环境水力学

黄克中 编著

中山大学出版社

HUANJING SHUILIXUE

环境水力学

黄克中　编著

中山大学出版社

·广　州·

图书在版编目（CIP）数据

环境水力学/黄克中编著．—广州：中山大学出版社，1997.11
ISBN7－306－01347－5

Ⅰ．环…　Ⅱ．黄…　Ⅲ．①环境科学－水力学　②环境物理学－水力学　Ⅳ．X12

中山大学出版社出版发行
（广州市新港西路135号）
中山大学印刷厂印刷　广东省新华书店经销
850毫米×1168毫米 32开本　11.75印张　293千字
1997年11月第1版　1997年11月第1次印刷
印数：1—800册　定价：14.50元

内 容 提 要

环境水力学是一门新兴的学科，它的任务是研究污染物质在水体中的扩散输移规律及其在环境水域中的应用。本书系统地介绍环境水力学的基本理论和基本计算方法，注意理论与应用的联系和反映当前该学科的科学水平。

全书共分六章：一、费克扩散；二、随流扩散和紊动扩散；三、剪切流动的分散；四、河流中的混合；五、河口及海湾中的混合；六、污水浮力射流。

近十余年，作者有机会从事有关环境水力学的教学和研究工作，累积经验，写成此书。本书可供理工科大学有关环境、水利、给排水等本科专业作为教材，也可供有关专业的研究生、教师和科技人员作为专业书参考。

前　言

随着工农业的迅速发展，人们对水资源保护和环境问题日益关注，迫切要求对水源和水环境加以预测和控制。为了达到这个目的，从科学技术上说，必须掌握污染物质在水体中的扩散输移和转化的规律。研究污染物质在水体中的扩散输移规律及其在各种环境水域中的应用，就是环境水力学的任务。

环境水力学是流体力学的一个分支，也是环境科学的一个组成部分，它的主要基础是水力学（或流体力学）。

在水体中的污染物质除了在水中经历扩散输移的力学过程之外，还要经历一些生物化学过程、化学过程和物理过程，也就是污染物质的降解和增生等转化过程。但是，在水中的污染物质由于水流运动所导致的扩散输移对污染物在水中分布的影响，比上述那些非力学过程对污染物在水中分布的影响一般要大得多。作为环境水力学来说，就是要研究这个力学过程，而对其他非力学过程的影响采用源汇的型式将之概括处理，对这些非力学过程的细节则留待环境化学和水质数学模型等课程来解决。应该指出，我国现在理工科的一些环境专业和水资源利用专业，由于各种原因，仍没有将环境水力学作为一门技术基础课列入教学计划，而直接让学生学习水质数学模型。其结果是导致一些学生和年轻的技术人员在使用水质模型时不顾水流条件，张冠李戴之事时有出现。

环境水力学的历史还是比较短的，自泰勒（G. I. Tayler）在1921年提出水流的紊动扩散规律算起，至今也不过只有70余年。其中有一段时间发展缓慢，自60年代以来才开始有比较大的发展。近年，它的内容还在不断地丰富和更新。作为一门课程，国

外是在70年代初开始在研究生中讲授，我国则在80年代初开始。对这样一门新的技术基础课，内容的安排和材料的取舍，自然是各家不一。本书的安排只是作者的一种尝试，总的意图是系统地对环境水力学的基本理论和基本计算方法进行阐述，注意联系实际，方法实用，基本上能反映该学科当前在世界上的研究水平。

本书共分六章：第一章介绍费克扩散，是扩散数学的应用，为研究紊动扩散打下基础。第二章阐述随流扩散和紊动扩散的基本理论，并较详细地介绍了紊动扩散系数的确定方法。第三章阐述剪切流动的分散理论，主要介绍河渠的纵向分散及其分散系数的确定方法。第四章和第五章是将前两章的基本理论分别应用于河流中的混合、在河口和海湾中的混合。鉴于河流污染问题的重要性，第四章较详细地介绍了污染带和远区的计算方法。第五章主要介绍河口的一维纵向分散的解法及海湾的水平二维流场和浓度场的数值解，但不宜将该数值解向本科生讲授，可供研究生和教师等参考。从第二章至第五章涉及的都是离排污口较远区域出现的被动扩散问题，属随流扩散性质。第六章介绍污水浮力射流，这是出现在排污口附近区域的主动扩散，属射流扩散性质。其内容包括在静水中、横流中和密度分层中的圆形和平面纯射流、羽流和浮力射流；在分析方法上，从简易、实用出发，采用了量纲分析方法和守恒方程方法，而没有介绍各种紊流模型。

本书的前身作为教材最早是于1985年在武汉水利电力大学的水利类专业研究生中使用，后来又在中山大学向水资源与环境专业的本科生讲授，历时十一载，先后油印过三次，其间曾根据累积的经验和学科的发展，不断修改。但由于作者水平所限，难免仍有不妥和错误之处，盼请读者指正。

使用本书作为教材时，可视乎不同专业的需要作不同的安排。根据作者的经验，可以有三种安排：第一种，全书讲授（除第五章第七节和第八节之外），约需66学时；第二种，只讲授第一章

至第四章和第六章，约需56学时；第三种，只讲授第一章至第四章，约需42学时。

本书可作为大学有关环境、水利、给排水等本科专业的教材，也可供有关专业的研究生、教师和科技人员作为专业书参考。

作　者

1997年3月于广州

目　　录

第一章　费克扩散

在静止的水体中存在分子的不规则运动，从而使在水中的微粒也作不规则的运动，这个现象早已在1826年为布朗(Brown)的著名实验证实。在水污染的扩散问题中，对由于分子运动而发生的扩散的研究，占有特殊的地位。除了在静水中，分子运动是使污染物质发生扩散的唯一原因之外，它还存在于一切流动的水体中。在研究层流状态下的扩散问题时，横向的分子扩散作用不可忽略。在紊流状态下，虽然由于分子扩散作用比紊动扩散作用小得多，通常可以忽略；但是，在紊动扩散的分析和处理中，仍然可以从处理分子扩散的方法中得到有益的借鉴。所以，在本章中，先介绍由于水的分子运动而使水中的污染物质发生的扩散——费克(Fick)扩散；接着介绍扩散方程及其一些基本的和有用的解析解；最后，使用拉格朗日(Lagrange)的观点和概率的方法导出扩散方程，对进一步理解费克扩散的物理现象是很有启发性的。

第一节　浓度、稀释度、示踪物质

研究环境污染问题时，必须掌握污染物质在水域中的分布，这就需要用污染物质的浓度来表示。

设浓度以 c 代表，定义为在单位体积的水中含有的污染物质量，即

$$c = \lim_{\Delta V \to \Delta V_1} \frac{\Delta M}{\Delta V} \qquad (1-1-1)$$

式中：ΔM 是在体积 ΔV 内的污染物质量；ΔV_1 是一个尺寸非常小

但仍包含有大量分子的特征体积。这样，一方面能使浓度在流场中的一个点上定义，以便将浓度作为空间的连续函数处理；另一方面又能使在该点内的污染物质量具有确定的统计平均值。

现行有浓度量纲有下述两种：① 无论对一维、二维或三维的扩散问题，浓度量纲均采用 $[ML^{-3}]$，其中 M 表示质量，L 表示长度。那么，为了保持在各种理论公式中的量纲和谐，必须相应地规定一维扩散问题的质量量纲为 $[ML^{-2}]$（意味着污染源为垂直于一维扩散方向的平面源）；二维扩散问题质量量纲为 $[ML^{-1}]$（意味着污染源为垂直于二维扩散平面的线源）；三维扩散问题的质量量纲与一般物理问题所采用的一致，仍为 $[M]$。② 无论对一维、二维或三维的扩散问题，质量量纲均采用 $[M]$。那么，为了保持在各种理论公式中的量纲和谐，一维、二维和三维扩散问题的浓度量纲分别为 $[ML^{-1}]$，$[ML^{-2}]$ 和 $[ML^{-3}]$。

现行的浓度单位，无论对一维、二维或三维的扩散问题都常用毫克/升（mg/L）、微克/升（μg/L）或克/升（g/L）。实际上述这些常用的浓度单位都是与第一种浓度量纲对应的。因此，在本书中，采用上述的第一种浓度量纲。

水中的污染物质也包括由工厂排放到水环境中的废热水所含的热量。这时的浓度改用热浓度 c_h 表示，它定义为单位体积水中所含的热量，通过水温表示为

$$c_h = \rho c_p T \qquad (1-1-2)$$

式中：ρ 为水的密度；c_p 为定压比热；T 为水温。乘积（ρc_p）值变化很小，所以水温的高低是热污染大小的标志。热浓度的量纲为 $[HL^{-3}]$，其中 $[H]$ 为热量量纲，热量单位用焦耳（J）。定压比热的量纲为 $[HM^{-1}\theta^{-1}]$，其中 $[\theta]$ 为温度量纲，定压比热的值为 $c_p = 4.1\,868$ J/（g·℃）。

此外，有时也将浓度的概念用到其他情形，例如把单位体积的水中含有多少个大肠杆菌也以浓度的概念表达，它的量纲为

$[L^{-3}]$。

稀释度是反映原有的污水被稀释情形的一种指标，定义为

$$S = \frac{\text{样品的总体积}}{\text{样品中含有的污水体积}} \qquad (1-1-3)$$

例如有 1 L 纯洁水，现加入 0.2 L 盐水，当均匀混合之后，稀释度 $S=1.2/0.2=6$。也可以将上述定义推广使用到其他情形。例如，污水射流进入受纳水体时，将污水与受纳水体混掺之后沿程增大了的射流流量与刚射入受纳水体时的射流流量之比称为稀释度。

为了研究上的简便，定义一种所谓示踪物质。它是指这样一种理想的质点：其一，它的存在不影响水体的运动，而且它在水中的运动就像它是水体中的水体质点一样；其二，它在扩散输移过程中不发生化学过程、生化过程和其他物理过程的反应，亦即具有保守性。对具有保守性的物质，也称为保守物质。在研究中常先假设污染物质为示踪物质，得出结果之后，再据它的非保守性进行修正。

第二节　费克定律和扩散方程

1855 年德国生理学家费克提出[1]：静水中的污染物由于分子扩散作用，在单位时间内按一定方向通过一定面积的污染物质量与该方向的浓度梯度成正比。这就是费克定律。对一维扩散，费克定律可表示为

$$q = -D\frac{\partial c}{\partial x} \qquad (1-2-1)$$

式中：q 是单位时间通过单位面积的污染物质量，也称为质量通量；D 是比例系数，称为分子扩散系数，量纲为 $[L^2T^{-1}]$，其中 $[T]$ 为时间量纲。D 值由实验确定，D 值大，扩散快；反之，扩散慢。某些情况下的分子扩散系数值见表 1—1。式（1—2—1）中的负号是因为输送方向总是由高浓度至低浓度（即 $\partial c/\partial x$ 总是

负），为了在式（1—2—1）中使 q 保持正值，故要加上负号。

表 1—1 某些物质在水中（水温为 20℃）的分子扩散系数

物质	扩散系数 D /$cm^2 \cdot s^{-1}$	物质	扩散系数 D /$cm^2 \cdot s^{-1}$
氧	1.80×10^{-5}	醋酸	0.88×10^{-5}
二氧化碳	1.50×10^{-5}	甲醇	1.28×10^{-5}
一氧化氮	1.51×10^{-5}	乙醇	1.00×10^{-5}
氨	1.76×10^{-5}	酚	0.84×10^{-5}
氯	1.22×10^{-5}	甘油	0.72×10^{-5}
氢	5.13×10^{-5}	尿素	1.06×10^{-5}
氮	1.64×10^{-5}	葡萄糖	0.60×10^{-5}
氯化氢	2.64×10^{-5}	蔗糖	0.45×10^{-5}
硫化氢	1.41×10^{-5}	食盐	1.35×10^{-5}
硫酸	1.73×10^{-5}	氢氧化钠	1.51×10^{-5}

三维的费克定律表示为

$$\vec{q} = -D\nabla c \qquad (1-2-2)$$

其中哈密顿算子

$$\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

式中：$\vec{q}$ 的三个分量为 q_x，q_y，q_z，而 $\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$ 分别为直角坐标 x，y，z 轴的单位矢量。

我们进而用质量守恒导出一个重要关系：图 1—1 给出表达一维输移的控制体，两个具有单位面积的平行面与 x 轴垂直，两面距离为 Δx。设 c（x，t）是时刻 t 位于 x 点上单位体积的质量，则 c（x，t）$\cdot\,\Delta x$ 为该平行六面体内的污染物质量，在该体积内保守

的污染物质质量对时间的变化率为

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t}\Delta x$$

设在 x 处的通量为 q（x，t），则在 $x+\Delta x$ 处的通量为

$$q(x,t)+\frac{\partial q(x,t)}{\partial x}\Delta x$$

在 x 处和在 $x+\Delta x$ 处的通量之差为

$$-\frac{\partial q(x,t)}{\partial x}\Delta x$$

由于要满足质量守恒，该差值应与该体积内污染物质量对时间的变化率$\frac{\partial c}{\partial t}\Delta x$ 相等，故有

$$\frac{\partial q}{\partial x}+\frac{\partial c}{\partial t}=0 \qquad (1-2-3)$$

进一步以式（1—2—1）代入上式，有

$$\frac{\partial c}{\partial t}=D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \qquad (1-2-4)$$

这就是一维扩散方程。从数学上说，这是一个二阶线性抛物型偏微分方程。

将式（1—2—3）对 x 取偏导数，并以 $-q/D$ 代替$\frac{\partial c}{\partial x}$可得

$$\frac{\partial q}{\partial t}=D\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \qquad (1-2-5)$$

式（1—2—5）为一维扩散方程的另一表示形式。

在式（1—2—3）中，如果将 q（x，t）作为热通量，c（s，t）作为热浓度（或温度），则式（1—2—3）变为热传导方程，这说明分子扩散与热扩散是完全相似的，就数学来说，两者是一样的。

可以将上述结果推广到三维中去，下面利用矢量分析进行推导：考虑一体积为 V，表面面积为 S 的流体，示踪物的浓度是向

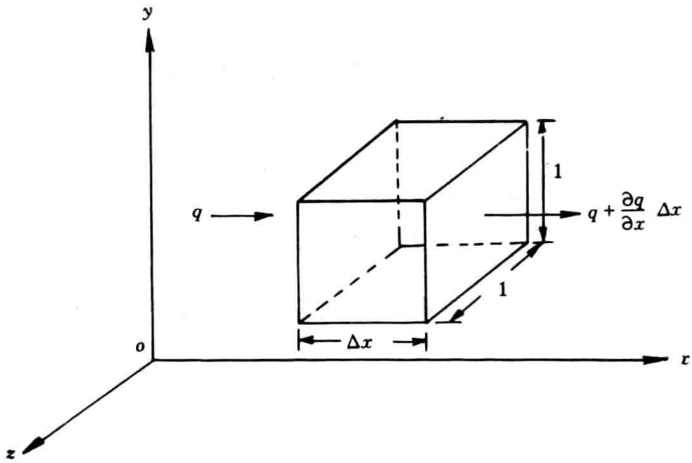

图 1－1　推导一维扩散方程的控制体

径 $\vec{r}$ 和时间 t 的函数，所以在该体积内的污染物总质量为

$$\int_V c(\vec{r},t)\mathrm{d}V$$

设污染的质量通量为 $\vec{q}$（$\vec{r}$，t），则由质量守恒（当不考虑生化和化学等作用时）有

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V c(\vec{r},t)\mathrm{d}V+\int_S(\vec{q}(\vec{r},t)\cdot\vec{n})\mathrm{d}S=0$$

式中：n 为面积元 dS 的外法线单位矢量。应用高斯定理

$$\int_S\vec{q}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S=\int_V\nabla\cdot\vec{q}\,\mathrm{d}V$$

则得

$$\int_V\left(\frac{\partial c}{\partial t}+\nabla\cdot\vec{q}\right)\mathrm{d}V=0\qquad(1-2-6)$$

因为体积 V 是可以任意取定的，故有

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{q} \qquad (1-2-7)$$

以式（1—2—2）代入得扩散方程

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c \qquad (1-2-8)$$

用直角坐标表示，有

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}\right) \qquad (1-2-9)$$

式（1—2—9）即为三维扩散方程，也称为费克第二定律。称$\partial c/\partial t$为时变项，称$D\nabla^2 c$为分子扩散项。扩散方程本质上是质量守恒定律在扩散问题上的体现。

第三节　一维扩散方程的基本解

本节介绍式（1—2—4）在瞬时点源（或称瞬时无限平面源）和无界空间的定解条件下的解析解。可以说该定解条件是最简单的，所以它的解是最基本的，常常可以利用这个解来对某些较复杂的定解问题构造解答。显然，该问题的解将对称于源点，如果将坐标x的原点与源点重合，则可以只对$x\geqslant 0$时进行求解。

本问题的定解条件在数学上表达如下：初始条件为c（x，0）$=m\delta$（x），其中δ（x）为狄鲁他（Delta）函数，取值为当$x=0$，δ（x）$=\infty$；当$x\neq 0$，δ（x）$=0$。$m\delta$（x）表示当$t=0$时，在通过$x=0$处且与x轴垂直的平面上，单位面积的污染物质量为m，它位于$x=0$处以无限大的浓度强度浓缩在无限小空间中，其边界条件为c（$\pm\infty$，t）$=0$和∂c（$\pm\infty$，t）$/\partial x=0$。

求本定解问题的解析方法有几种，例如拉普拉斯(Laplace)变换法、分离变量法和量纲分析法等。下面采用量纲分析法求解[3]。

从物理概念上分析，浓度c是m，D，x和t的函数，故可假设有函数