frac{465}{v+3})$ 小时等.

2. 列代数式时, 要搞清数量关系和运算顺序

前面已经指出, 本章的重点和难点都是列代数式, 用代数式表示数学语句, 首先要弄清楚语句中各种数量的意义及相互关系, 用适当的字母表示各种数量, 然后将字母及数用适当的运算符号连接起来, 从而把相应的数量关系表示出来.

例 1 设甲数为 x , 用代数式表示乙数:

(1) 甲数比乙数少 5;

- (2) 乙数比甲数的 3 倍多 2;
 (3) 甲数减去乙数的差等于 m ;
 (4) 甲数比乙数的 2 倍多 3.

解: (1) $x+5$;

(2) $3x+2$;

(3) $x-m$;

(4) $\frac{1}{2}(x-3)$.

例 2 设甲数为 x , 乙数为 y , 用代数式表示:

- (1) 甲乙两数的平方和减去甲乙两数乘积的 2 倍;
 (2) 甲数的 $\frac{1}{2}$ 与乙数的 $\frac{1}{3}$ 的和;
 (3) 甲乙两数的倒数和的平方减去甲乙两数的积;
 (4) 甲数的 2 倍减去乙数的立方的差.

解: (1) x^2+y^2-2xy ;

(2) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y$;

(3) $(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})^2-xy$;

(4) $2x-y^3$.

例 3 用代数式表示:

- (1) 被 2 整除得 n 的数;
 (2) 被 3 除商 m 余 1 的数.

解: (1) $2n$;

(2) $3m+1$.

例 4 (1) 体校里既有男生, 又有女生, 男生人数占学生总数的 60%, 女生的人数是 a , 学生总数是多少?

(2) 体校里男生人数是 x , 女生人数是 y , 教练人数与学生

人数的比是 $1:10$ ；教练人数是多少？

解：(1) $a \div (1 - 60\%)$ ；

$$(2) \frac{1}{10}(x+y).$$

例 5 说出下列代数式中的运算顺序：

$$(1) (a+b)^2;$$

$$(2) a^2 + b^2;$$

$$(3) 3(x-3);$$

$$(4) 3x-3;$$

$$(5) a^3 - b^3;$$

$$(6) (a-b)^3.$$

解：(1) 先求出 a 与 b 的和，然后再把所得的和平方。

(2) 先求出 a 的平方与 b 的平方，然后再相加。

(3) 先求出 x 减去 3 的差，然后再乘以 3。

(4) 先求出 x 的 3 倍，然后再求它减去 3 的差。

(5) 先求出 a 、 b 两数各自的立方，然后求前者减去后者所得的差。

(6) 先求出 a 减去 b 的差，然后再把所得的差立方。

注意：(1) 列代数式时，首先应理解和弄清问题中的和、差、积、商、倍、乘方、几分之几，与大、小、多、少等词语的意义和它们之间的关系，来帮助理解数量关系；

(2) 弄清运算顺序和括号的使用方法。将语言叙述的数量关系变(翻译)成代数式，一般的方法和步骤是先读的先写，按自然顺序进行。如例 2 的第(2)题， x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的 $\frac{1}{3}$ 的和，先分析数量关系， x 的 $\frac{1}{2}$ 就是 $\frac{1}{2}x$ ， y 的 $\frac{1}{3}$ 就是 $\frac{1}{3}y$ ，再分析运算顺

序,根据运算顺序,先乘法后加法,所以把 $\frac{1}{2}x$ 与 $\frac{1}{3}y$ 用加号连接起来得: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y$.有些语言叙述的数量关系容易混淆,要通过对比,分清不同之处.如, a 、 b 两数差的平方与 a 、 b 两数的平方差,列成代数式分别是 $(a-b)^2$ 与 a^2-b^2 ,它们是有明显的区别的,要弄清“差的平方”与“平方差”的区别在于减法与乘法(平方)运算的先后顺序不同.

3. 求代数式的值时,必须注意步骤和格式

求代数式的值是由一般(式)到特殊(数)的问题,学会求代数式的值,不但可以帮助我们进一步理解代数式的意义和作用,而且也为运用公式解决实际问题做好准备.

例 1 填表:

a	b	$a+b$	$a-b$	ab	$\frac{a}{b}$	$\frac{b}{a}$
18	12	30				

解:按顺序分别填写 6 、 216 、 $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$.

例 2 填表(并填括号中的数):

x		$2x+1$
3	$2 \times (\quad) + 1$	
0	$2 \times (\quad) + 1$	
2	$2 \times (\quad) + 1$	
$\vdots$		